ساز و کار هماهنگی برای زمان‌بندی خودخواهانه، بازنگری از منظر میانگین

محمّد هادی فروغمند اعرابی *، وحید رحیمیان †، محمّد قدسی ‡

چکیده

هدف ما در این مقاله، طراحی و تحلیل مکانیزم‌های هماهنگی برای نسخه‌های مختلف مساله زمان‌بندی خودخواهانه می‌باشد. ما در اینجا فرض می‌کنیم که فعالیت‌ها خودخواه هستند و بنابراین بر روی ماشینی می‌روند که نارضایتی شخصی آن‌ها را کمینه کنـد. در یک مکانیزم هماهنگی، نارضایتی هر فعالیت تنها به مجموعه فعالیت‌هایی که روی همان ماشین زمان‌بندی شده‌اند بستگی دارد. ما در اینجا به ویژگی‌هایی از راه حل عمومی که بر اساس استراتژی‌های خودخواهانه فعالیت‌ها در یک تعادل نَش بوجود می‌آیند علاقه مند هستیم. در اینجا به طور خاص کمینه کردن میانگین زمان اتمام فعالیت ها هدف قرار گرفته است. در این مقاله، ما چهار دسته متفاوت از مسائل زمان بندی بر روی چند ماشین موازی را در نظر گرفته، سه مکانیزم هماهنگی را برای آن ها بررسی کرده و حدود بالا و پایینی را برای آن‌ها کرده‌ایم.

واژه‌های کلیدی

زمان‌بندی خودخواهانه، مکانیزم هماهنگی، تعادل نش، هزینه هرج و مرج، الگوریتم تقریبی

A Coordination Mechanism for Selfish Scheduling, Review from Average Perspective

Mohammad Hadee Foroughmand Araabi, Vahid Rahimian, Mohammad Ghodsi

Abstract

In this paper, we design and analyse coordination mechanisms for different variants of selfish scheduling. We assume that jobs are selfish and decide to go to a machine to minimize their disutility. In a coordination mechanism, the disutility of each job is computed only based of the set of jobs that are scheduled on the same machine. We are interested in properties of the global solution imposed by the selfish strategies of the jobs in a Nash equilibrium. In particular, we are interested in minimizing the average of finishing times as the social function. We consider four classes of scheduling problems on parallel machines and analyse three different mechanisms for them to prove lower and upper bounds.

Keywords

Selfish Scheduling, Coordination Mechanism, Nash Equilibrium, Price of Anarchy, Approximation Factor.

* foroughmand@idehgostar.com
† rahimian@ce.sharif.edu
‡ ghodsi@sharif.edu

۱- مقدمه

این با ظهور و توسعه اینترنت، سیستم‌های خود گردان[۱] بـزرگ بـه شدت متداول شده‌اند. این سیستم‌ها شامل تعداد زیادی عامل[۲] مستقل و خودخواه[۳] هستند که بر روی یک منبع مشترک (مانند پهنای باند در یک شبکه یا توان پردازشی در یک محـیط پـردازش مـوازی) در حـال رقابت می‌باشند. در بسیاری از این سیستم‌هـا، قـرار دادن یـک قـدرت متمرکز[۴] بر روی همه کاربران غیر ممکن است. یک قدرت متمرکز تنها می تواند استراتژی هایی را طراحی کند و امیدوار باشد که با وجود ایـن استراتژی ها، انتخاب‌های مستقل و خودخواهانه کاربران منجر به نتـایج دسته جمعی مطلوبی گردد. به عنـوان مثـال هـای عملـی ایـن مسـاله، می‌توان به مسیر یابی هوشـمندانه میـان سیسـتم‌هـای خـودگردان در شبکه اینترنت، و تخصیص خودخواهانه کاربران در شـبکه هـای محلـی بی‌سیم اشاره کرد.

این راه‌کار که *طراحی مکانیزم*[۵] نامیده می شود، اخیرا توجه زیـادی را به خود جلب نموده است (برای مثال بـه [7] مراجعـه شـود.) هـدف طراحـی قـوانینی در سـطح سیسـتم اسـت کـه در کنـار تصـمیمات خودخواهانه عامل‌ها، منفعت کل سیستم را بیشینه نماید. درجه‌ای کـه این قوانین، منفعت کل سیسـتم را در بـدترین حالـت تعـادل[۶] تقریـب می زنند، *هزینه هرج و مرج*[۷] نام دارد. در این راستا، برای دسته وسیعی از بازی‌ها تلاش‌های گسترده‌ای برای طراحی مکـانیزم‌هـایی بـا هـدف کمینه کردن هزینه هرج و مرج انجام شده است که می توان آنهـا را در سه دسته زیر تقسیم‌بندی کرد.

یک دسته از تلاش های انجام شـده در ایـن زمینـه ([1] و [2]) قرار دادن انگیزه اقتصادی بر روی کاربران بـه شـکل *مالیـات*[۸] را مـورد بررسی قرار می دهند. به عنوان مثال، برای اینکه یک کـاربر اسـتراتژی مشخصی را در مسیریابی در شبکه دنبال کنـد، وی بایـد میـزان پـول مشخصی را به قدرت مرکزی پرداخت نمایـد کـه ایـن امـر بـر میـزان رضایت کاربر از آن استراتژی تاثیر می‌گذارد.

دسته‌ای دیگر از این تلاش‌ها ([6] و [8]) فرض می‌کنند که قدرت مرکـزی قـادر اسـت تـا بخشـی از کـاربران را وادار بـه دنبـال کـردن استراتژی های مشخصی بنماید و بدین ترتیب مـثلا میـزان اسـتفاده از یک منبع نـامحبوب را افـزایش دهـد. ایـن عمـل قـدرت مرکـزی بـه *استراتژی اِستَکِلبِرگ*[۹] شهرت دارد.

مشـی سـوم، کـه مـا نیـز در ایـن مقالـه آن را دنبـال کـرده‌ایـم، مکانیزم‌های هماهنگی[۱۰] نامیده می شود. مشکل جـدی روش‌هـای بـالا این است که محاسباتشان نیازمند دانش سراسری از سیستم می‌باشد و بنابراین پیچیدگی ارتباطی[۱۱] بالایی دارند. در بسیاری از اوقـات، انجـام محاسبات مکانیزم به صورت محلی فاکتور مهمی محسـوب مـی گـردد. یک مکانیزم هماهنگی، یک سیاسـت محلـی بـه ازای هـر اسـتراتژی s است که هزینه‌ای را به s به صورت تابعی از عامل‌هایی که s را انتخـاب کرده‌اند نسبت می‌دهد.

به عنوان مثال، یک بازی زمان بنـدی خودخواهانـه[۱۲]، کـه در آن n فعالیت (عامل)، m ماشـین، و زمـان پـردازش $p_{i,j}$ بـرای انجـام هـر فعالیت i بر روی هر ماشین j وجود دارد را در نظر بگیرید. هر فعالیت ماشینی را برای اجرا شدن انتخاب می کند که زمـان اتمـام خـودش را کمینه نماید، در حالی که هدف جمعی[۱۳] کمینه کـردن مجمـوع زمـان اجرای کل فعالیت ها می‌باشد. یک مکانیزم هماهنگی برای ایـت بـازی، یک سیاست محلی به ازای هر ماشین می‌باشد که مشخص کننده نحوه زمان بندی فعالیت‌های تخصیص یافته به آن ماشین مـی‌باشـد. شـایان ذکر است که سیاست یک ماشین باید تنها تابع فعالیت های اختصـاص یافته به همان ماشین باشد. این امر امکان پیاده سازی کاملا توزیع شده سیاست‌ها را می‌دهد که مزیت عمـده‌ای بـر اسـتراتژی‌هـای مالیـات و استَکِلبِرگ می‌باشد.

برای تحلیل این مکانیزم‌هـا، از روش‌هـای تحلیـل الگـوریتم‌هـای تقریبی استفاده می‌شود. یک الگوریتم تقریب[۱۴] ρ یک الگـوریتم چنـد جمله ای است که همیشه راه حلی از مساله که حداکثر تـابع هـدفی ρ برابر بدتر از جواب بهینه دارد را پیدا می کند. Graham [3] نشـان داد که وقتی فعالیت ها روی ماشین های موازی مشـابه توسـط یـک قاعـده زمان بندی بر اساس لیست[۱۵] زمان بندی گردند، آن الگـوریتم قـادر بـه تضمین زمان بندی با طول با درجه تقریب دو نسبت بـه حالـت بهینـه می‌باشد. در [4] تلاش‌های عمده‌ای در زمینه ارائه تکنیـک‌هـای کلـی برای طراحی الگوریتم های تقریبی برای مساله NP-سخت زمان بنـدی با تابع هـدف میـانگین کمینـه انجـام شـده اسـت. همچنـین در [5] تحلیل‌هایی مشابه آنچه در این مقاله خواهد آمد برای حل مساله زمـان بندی باهدف کمینه کردن بیشینه زمان اتمام فعالیـت هـا انجـام شـده است.

در هر سیستم زمان بندی، دو معیار مجموع زمان اتمام فعالیت ها و میانگین زمان اتمام فعالیت ها رابطه خطی مسـتقیم بـا هـم دارنـد (بـا نسبت n، یعنی تعداد فعالیت‌ها). در نتیجه کمینه کردن یکی از آن‌ها و تحلیل تقریبی آن، معادل با کمینه کردن یا تحلیل تقریبی معیار دیگـر می‌باشد. پس هزینه‌ی هرج و مرج برای هر دو معیار یکسان می‌باشد.

در این مقاله ما به تحلیل معیـار مجمـوع زمـان اتمـام فعالیـت‌هـا می‌پردازیم. نتایج به دست آمده در جدول (۱) نمایش داده شده اسـت. به علت محدودیت تعداد صفحات مقاله تنها صورت قضـیه‌هـا و اثبـات یکی از قضایا در متن مقاله آمده است.

۱-۱- تعاریف

ما در اینجا چهار دسته از مسائل زمان‌بندی را بررسی می کنیم. در تمام این مسائل، ما علاقه مند بـه کمینـه کـردن مجمـوع زمـان اتمـام فعالیت‌ها ($\sum C_i$) به عنوان تابع هدف زمان‌بنـدی مـی‌باشـیم. ایـن چهار دسته مساله عبارتند از:

۱. زمـان‌بنـدی یکسـان ($P \| \sum C_i$) کـه در آن زمـان اجرای هر فعالیت روی تمام ماشین‌هـا یکسـان اسـت و

تنهـــا بــــه طـــول آن فعالیـــت بســـتگی دارد ($p_{i,j} = p_{i,k} = p_i$) بـرای هـر فعالیـت i و هـر ماشین j و k).

۲. زمان بندی یکپارچـه ($Q \parallel \sum C_i$) کـه در آن زمـان اجرای هر فعالیت به طول آن فعالیت و سرعت ماشینی که روی آن اجرا می‌گـردد بسـتگی دارد ($p_{i,j} = \frac{p_i}{s_j}$ برای هر فعالیت i بـا طـول p_i و هـر ماشـین j بـا سرعت s_j).

۳. زمـــان‌بنـــدی دوبخشـــی یـــا انتصـــاب محـــدود ($B \parallel \sum C_i$)[16] که در آن زمان هـر فعالیـت i تنهـا میتواند بر روی زیر مجموعه‌ای از ماشین‌ها (مثلا S_i) و نه تمام آن ها اجرا شـود ($p_{i,j} = p_i$ اگـر $j \in s_i$ و $p_{i,j} = \infty$ اگر $j \in s_i$).

۴. زمان‌بندی غیر مرتبط ($R \parallel \sum C_i$) که در آن زمـان هر فعالیت i بر روی هر ماشین j ($p_{i,j}$) مـی توانـد هر عدد مثبت دلخواهی باشد.

ما در این مقاله به بررسی سه استراتژی در طراحـی مکـانیزم هـای هماهنگی پرداخته ایم. نارضایتی هر فعالیت در هر استراتژی زمان اتمام آن فعالیت مـی‌باشد. رتبـه‌بنـدی فعالیـت‌هـای هـر ماشـین تنهـا بـه فعالیـت‌هـای قـرار گرفتـه بـر روی همـان ماشـین بسـتگی دارد. در استراتژی‌های SF و LF، ما فعالیت‌ها را بر اساس زمان پـردازش آن‌هـا به صـورت صـعودی یـا نزولـی مرتـب مـی کنـیم. در اسـتراتژی پایـان همزمان[17] فعالیت‌های هر ماشین را در انتهای پردازش تمام فعالیـت‌هـا بر روی آن ماشین آزاد می‌کنیم. توجیه این استراتژی آن است که تمام فعالیت‌های یک ماشین باید از بار سراسـری بـر روی آن ماشـین تـاثیر پذیرند.

هر فعالیت ماشینی را انتخاب می کند که زمان اتمام آن را کمینـه نماید. ما علاقه‌مند به ویژگی‌هایی از راه‌حـل سراسـری هسـتیم کـه از استراتژی‌های فعالیت‌های خودخواه در یک تعادل نَش خالص[18] حاصـل می‌گردند. ما بر روی مجموع زمان اتمام فعالیت‌ها تمرکز خواهیم کرد و به بررسی هزینه هرج و مرج هر استراتژی (نسبت مجموع زمـان اتمـام بیشینه) در یک تعادل نَش خالص (نسبت بـه حالـت بهینـه) خـواهیم پرداخت. نتایج کار در جدول ۱ خلاصه شده است.

به منظور سادگی نوشتار مطلب، نمـادی بـرای نمـایش مسـاله‌ای مشخص با استراتژی خاص تعیین می‌کنیم. هزینـه‌ی هـرج و مـرج در مسـاله‌ی P بـرای اسـتراتژی S را بـا نمـاد $\rho(P,S)$ نمـایش می‌دهیم. برای مثـال $\rho(Q \parallel \sum C_i, SF)$ بـه معنـای بیشـینه‌ی هزینه‌ی هـرج و مـرج بـرای مسـاله‌ی $\sum C_i$ بـا اسـتراتژی نخسـت کوتاه‌ترین می‌باشد. در اثبات‌ها C_i را زمان پایان کـار i مـی‌نـامیم و C_i^O را زمان پایان کار i در حالت بهینه و $C_i^{'}$ را زمان پایان آن کار در حالت تعادل می‌نامیم.

جدول (۱): حدود بالا و پایین هزینه هرج و مرج برای مساله‌ها و استراتژی‌های متفاوت

	پایان همزمان	نخست کوتاه‌ترین	نخست بلندترین
$P \parallel \sum C$	$\frac{n}{۴} \le P \le n$	$P \le ۲ - \frac{۲}{m+۱}$	$n \le P \le n$
$Q \parallel \sum C$	$\frac{n}{۴} \le P \le n$	$P \le O(\log m)$	$n \le P \le n$
$B \parallel \sum C$	$\frac{n}{۴} \le P$	$۲ - \frac{۱}{m} \le P \le O(\log m)$	$n \le P$
$R \parallel \sum C$	بدون حد	$P \le m$	بدون حد

۲- نتایج

قضیه: در مساله‌ی $X \parallel C_{\max}$ که X می‌تواند هر کـدام از حـروف P، Q، B، R و ... باشد، در صورتی کـه $\rho(X \parallel C_{\max}, SF)$ تنها تابعی از m باشد خواهیم داشت:

$$\rho(X \parallel \sum C, SF) \le \rho(X \parallel C_{\max}, SF)$$

برای مثال چون بـرای مسـاله‌ی $\rho(X \parallel C_{\max}, SF)$ در [5] حد بالای $2 - \frac{2}{m+1}$ به دست آمده، پس حد بالای هزینه ی هرج و مرج در مساله‌ی $\rho(X \parallel \sum C, SF)$، همـان عـدد $2 - \frac{2}{m+1}$ خواهد بود.

اثبات: شماره گذاری کارها را به ترتیـب طولشـان بـا علامـت‌هـای $1', \ldots, n'$ انجام می‌دهیم.

در بررسی حالت بهینه فـرض مـی کـنیم کارهـا بـر حسـب زمـان پایانشان مرتب شده‌اند پس $C_i^O \ge \max_{j \in \{1,\ldots,i\}} C_j^O$. در صـورتی کـه در مجموعه‌ی $\{1,\ldots,i\}$ کوتاه‌ترین کار را با کار $1'$ جایگذاری کنـیم (در صورت تفاوت) مقدار ρ مورد نظر زیاد نخواهد شد. و همچنـین مـی-توان این کار را ادامه داد. پس $\sum C_i^O \ge \sum_i \max_{j' \in \{1',\ldots,i'\}} C_{j'}^O$

حالت های تعادل کارها در مساله ی کمینه کردن مجموع زمان‌های پایان با مساله‌ی کمینه کردن آخرین زمان پایان یکی است.

زمان اتمام کار i' تنها به کارهای با طـول کوتـاه تـر از آن مـرتبط است. زیرا تنها آن کارها هستند که ممکن اسـت قبـل از کـار i' اجـرا شوند. پس در صورتی که وضعیت کلی کارها در حالت تعادل باشد، بـه ازای تمام i'ها زیـر مجموعـه‌ی القـایی $\{1',\ldots,i'\}$ از کارهـا نیـز در حالت تعادل قرار دارند. پس $C'_i \ge \max_{j' \in \{1',\ldots,i'\}} C'_{j'}$.

حال جوابی در حالت تعادل را در نظر می‌گیریم. در این جـواب بـه ازای تمام i'ها کارهای مجموعه‌ی $\{1',\ldots,i'\}$ حالت تعـادل دارنـد و $C'_{i'} \le \max_{j' \in \{1',\ldots,i'\}} C'_{j'}$.

چون چیـدمان کارهـا در زیـر مجموعـه‌ی القـایی $\{1',\ldots,i'\}$ در حالـــــــت تعـــــــادل اســـــــت، پـــــــس

پس خواهیم داشت $C'_{i'} \le \rho(X \,\|\, C_{\max}, SF) \times \max_{j' \in \{1',\dots,i'\}} C^{O}_{j'}$.

$$\sum C'_{i'} \le \rho(X \,\|\, C_{\max}, SF) \times \sum_{i'} \max_{j' \in \{1',\dots,i'\}} C^{O}_{j'}$$

که نتیجه مورد نظر را حاصل می‌کند.

قضیه: حد بالای هزینه‌ی هرج و مرج در مساله‌ی $Q \,\|\, \sum C_i$ با استراتژی نخست بلندترین حداکثر n خواهد بود.

نتیجه:حد بالای هزینه‌ی هرج و مرج در مساله‌ی $P \,\|\, \sum C_i$ با استراتژی نخست بلندترین حداکثر n خواهد بود.

قضیه: مقدار مساله‌ی $\rho(Q \,\|\, \sum C_i, Makespan)$ حداکثر n است.

قضیه: مساله‌های $\rho(R \,\|\, \sum C_i, Makespan)$ و $\rho(R \,\|\, \sum C_i, LF)$ حد پایین ندارند. یعنی حد پایینشان به طول کارها وابسته است.

قضیه: مساله‌ی $\rho(P \,\|\, \sum C_i, LF)$ دارای حد پایین هرج و مرج n می‌باشد.

نتیجه: مساله‌های $\rho(Q \,\|\, \sum C_i, LF)$ و $\rho(B \,\|\, \sum C_i, LF)$ دارای حد پایین هرج و مرج n می‌باشند.

قضیه: مساله ی $\rho(B \,\|\, \sum C_i, SF)$ حد پایین $2-\frac{1}{m}$ دارد.

قضیه: مساله‌ی $\rho(B \,\|\, \sum C_i, Makespan)$ دارای حد پایین $\frac{n}{4}$ است.

نتیجه: مساله‌های $\rho(Q \,\|\, \sum C_i, Makespan)$ و $\rho(B \,\|\, \sum C_i, Makespan)$ دارای حد پایین $\frac{n}{4}$ هستند.

۳- نتیجه‌گیری

در ادامه و گسترش این کار، پیدا کردن حدود بالا و پایین دقیق تر، پیدا کردن مثال های سخت برای همه حدود، و تحلیل مکانیزم‌های هماهنگ‌کننده دیگر و روی نسخه‌های دیگر مساله زمان‌بندی مورد توجه می‌باشد.

مراجع

[1] R. Cole, Y. Doris, and T. Roughgarden. *How Much Can Taxes Help Selfish Routing?*, In EC, pages 98-107, 2003.

[2] L. Fleischer, K. Jain, and M. Mahdian. Tolls for Heterogeneous Selfish Users in Multicommodity Networks and Generalized Congestion Games. In FOCS, pages 227-285, 2004.

[3] R. L. Graham, *Bounds for Certain Multiprocessing Anomalies*, Bell System Tech, J. 45 1563-1581, 1966.

[4] L .A. Hall, A.S. Schulz, D.B. Shmoys, J. Wein, *Scheduling to Minimize Average Completion Time: Off-line and On-line Aproximation Algorithms*, In Proceedings of the 7th Annual ACM/SIAM Symposium on Discrete Algorithms, pages 142-151, 1996.

[5] N. Immorlica, Li, S. V. Mirrokni, *Coordination Mechanism for Selfish Scheduling*, WINE, 2005.

[6] Y. A. Korilis, A. A. Lazar, and A. Orda. *Achieving Network Optima Using Stackelberg Routing Strategies*. IEEE/ACM Transactions on Networking, 5(1):161-173, 1997.

[7] N. Nisan, and A. Ronen. *Algorithmic Mechanism Design*, In STOC, pages 129-140, 1999.

[8] T. Roughgarden. *Stackelbeg Scheduling Strategies*. In STOC, pages 104-113, 2001.

زیرنویس‌ها

[1] autonomous
[2] agent
[3] selfish
[4] centralized authority
[5] Mechanism Design
[6] equilibrium
[7] Price of Anarchy
[8] toll
[9] Stackelberg
[10] Coordination Mechanisms
[11] communication complexity
[12] selfish scheduling game
[13] social objective
[14] ρ approximation algorithm
[15] list-scheduling rule
[16] Bipartite or resricted assignment
[17] makespan
[18] pure Nash equilibrium