Special relativity

Problem Set 4

Problem 1

دو چهار بردار A^μ و B^μ را در نظر بگیرید.

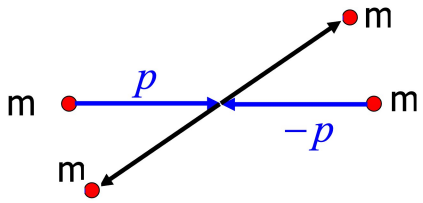
الف نشان دهید $C^{\mu\nu} = A^\mu B^\nu$ یک تانسور مرتبه‌ی دو است.

ب فرض کنید این دو چهاربردار تحت متریک مینکوفسکی متعامد باشند، یعنی $A^\mu B_\mu = 0$ نشان دهید اگر A^μ زمان‌گونه باشد آنگاه B^μ فضاگونه است. اگر A^μ فضاگونه و یا نورگونه باشد چه می‌توان درباره‌ی B^μ گفت؟

ج فرض کنید یکی از مولفه‌های این دو چهاربردار، در تمامی دستگاه‌های لخت برابر باشند. نشان دهید آنگاه $A^\mu = B^\mu$.

Problem 2

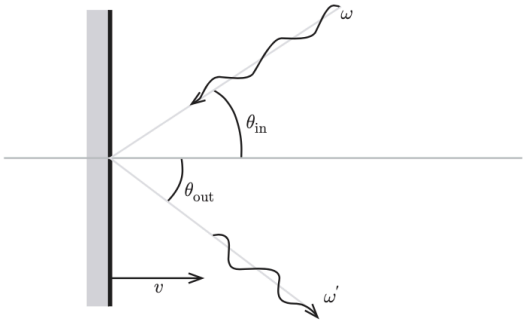
فرض کنید دو ذره‌ی هم جرم با جرم m، با اندازه سرعت برابر ولی در خلاف جهت یکدیگر، به یکدیگر نزدیک می‌شوند و پس از یک برخورد کشسان با همان سرعت قبلی ولی در جهت‌های متقارن و مختلف نسبت به قبل از برخورد، پراکنده می‌شوند. (مانند شکل)



این وضعیت را در چارچوب نسبیت خاص بررسی کنید. روابط کلاسیکی برای پایستگی تکانه و انرژی را نوشته و با پایستگی چهار بردار تکانه مقایسه کنید. آیا این برخورد در نسبیت سازگار است؟ در چه شرایطی سازگار است؟

Problem 3

در یک چارچوب لخت S، یک پالس نور به داخل یک محیط اپتیکی با ضریب شکست n تابیده می‌شود. این محیط با سرعت v در راستای عمود بر سطح انتشار حرکت می‌کند.



در چارچوب محیط اپتیکی (S') پالس نور طبق قانون اسنل دکارت دچار شکست می‌شود. اما ناظر در S مشاهده می‌کند که پالس نور بعد از وارد شدن به محیط هنوز در همان جهت اولیه حرکت می‌کند. ضریب شکست این محیط را (همانطور که در چارچوب S ظاهر می‌شود) بر حسب سرعت v و زاویه‌ی θ بین جهت اولیه‌ی نور و جهت حرکت چارچوب S، در چارچوب محیط اپتیکی بدست آورید. (از چهاربردار موج استفاده کنید)

Problem 4

در این سوال می‌خواهیم تبدیل بین ناظر آزمایشگاه (Lab frame) و ناظر مرکز جرم (CM frame) را بررسی کنیم. می‌دانیم که ناظر آزمایشگاه ناظری است که یک ذره هدف در آن ساکن است و ذره‌ی فرودی به ذره‌ی هدف برخورد می‌کند. همچنین ناظر مرکز جرم، ناظری است که برای آن جمع برداری تکانه‌های برداری صفر می‌شود.
برخورد دو پروتن m_p را درنظر بگیرید. حالت نهایی بعد از برخورد، حاوی ذره‌ی جدیدی با جرم m است.

$$p + p \to p + p + X$$

الف کمینه‌ی انرژی لازم برای پروتن فرودی، E_p، را در صورتی که پروتن هدف ساکن باشد، بدست آورید. همچنین تکانه‌ی پروتن فرودی را نیز محاسبه کنید.

ب کمینه‌ی انرژی پروتون، E_p^*، را برای همین فرایند در صورتی که دو پروتون با اندازه سرعت برابر اما در جهت مخالف به هم برخورد کنند بدهد.

ج فرض کنید ذره‌ی مجهول π^0 باشد. مقدار عددی دو قسمت قبل را حساب کنید. انرژی جنبشی پروتون در قسمت الف چقدر می‌شود؟

واپاشی زیر را در نظر بگیرید:

$$\Lambda \to p + \pi^-$$

فرض کنید تکانه‌ی Λ در دستگاه آزمایشگاه برابر با $p_\Lambda = 2\,GeV$ و در جهت $+x$ حرکت کند. پس از واپاشی، زاویه حرکت پروتون نسبت به محور $+x$ برابر است با $\theta_p^* = 30$ در دستگاه مرکز جرم.

د انرژی و تکانه‌ی ذره‌ی Λ را در دستگاه مرکز جرم محاسبه کنید.

ه پارامتر لورنتس γ، را برای تبدیل دستگاه مرکز جرم به دستگاه آزمایشگاه حساب کنید.

و انرژی و تکانه‌ی ذره‌ی π^- و زاویه و تکانه‌ی ذره‌ی p را در دستگاه آزمایشگاه حساب کنید.

برای راحتی می‌توانید از دستگاه واحدهای طبیعی، natural units، استفاده کنید. (یا به صورت خیلی خلاصه در نظر بگیرید که تمامی واحدها را می‌توان برحسب واحد eV نوشت.)

Problem 5

از محتوای کلاس، چه بخشی برای شما مبهم و نامفهوم یا سخت بوده است؟ در صورت تمایل می‌توانید اگر نظر یا پاسخ پیشنهادی هم داشتید؛ بنویسید. اما صرفا نوشتن یک سوال واضح کفایت می‌کند.
(این بخش به دستیاران آموزشی کمک می‌کند تا بهتر متوجه شوند که کدام مباحث برای شما مبهم‌تر یا دشوارتر بوده؛ تا در صورت نیاز در کلاس‌های حل تمرین بیشتر به آن‌ها پرداخته شود. لطفا سوالی را بنویسید که واقعا برای‌تان ابهام داشته؛ نه فقط یک سوال ساده برای انجام تکلیف.)

Everything should be made as simple as possible, but not simpler.
Albert Einstein