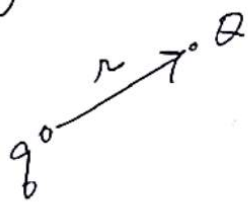
Chapter 2 electrostatics

Note 1

الکترومغناطیس ۱

الکترومغناطیس مجموعه نیروی وارد بر بار آزمون از طرف توزیع باری است که خود می تواند حرکت کند.



Principle of Superposition: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots$ اصل برهم نهی

Experimental fact! $F = F(r, a, \ldots)$ که تنها برداشت مشاهده ای است.

EM news travel of speed of light. اخبار (سیگنال) های الکترومغناطیس با سرعت نور منتشر می شود.

By stages.

Electrostatic (source charges are stationary) الکترواستاتیک (بارها ساکن اند)

- Coloumb's law - قانون مشاهده ای قانون کولن

Experiment $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{qQ}{r^2} \hat{r}$

* ε_0 permittivity of free space ثابت گذردهی خلاء

2

$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \ C^2/N \cdot m^2$ SI-unit

$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$

o The electric field: - برای تعریف میدان الکتریکی از مفهوم نیرو بر واحد بار استفاده می‌کنیم

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_1 Q}{r_1^2}\hat{r}_1 + \frac{q_2 Q}{r_2^2}\hat{r}_2 + \cdots\right)$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1^2}\hat{r}_1 + \frac{q_2}{r_2^2}\hat{r}_2 + \cdots\right)$$

or $\vec{F} = Q\vec{E}$

where $\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i^2}\hat{r}_i$

↓

Electric field.

real physical entity (vector field.)

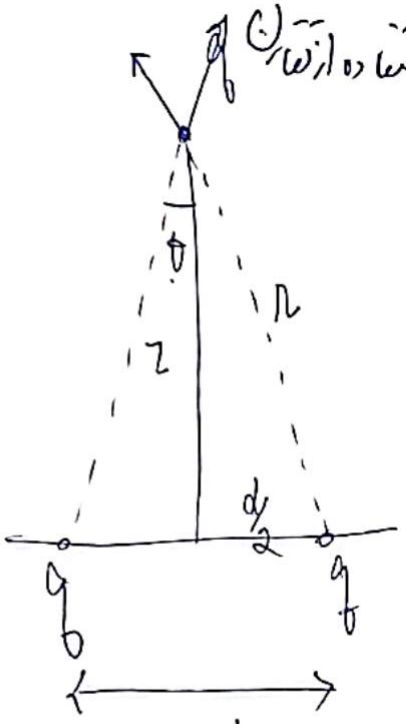
Stresses and strains in a jelly-like substance

Ether.

در ادامه این درس نشان خواهیم داد که چگونه میدان الکتریکی

physical entity دارای انرژی، تکانه و تکانه زاویه‌ای است و از این رو یک موجود فیزیکی

3-



میدان الکتریکی دو بار q در فاصله d از هم قرار دارند در فاصله z عمود بر خط واصل وسط آن‌ها چقدر است؟

$$E_z = 2\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\cos\theta$$

$$r = \sqrt{z^2+\left(\frac{d}{2}\right)^2} \; ; \; \cos\theta = \frac{z}{r}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2qz}{\left[z^2+\left(\frac{d}{2}\right)^2\right]^{3/2}}\hat{z}$$

if $z \gg d$ far-away looks-like a single charge $2q$.

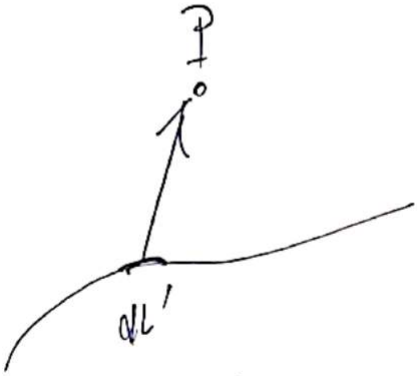
در فاصله بسیار دور، دو بار به هم نزدیک، مقدار $2q$ را نشان می‌دهند.

Continous Charge Distribution : توزیع پیوسته بار

حجمی — سطحی — خطی

$$dq \Rightarrow \lambda dl' \sim \sigma da' \sim \rho d\tau'$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{1}{r^2}\hat{r}\, dq$$



$dq = \lambda dl'$

$dq = \sigma da'$

$dq = \rho d\tau'$

4

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\lambda(r')\,\hat{\imath}\,dl'}{\imath^2}$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\sigma(r')\,\hat{\imath}\,da'}{\imath^2}$$

and for a volume-charge.

$$\boxed{\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\rho(r')\,\hat{\imath}}{\imath^2}\,d\tau'}$$ reffered to Coloumb law

توجه کنید که انتگرال بر روی کمیت برداری دار است، و این کمیت در حجمی ρ

$\vec{\imath} = \vec{r} - \vec{r}'$ ، مستقل است.

در ادامه دیورژانس و کرل میدان الکترواستاتیک را محاسبه می‌کنیم.

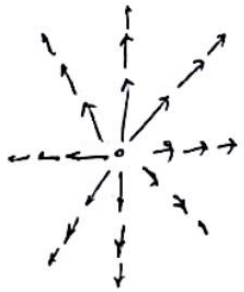
5 Divergence and curl of electrostatic field,

$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\rho(r')}{\mathcal{R}^2}\hat{\mathcal{R}}\,d\tau'$$

اولین داستان در الکترواستاتیک آماده کردن روش‌هاست که با آن بتوان میدان الکتریکی را حساب کنیم!

$\vec{\nabla}\cdot$ $\vec{\nabla}\times$ div and curl of $\vec{E}$

خطوط میدان روشی برای نشان دادن شدت میدان است



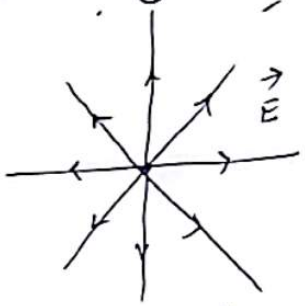
$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0}{r^2}\hat{r}$$

field lines

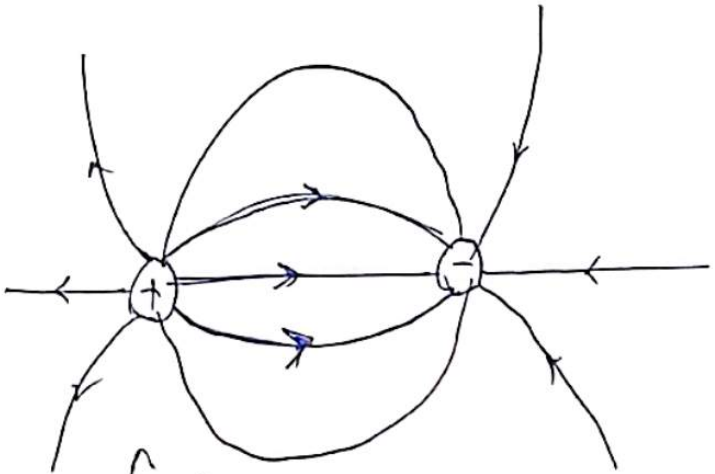
total # n

$\frac{n}{4\pi r^2}$ | Density of field lines

Since the strength of $\vec{E}$ goes like $1/r^2$

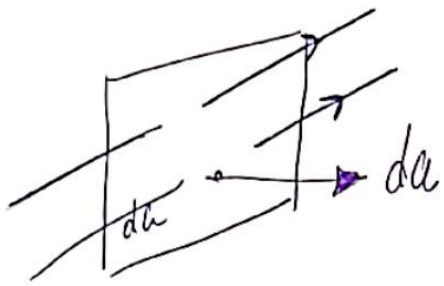


- field lines begin in positive charges and ends in negative charges.
- Field lines can not cross!



flux of E

$$\Phi_E \equiv \int_S \vec{E}\cdot d\vec{a}$$ # measure # of field lines.



$\vec{da} \perp \vec{E}$

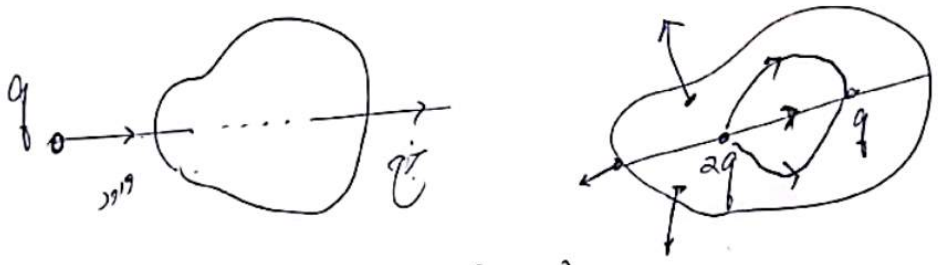
↓

becomes important.

درباره قانون گاوس

Essence of Gauss law

شار از سطح بسته بار



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{q}{r^2} \hat{r} \right) \cdot \left(r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi \right) \hat{r} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

↑ شعاع کره گاوسی

↑ مقدار کل سطح کره

radius of the sphere cancels-out

Principle of superposition: $\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} E_i$

اصل برهم نهی

حل با استفاده از

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \sum_{i=1}^{n} \left(\oint \vec{E}_i \cdot d\vec{a} \right) = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{\varepsilon_0} q_i \right)$$

For any closed surface $\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{1}{\varepsilon_0} Q_{enc}$

Other $1/r^2$ force is gravitation.

نیروی دیگری که این وابستگی را دارد، گرانش است.

7.

Divergence theorem : قانون گاوس ← دیورژانس معادل انتگرالی

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{a} = \int_V (\vec{\nabla}\cdot\vec{E})\, d\tau$$

$$Q_{enc} = \int_V \rho\, d\tau \quad \text{بار محاط}$$

$$\int_V (\vec{\nabla}\cdot\vec{E})\, d\tau = \int_V \left(\frac{\rho}{\varepsilon_0}\right) d\tau$$

قانون گاوس در شکل دیورژانسی

$$\boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho}$$

Since this holds for any volume رابطه برای هر حجم دلخواهی برقرار است.

Gauss_law in differential form.

Div. E directly

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{\text{all-space}} \frac{\hat{\imath}}{\imath^2}\rho(\vec{r}')\, d\tau' \qquad \rho = 0 \text{ is zero in exterior region.}$$

r dependence is in $\vec{\imath} = \vec{r} - \vec{r}'$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \vec{\nabla}\cdot\left(\frac{\hat{\imath}}{\imath^2}\right)\rho(\vec{r}')\, d\tau'$$

3D

$$\vec{\nabla}\cdot\left(\frac{\hat{\imath}}{\imath^2}\right) = 4\pi\,\delta(\vec{\imath})$$

Thus $$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int 4\pi\,\delta^3(\vec{r}-\vec{r}')\rho(\vec{r}')\, d\tau' = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho(\vec{r})$$

$$\int_V \vec{\nabla}\cdot\vec{E}\, d\tau = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{a} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho\, d\tau = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

CamScanner