وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی

راهنمای برنامه‌ی درسی ریاضیات دوره‌ی آموزش عمومی

(ابتدایی-راهنمایی)

گروه ریاضی

شهریور ۱۳۸۰

فهرست

عنـــوان

فصل اول– مقدمات تولید راهنمای برنامه درسی ریاضی .....

فصل دوم– دیدگاه‌های فلسفی ریاضی و برنامه‌ی درسی .....

فصل سوم– مبانی نظری و رویکردهای آموزشی .....

فصل چهارم– اهـداف.....

فصل پنجم– روش‌های تدریس و نقش معلّم در اجرای برنامه درسی ریاضی .....

فصل ششم– ارزش‌یابی .....

فصل هفتم– مروری بر مسائل اجرایی.....

فصل اول- مقدمات تولید راهنمای برنامه درسی ریاضی

- مقدمه
- پدیدآورندگان
- مراحل اجرایی
- خلاصه گزارش مطالعه پیشینه
- دلایل تغییر برنامه
- چرا ریاضیات
- نگاهی گذرا به تاریخ آموزش ریاضی
- سیر تاریخی آموزش ریاضی در ایران
- اصول و محورهای اصلی برنامه

مقدمه

متن حاضر اوّلین سند ملی راهنمای برنامه درسی ریاضی در دوره‌ی آموزش عمومی است. در این سند، برنامه‌ی درسی ریاضی از ابعاد دانش‌آموز، یادگیری، معلّم، روش‌های آموزش، محتوا، ارزش‌یابی و محیط آموزشی مورد بررسی قرار گرفته است و نقشه‌ای کلّی برای آموزش ریاضی در دوره‌های دبستان و راهنمایی ارائه شده است. تاکنون کتب درسی ریاضی در دوره‌ی عمومی باتوجّه به راهنمای برنامه‌ی کشورهای دیگر تألیف می‌شده است و این اوّلین بار در تاریخ آموزش ریاضی ایران است که نظام چند تألیفی با راهنمای برنامه متمرکز فرصت ظهور پیدا می‌کند.

درگذشته، برنامه‌ریزی محتوا و تألیف توسط گروهی از افراد متخصص در ریاضی و آموزش ریاضی انجام می‌گرفت و هنوز فرهنگ نظام چندتألیفی با راهنمای برنامه متمرکز در آموزش و پرورش رسوخ پیدا نکرده بود. حتی ضرورت تولید راهنمای برنامه‌ی درسی قبل از تألیف مورد توجه قرار نمی‌گرفت. به‌همین دلیل نقشه و هندسه برنامه را تنها می‌توانستیم در کتاب درسی جست‌وجو کنیم. در سال‌های اخیر با به‌روز شدن سیستم برنامه‌ریزی درسی در دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی براهمیّت برنامه‌ریزی قبل از تألیف تأکید شده است. دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی چارچوب خاصی برای تولید راهنمای برنامه درسی تهیه و به گروه‌ها ابلاغ نمود. این سند از طرفی نقش هماهنگی بین برنامه‌ریزی درگروه‌های مختلف درسی را به عهده دارد و از طرفی به برنامه‌ریزی علمی درگروه‌ها جهت می‌دهد. گروه ریاضی نیز سعی کرده است با حفظ کلیت این چارچوب، برنامه‌ها و ایده‌های متخصصین را در تولید راهنمای برنامه درسی اعمال کند.

در تمام مراحل تهیه این راهنما گروه ریاضی مسئله چند تألیفی را مدّنظر قرار داده است، تا در صورت فراهم شدن شرایط در دفتر برنامه‌ریزی و تألیف امکان تألیف برای گروه‌های علاقه‌مند و شایسته با توجّه به این راهنما وجود داشته باشد. لذا ابعاد مختلف برنامه درسی ریاضی با توضیحات مبسوطه مطرح شده‌اند تا مؤلفین بتوانند به‌خوبی با آن ارتباط برقرار کنند.

راهنمای برنامه درسی فعلی برای دوره‌ی ۸ ساله‌ی آموزش عمومی تنظیم شده است. لذا برنامه‌های ریاضی ۵ پایه‌ی ابتدایی و سه پایه‌ی راهنمایی را پوشش می‌دهد. راهنمای حاضر در بخش‌هایی به راهنمای تألیف نزدیک شده است. به‌همین منظور برای پرهیز از اعمال سلائق و در عین‌حال به‌وجود آوردن فضایی جهت خلاقیت و ابتکار مؤلفان، تذکراتی در بخش‌های مذکور ارائه شده است.

کارشناسانی که در تدوین این راهنما شرکت داشته‌اند، بر این باورند که سند حاضر خالی از اشکال نیست و جهت اصلاح و تقویت و توسعه برنامه از متخصصان، اساتید، کارشناسان و معلمین گرامی یاری می‌طلبند.

پدیدآورندگان

در تهیه و تولید راهنمای برنامه درسی موجود افراد زیادی به‌طور مستقیم و غیرمستقیم و با نقش‌های گوناگون و تأثیرگذاری متفاوت سهیم بوده اند. تأکید داریم از تمام کسانی که به نوعی در این کار با ما همکاری کرده و یا از مشاورت آن‌ها استفاده برده‌ایم، نام برده و تشکّر صمیمانه‌ی خود را ابراز نماییم.

۱- متخصصین آموزش ریاضی

در مراحل پیش از تدوین راهنما از مشاوره، اظهارنظر و راهنمایی‌های دکتر احمد شاهورانی، دکتر زهرا گویا و دکتر سیدحسن علم‌الهدایی بهره‌مند بوده‌ایم.

۲- متخصصین ریاضی

۲-۱- جواد حاجی‌بابایی — دانشجوی دکترای ریاضی وکارشناس گروه ریاضی

۲-۲- آرش رستگار — دکترای ریاضی — استادیار دانشگاه صنعتی شریف

آقای جواد حاج‌بابایی در تهیه‌ی مبانی فلسفی و نظری برنامه و رویکردهای آموزش ریاضی و روش تدریس و آقای آرش رستگار در تولید راهنمای برنامه نقش محوری داشته‌اند. هم‌چنین اساتید دانشگاه تربیت‌معلم دکتر اسماعیل بابلیان در مراحل پیش از تدوین و دکتر محمدحسن بیژن‌زاده در مقاطع مختلف در شوراهای برنامه‌ریزی همکاری داشته‌اند.

۳- کارشناسان

۳-۱- شهرناز بخشعلی‌زاده — لیسانس کامپیوتر- فوق‌لیسانس ریاضی و کارشناس گروه ریاضی

۳-۲- خسرو داودی — لیسانس /کارشناس گروه ریاضی

خانم بخشعلی‌زاده در قسمت ارزش‌یابی نقش محوری داشته‌اند و آقای خسرو داودی هماهنگ‌کننده و مسئول مراحل نهایی تدوین برنامه بوده‌اند. آقای خسرو داودی در بخش اهداف و مسائل اجرایی نیز نقش محوری داشته‌اند. هم‌چنین آقای امیرحسین اصغری (فوق‌لیسانس ریاضی)، آقای حسین الوندی (فوق‌لیسانس برنامه‌ریزی درسی)، خانم صدیقه بازرگان (دانشجوی دکترای برنامه‌ریزی درسی)، آقای خلیل رنجپور (فوق‌لیسانس آموزش ابتدایی)، آقای محمد جوامع (فوق‌لیسانس)، آقای حسن طاهری (فوق‌لیسانس آموزش ابتدایی) در شوراهای برنامه‌ریزی در مقاطع مختلف شرکت داشته‌اند.

۴- معلمان

آقای نادر بلوچ‌نژاد (فوق‌لیسانس آموزش ابتدایی)، آقای سیدمهدی فاطمی (لیسانس آموزش ابتدایی)، خانم زهرا فلاح‌مهدی‌پور (فوق‌دیپلم آموزش ابتدایی)، آقای محمدرضا رئیسی‌امجد (فوق‌لیسانس مدیریت آموزشی)، آقای علیرضا

رئیسی‌امجد (لیسانس تکنولوژی آموزشی) در شورای برنامه درسی، اجرای آزمایشی و تحقیقات شرکت داشته‌اند.

تدوین نهایی راهنمای برنامه به عهده اعضای گروه ریاضی دفتر برنامه‌ریزی و تألیف، آقایان خسرو داودی و آرش رستگار بوده و آقای جواد حاجی‌بابایی و خانم بخشعلی‌زاده نیز همکاری داشته‌اند.

از کلیه‌ی همکاران و صاحب‌نظرانی که در مراحل مختلف با اظهارنظرهای خود به گروه ریاضی کمک کرده‌اند، تشکر و قدردانی می‌شود.

جا دارد از زحمات دکتر حسن ملکی، مهندس قریشی و آقای حسین الوندی در تشکیل جلسات شورای برنامه‌ریزی و پی‌گیری‌های بعدی تشکر شود.

ضمناً پیش‌نویس اولیه راهنما و مواد خام آن جهت اظهارنظر برای افراد ذیل ارسال شد.

آقایان: مهندس علاقه‌مندان، دکتر ملکی، دکتر چوبینه، حسین الوندی، دکتر ایرانمنش، دکتر رضایی، دکتر سنگری، محمود امانی، محبتا... همتی، دکتر شاهورانی، دکتر بیژن‌زاده، حسن طاهری، دکتر بابلیان و خانم صدیقه بازرگان که از همکاری ایشان کمال تشکر را داریم.

بر خود فرض می‌دانیم که از زحمات بی‌شائبه و صادقانه‌ی خانم‌ها منظوری، رستمی و یزدانی در حروفچینی و آماده‌سازی راهنما صمیمانه تشکر شود.

مراحل اجرایی

سال‌ها بود که در دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی صحبت از تولید مواد آموزشی جدید در درس ریاضیات برای مقاطع ابتدایی و راهنمایی به میان می‌آمد. اما به دلایلی از جمله تغییر نظام جدید و تمرکز فعالیت‌های گروه ریاضی در مقطع متوسطه برنامه به جریان نیفتاد. از ابتدای سال ۷۵ بررسی و بازنگری کتب ریاضی مقاطع دبستان و راهنمایی به‌طور جدی مطرح شد و با انتشار نتایج آزمون تیمز قوت گرفت و پی‌گیری بیش‌تر و جدی‌تر شد. تا این‌که در روز دوشنبه مورخ ۷۶/۳/۵ اولین دعوت از حدود ۴۰ نفر مرکب از اساتید، کارشناسان، مدرسان و معلمان گرامی به‌عمل آمد. در این جلسه آقای دکتر ملکی ضمن اعلام رسمی موضوع از همه‌ی مدعوین دعوت به همکاری کردند.

پس از این جلسه در گروه ریاضی مقدمات بحث و گفت‌وگو فراهم شد و اقداماتی از جمله مراجعه به منابع، مستندات و کتب قبل درس ریاضیات صورت گرفت. هم‌چنین ضمن تشکیل جلساتی با خانم دکتر گویا مبانی نظری و تئوریک آموزش ریاضیات به بحث و تبادل‌نظر گذاشته می‌شد تا اعضا گروه به یک ادبیات واحد در این خصوص نزدیک شوند. از جمله این مباحث به موضوع حل مسئله در آموزش ریاضیات می‌توان اشاره کرد. از تاریخ ۷۷/۳/۱۳ اولین جلسه شورای برنامه‌ریزی درسی ریاضی در آموزش عمومی تشکیل شد تا کار با محوریت تصمیم‌گیری در این شورا شروع و پی‌گیری اجرائی شود. مهم‌ترین مطالب مطرح شده در این جلسات مروری بر نظریات و مباحث فلسفی و تئوریک آموزش ریاضیات و مطالعه و بررسی نتایج تیمز بود. از جمله می‌توان به ارائه مباحث فلسفه‌ی ریاضی توسط دکتر بیژن‌زاده، مروری بر فلسفه‌ها و مبانی نظری آموزش ریاضیات توسط آقای حاجی‌بابایی، اصول آموزش ریاضیات توسط دکتر شاهورانی و نظریه پردازش خبر و شبکه‌های مفهومی و مهارتی توسط دکتر علم‌الهدایی و بررسی اجمالی نتایج تیمز توسط آقای داودی اشاره کرد.

جلسات این شورا تا بیست‌ویکمین جلسه در تاریخ چهارشنبه ۷۸/۳/۱۹ ادامه داشت. پیش‌نویس طرح تولید مواد آموزشی ریاضی در دوره‌ی آموزش عمومی در این جلسات پایه گذاری و تهیه شد. پس از اندکی وقفه به علت برگزاری همایش تنکابن و جمع‌آوری نظرات معلمان و اعمال آن در کتب درسی و بازسازی کتاب‌ها، جلسات شورا مجدداً تشکیل داده شد. اولین جلسه به تاریخ یک‌شنبه ۷۹/۵/۱۹ با ارائه دادن کارهای انجام شده آغاز به کار کرد

مهم‌ترین اقدام صورت گرفته تصویب «طرح تولید مواد آموزش ریاضیات در دوره‌ی آموزش عمومی» در سومین جلسه به تاریخ چهارشنبه ۷۹/۶/۱۶ بود.

فاز اوّل این طرح تولید راهنمای برنامه درسی بود. برای این مرحله نیز طرح مقدماتی توسط خانم دکتر گویا در ششمین جلسه به تاریخ ۷۹/۹/۹ ارائه شد که پس از تصویب تقسیم کار صورت گرفت. در نهایت مقرر گردید تا پایان شهریور سال ۱۳۸۰ راهنمای جامع ریاضی در آموزش عمومی تولید شود. از آن تاریخ به بعد شورا و گروه جلسات مرتب داشته و

بخش‌های مختلف راهنما پس از تولید توسط گروه در شورا مطرح و بررسی می‌شد.

به این ترتیب تا پایان شهریور ماه، بیست‌وچهارمین جلسه شورا نیز تشکیل و راهنمای برنامه درسی تأیید و تصویب شد.

ذکر مراحل اجرایی کار از دو جهت حائزاهمیّت می‌باشد. اوّل آن‌که از زحمات دست‌اندرکاران و همکاران مختلف نامبرده و قدردانی شود، دوم آن‌که مدت تولید راهنما با بحث‌های صورت گرفته توسط افراد مختلف، بررسی‌های به‌عمل آمده و مشکلات اجرایی مطرح گردد تا موضوع روشن شود که کار انجام گرفته در شش‌ماه اوّل سال ۸۰ جمع‌آوری کارهای انجام شده در این دوره‌ی پنج ساله و در جهت تدوین مباحث و شکل‌دهی به آن‌ها بوده است. از آن‌جا که جلسات شورا در چند مرحله و با حضور افراد مختلف تشکیل شده است در تدوین راهنما تلاش بر این بود که ضمن عنوان موارد فوق از تجربیات و نظرات کلیه‌ی همکاران و اساتید محترم در طول این مدت حداکثر استفاده به عمل آید. امیدواریم که در این راه با حفظ امانت‌داری توانسته باشیم جمع‌بندی منطقی و معقولی را ارائه کنیم.

خلاصه گزارش مطالعه پیشینه

اولین قدم در تولید یک برنامه‌ی جدید، بررسی وضع موجود و هم‌چنین پیشینه برنامه می‌باشد. مطالعه و مراجعه به پیشینه نیازی به استدلال ندارد. گروه ریاضی نیز در مرحله‌ی اوّل کار خود مطالعه پیشینه برنامه درسی را در دستور کار قرار داد که ماحصل آن یک گزارش جامع از وضعیت برنامه درسی ریاضی از حدود سال ۱۳۰۰ تاکنون می‌باشد. در این مطالعه در حد امکانات، منابع موجود و قابل دسترس با اختصاص زمان بررسی شد. خلاصه کردن تحقیقات، پایان نامه‌ها و ارزش‌یابی‌های به عمل آمده و هم‌چنین مطالعه و فیش‌برداری سندهای مختلف، مقالات، کتب درسی و هر آن‌چه که مرتبط با موضوع می‌شد، از جمله اقداماتی است که انجام گرفت. ضمناً با چند نفر از افراد مطلع مصاحبه‌های حضوری و شفاهی انجام شد. نتایج این بررسی در زیر به‌طور خلاصه و در چند محور جمع‌بندی شده است. علاقه‌مندان می‌توانند با مراجعه به اصل گزارش، آن‌را به‌طور کامل مطالعه کنند.

۱- منابع

در حال حاضر اسناد و منابع موجود را در ۴ مکان به‌شرح زیر می‌توان جست‌وجو کرد:

۱- کتابخانه سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی واقع در طبقه‌ی همکف ساختمان شهید موسوی

۲- مرکز منابع برنامه درسی دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی واقع در طبقه سوم ساختمان شهید موسوی

۳- پژوهشکده‌ی تعلیم و تربیت واقع در بلوار کشاورز

۴- مؤسسه پژوهشی وابسته به سازمان پژوهش واقع در خیابان ایرانشهر

آن‌چه که در مراجع به این مراکز جلب توجه می‌کند انجام کار موازی و مشابه هم در جمع‌آوری اطلاعات و اسناد می‌باشد. تعداد زیادی از عناوین و اسناد در هر ۴ مرکز وجود دارند. با این وجود یک نظم منطقی، طبقه‌بندی مناسب، اتوماسیون و تقسیم‌بندی و موضوع‌بندی براساس روش‌های علمی کم‌تر به چشم می‌خورد. به‌نظر می‌رسد در صورتی‌که امکانات و هزینه‌های به‌عمل آمده در این ۴ مرکز در یک مکان جمع‌آوری می‌شد و به جای آن به اموری مثل اتوماسیون، خدمات اطلاع‌رسانی و دسته‌بندی و طبقه‌بندی مناسب پرداخته می‌شد برای پژوهشگران کارآیی بیش‌تری داشت.

۲- وضعیت تحقیقات، ارزیابی‌ها و پایان‌نامه‌ها

تحقیقات، ارزیابی‌ها و پایان‌نامه‌های مرتّب با ریاضیات آموزش عمومی‌ازنظر کمی، تعداد قابل قبولی است اما ازنظر کیفی بسیار ضعیف و تقریباً غیرقابل استفاده است. در این زمینه، نکات زیر به‌نظر می‌رسد:

۱- در این مطالعه‌ی محدود، به موردی برخورد نکردیم که از تحقیق یا پایان‌نامه‌ای استفاده شده باشد. معمولاً به دلیل مختلف که بعضاً در موارد زیر اشاره شده است، از نتایج این تحقیقات درجهت برنامه‌ریزی و تألیف و یا اصلاحات و ایجاد

تغییرات بهره‌ای برده نمی‌شود.

۲- یکی از دلایلی که منجر به عدم استفاده از تحقیقات می‌شود، فاصله‌ی زیاد بین افراد محقق و برنامه‌ریزان است. به عبارت دیگر، نیازهای برنامه‌ریزان برای تحقیقات سفارش داده نمی‌شود بلکه عمده‌ی این تحقیق‌ها با طرحی که توسط محقق ارائه شده است، تصویب و انجام می‌شوند.

۳- موضوعات تحقیقات نیز آنقدر کلّی است که نتایج مطلوب و تئوری نیز به همراه نخواهد داشت.

بررسی متعددی روی کتب درسی ریاضیات آموزش عمومی انجام شده است اما تقریباً همه با موضوعات کلان و کلّی است و هیچکدام یک‌دیگر را تکمیل نمی‌کنند و هم‌پوشانی آن‌ها بسیار زیاد است.

۴- متأسفانه این تحقیقات و نتایج آن ازنظر علمی بسیار ضعیف و با اشکالات فراوان همراه هستند. از جمله می‌توان به نوع نمونه گیری، روش‌های جمع‌آوری اطّلاعات، تعیین و تبیین سؤالت تحقیق و روش‌های تحلیل آن اشاره کرد.

مهم‌ترین مشکل در این قسمت، تعمیم جامعه‌های آماری محدود به کل جامعه است. برای مثال، کاری در یک کلاس درس تحقیق شده و نتایج به‌دست آمده به کل کشور تعمیم داده می‌شود.

۵- در این مطالعه، تحقیقی راکه در زمان برنامه‌ریزی و یا در زمان تألیف به سفارش برنامه‌ریزان و یا مؤلفان انجام شده باشد، بر نخوردیم.

۶- در مجموعه‌ی تحقیقات ملاحظه شده در این مطالعه چند مورد چشمگیرتر و قابل اتکا هستند و ازنظر علمی دقّت خوبی دارند و عبارت‌اند از:

۱-۶- ارزش‌یابی برنامه ریاضی توسط خانم رئیس‌دانا

۲-۶- تحقیق درمورد میزان توانایی ذهنی دانش‌آموزان ایرانی در سطح دبستان توسط خانم دکتر دادستان

۳-۶- مطالعه‌ی بین‌المللی تیمز، مجری دکتر کیامنش

۴-۶- مطالعه‌ی a.b.c درخصوص توانایی دانش‌آموزان ۱۲ ساله در ایران، مجری دکتر کیامنش

۳- کتب درسی

کتب درسی از زمان دارالفنون تا امروز به‌صورت اجمالی در مطالعه‌ی پیشینه بررسی شده‌اند. نکات جالب توجّه در این بررسی عبارت‌اند از:

۱- در اوائل تأسیس مدارس درس ریاضی به‌صورت مستقل وجود نداشته است و به‌صورت تلفیقی با فارسی، اعداد را آموزش می‌داده‌اند.

۲- پس از آن یک کتاب که شامل ۱۰۰ مسئله‌ی جمع و تفریق بوده است، آموزش داده می‌شد.

۳- در اوائل کتاب، کتاب دانش‌آموز و کتاب معلّم باهم همراه بوده‌اند.

۴- کتب اولیه با خطّ نستعلیق و سیاه و سفید بوده‌اند.

۵- از یک نسل قبل از کتاب‌های ریاضی موجود که پس از انقلاب به‌صورت رنگی چاپ شده‌اند، کتاب ریاضی دو رنگ کار شده است. در آن کتاب‌ها به مرور استفاده از نقّاشی و تصاویر شروع شده است.

۶- کتاب‌های موجود ریاضی در زمان خود یکی از بهترین آثار تولیدی سازمان پژوهش بوده است.

۷- دلایل تغییر برنامه در هیچ‌کدام ذکر نشده است.

۴- نتیجه‌گیری و توصیه

مطالعه‌ی پیشینه در گروه ریاضی و با یک تیم محدود در زمانی اندک انجام شد. وقتی این باب برای اعضای گروه ریاضی باز شد، با دریایی از اطّلاعات مواجه شدند که به‌نظر می‌رسد در زمانی مناسب و با یک تیم کامل‌تر می‌توان این مطالعه را در سطح وسیع‌تر انجام داد و نتایج جالبی به‌دست آورد، به‌طوری که از پیشینه برنامه استفاده‌ی بیش‌تری در برنامه‌ریزی به‌عمل آید، کاری که پیش از این انجام نمی‌شد و باید جدی‌تر گرفته شود. برای مثال، کتاب‌های ریاضی موجود از کارهای بسیار جالب و خوب کتاب‌های سری قبل استفاده نکرده و بعضاً مواردی از جمله آموزش حل مسئله را نادیده گرفته است. این توصیه برای کسانی است که می‌خواهند در آینده برنامه‌ریزی کنند و می‌توانند با مراجعه به مطالعه‌ی محدود بر روی پیشینه برنامه درسی ریاضی در ایران تاحدودی راه رفته را دوباره طی نکنند. انشاءا...

دلایل تغییر برنامه

از مهم‌ترین نکاتی که در بررسی پیشینه برنامه‌های درسی ریاضیات در سال‌های گذشته و دور مورد توجه قرار گرفت مشخص و روشن نبودن دلایل تغییر برنامه بود. به‌طور قطع هر بار که برنامه‌ی درسی ریاضی تغییر می‌کرد و تحولی صورت می‌گرفت دلائلی برای دست‌اندرکاران و برنامه‌ریزان وجود داشته است، اما این دلایل هرگز به‌طور واضح بیان نشده است و یا حداقل می‌توان گفت که پیدا کردن این دلایل در لابه‌لای اسناد باقی مانده کاری سخت، دشوار و در بعضی موارد غیرممکن است. بخشی از این دلایل نیز هنوز در سینه‌ها جای دارد و تاکنون به روی کاغذ نیامده است. برای مثال در تولید برنامه‌ی فعلی ریاضیات ابتدایی و راهنمایی، تعطیلی دانشگاه‌ها و حضور اساتید محترم ریاضی در گروه ریاضی دفتر برنامه‌ریزی و تألیف از جمله محرک‌های جدی و قوی برای شروع کار بوده است، ولی این موضوع در هیچ سندی منعکس نشده است. لذا مصمم شدیم در ابتدای راهنمای برنامه درسی دلایل تغییر برنامه و ایجاد تحول در برنامه ریاضیات مدرسه‌ای را فهرست‌وار درج کنیم. لازم به ذکر است که موارد زیر در جلسات شورا و گروه مکرر بحث شده است و در این‌جا صرفاً خلاصه مباحث تنظیم شده است.

۱- کتاب‌های ریاضی موجود در زمان تهیه و تألیف خود یکی از بهترین تولیدات بوده است. در تولید آن شاهد تحولات زیادی نسبت به کتاب‌های قبلی بوده‌ایم. اما باتوجّه به گذشت حدود ۲۰ سال از تولید آن، قطعاً کتاب‌های مناسب آن زمان برای موقعیت فعلی کارآیی کم‌تری خواهند داشت. هر چند این موضوع بسیاراهمّیّت دارد، ولی گروه ریاضی و دفتر برنامه‌ریزی و تألیف هیچ‌گاه قصد نداشتند تنها با نگاه کردن به عمر مفید کتاب در صدد تغییر و تحول در آن برآیند. اما این تذکر برای شروع کار و تحریک اولیه همیشه ضروری به‌نظر می‌رسید.

۲- یکی از تغییرات اساسی که شاهد آن هستیم رشد تعداد متخصصین آموزش ریاضی در کشور است و حضور این اساتید در جامعه‌ی آموزشی کشور موجب تغییر سریع‌تر رویکردها، آگاهی دادن به جامعه‌ی معلّمان و کارشناسان و دست‌اندرکاران و سهولت در روند برنامه‌ریزی درسی کتب درسی خواهد بود. این تأثیر به‌خصوص در حوزه‌ی آموزش ریاضی تا به آن‌جا است که اولین رشته‌ی دانشگاهی کارشناسی ارشد در زمینه‌ی آموزش، رشته‌ی آموزش ریاضی بوده است و دانشگاه شهید بهشتی و دانشگاه آزاد اسلامی از سال تحصیلی ۸۱-۸۰ شروع به ثبت‌نام دانشجویان کارشناسی ارشد در رشته آموزش ریاضیات نمودند.

۳- یکی از دلایلی که روند تصمیم‌گیری در خصوص تغییر برنامه را سرعت داد، نتایج حاصل از انجام مطالعه‌ی بین‌المللی تیمز در زمینه‌ی ریاضیات و علوم بود. نتایج تیمز یک شوک جدی به نظام آموزشی وارد کرد و انگشت نشانه متخصصان، قبل از هر جای دیگر به سوی تغییر کتب درسی ریاضی اشاره کرد. در حالی‌که باتوجّه به تجربه‌ی تغییر

کتاب‌های درسی علوم و نقش غیرقابل انکار معلمان در اجرای برنامه‌های جدید همه بر این باور بودند که تحول در کتب درسی تنها راه‌حل نیست. اما کارشناسان دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتب درسی و گروه ریاضی تأکید دارند که در حوزه‌ی مسئولیت خود وظیفه به‌روزکردن سیستم آموزش ریاضی را به انجام رسانند و در حیطه‌ی اختیارات خود تحولات و تغییرات را آغاز کنند؛ بااین امید که تغییر کتب درسی در آینده به تغییر در سایر نهادها و بخش‌ها منجر شود.

۴- تحولات در زمینه‌ی برنامه‌ریزی درسی ریاضی در سطح بین‌المللی از بُعد تولید استانداردهای آموزش ریاضیات توسط شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا N.C.T.M که از سال ۱۹۸۹ آغاز و آخرین نسخه‌ی آن در سال ۲۰۰۰ ارائه شده است نیز یکی از انگیزه‌های تغییر برنامه ریاضی بوده است. این تحولات موجب تغییرات اساسی در رویکردها و نظریات آموزشی بوده و هم‌اکنون از این استانداردها در سطح وسیع بین‌المللی استفاده می‌شود.

۵- تحولات اجتماعی زمان ما بدون تردید در نحوه‌ی تولید راهنمای برنامه درسی مؤثر خواهد بود. کتاب‌های ریاضی موجود در زمان جنگ طراحی شد. ولی در شرایط فعلی اجتماعی کشور که توسعه‌ی همه جانبه از جمله در زمینه‌های آموزشی مورد تأکید است، برنامه درسی ریاضی نقش مهمی را ایفا خواهد کرد.

هم‌چنین توجه به شهروند در نظام اسلامی و آماده کردن شهروندان آینده و در نظام آموزشی مدارس برنامه‌ریزان را هدایت می‌کند تا شهروندانی را تربیت کنند که در آینده برای جامعه اسلامی مفید و سودمند باشند. برنامه ریاضی موجود یقیناً برای زندگی فرزندانمان در آینده جواب‌گو نخواهد بود. با تغییر و تحولات سریع تکنولوژی و سیستم‌های اطلاعاتی نیازهای شهروندان متحول شده است. شهروندان آینده نیاز به سواد علمی تکنولوژیکی دارند. ریاضیات زمینه‌ی این توسعه و تحول را تا حدّ زیادی فراهم می‌کند. توانایی در استفاده از تکنولوژی روز نیاز به مهارت‌های ذهنی، تفکر خلاقانه و نقاد و آزاداندیش دارد.

۶- از طرفی دیگر برداشتن موانع در سطح آموزش عمومی طبق قانون اساسی از وظایف دولت است. لذا از آن‌جا که تمام نونهالان این کشور قانوناً حق دارند با شرایط مساوی در سطح آموزش عمومی مورد آموزش قرار گیرند، لذا برنامه‌های درسی از جمله برنامه‌ی ریاضی باید پاسخ‌گوی همه این نونهالان باشد. ریاضیات برای همه نیاز به تغییر در رویکردهای قبلی برنامه‌ریزی ریاضی دارد و این موضع یکی از دلایل مهم تغییر برنامه به‌شمار می‌آید.

چشم‌انداز آموزش و پرورش در قرن بیست‌ویکم

امروز شاهد صحنه‌ای جهانی هستیم که خواه‌ناخواه سرنوشت کشور ما باتوجّه به قوانین آن شکل می‌پذیرد. وابستگی جهانی کشورها به یک‌دیگر از لحاظ اقتصادی، علمی، فرهنگی و سیاسی که فشار فرضیه مرزهای اقتصادی و مالی تجارت آزاد آن را ایجاب و ظهور تکنولوژی‌های جدید اطلاع‌رسانی آن را تقویت کرده است، بیش از هر زمان دیگر با قدرت استقرار می‌یابد.

در طول بیست‌و پنج سال گذشته، پدیده‌ی جهانی شدن نخست خود را در زمینه‌ی اقتصادی نشان داد و نقشه‌ی اقتصادی جهان را متحول ساخت. شبکه‌های علوم و تکنولوژی مراکز تحقیقاتی را به مراکز عمده‌ی تجاری اقتصادی جهان متصل نمود. تکنولوژی‌های جدید، بشر را به عصر ارتباطات جهانی سوق داده است. بدین‌معنا که این تکنولوژی‌ها با از بین بردن فاصله‌ها نقش مهمی در شکل‌دهی جوامع را به عهده دارند. مسائل جهانی شدن به صورت‌های دیگری نیز نمودار می‌شوند که واکنش اجتماعی در پی دارند و مستقیماً بر نظام‌های تعلیم و تربیت (آموزشی) تأثیر می‌گذارند.

یکی از اهداف اساسی تعلیم و تربیت کمک به تبدیل وابستگی متقابل به اتحادی است که آزادانه بتوان در آن وارد شد. برای رسیدن به این هدف باید مردم را قادر ساخت تا یک‌دیگر و دیگران را در چارچوب نظام ارتباطات جهان بشناسند.

یقیناً برای شناخت این چارچوب راهی جز شناخت روابط میان انسان‌ها و شرایط محیطی آن‌ها دیده نمی‌شود. این نوع آموزش نیاز به افزودن دروس جدیدی به برنامه‌های تحصیلی که به اندازه‌ی کافی زیاد هستند، ندارد. این چارچوب را به عنوان بخشی از آموزش‌های مادام‌العمر نیز می‌توان به همه‌ی مردم آموخت.

تحمل و احترام به عقاید دیگران که پیش‌نیاز روابط اجتماعی متقابل است باید یک امر خطیر تلقی شود و مدام مورد توجه قرار گیرد. پیش از همه، تحمل نظر دیگران را باید در مدرسه تمرین کرد. با این حال وظیفه‌ی مدارس، توضیح زمینه‌های تاریخی، فرهنگی، مذهبی و ایدئولوژی‌های مختلفی است که در جامعه وجود دارد، بنابراین نظام تعلیم و تربیت وظیفه‌ی صریح و ضمنی آماده‌سازی افراد را برای اجرای نقش اجتماعیشان به‌عهده دارد. در جوامع پیچیده‌ی امروزی همه‌ی اعضاء جامعه به‌صورت جمعی یا فردی باید مسئولیت خود را در برابر دیگران بپذیرند. مدارس باید با آشنا کردن مردم بر حقوق و وظائف خویش و نیز با توسعه مهارت‌های اجتماعی و تشویق به کارهای گروهی، آنان را برای اجرای وظائف خود آماده کنند.

تعلیم و تربیت به‌طور کلی فرآیندی برای ایجاد قوه‌ی تشخیص و قضاوت است و وظیفه‌ی معلمان در پرورش همین قوه‌ی تشخیص و قضاوت است که برجسته می‌شود تا جائی که به افراد موازنه‌ی میان آزادی فردی و اصل اختیار را آموزش دهند. بنابراین نه تنها هر کس باید از حقوق خویش استفاده کند و وظائف خود را انجام دهد، بلکه باید از آموزش

مادام‌العمر در جهت ایجاد جامعه‌ی متمدن و فعال برخوردار شود.

باتوجّه به موارد فوق کمیسیون بین‌المللی آموزش و پرورش برای قرن بیست‌ویکم در یونسکو اصول زیر را برای تعلیم و تربیت در قرن بیست‌ویکم پیشنهاد می‌کند.

تعلیم و تربیت برای آن‌که در وظائف خود موفق شود باید حول چهار محور اصلی یادگیری سازمان یابد که در اصول زندگی اشخاص، به طریقی پایه‌های دانش وی را تشکیل خواهد داد.

یادگیری چگونه دانستن که کسب ابزارهای درک و شناخت است.

یادگیری چگونه انجام دادن به گونه‌ای که بتوان در محیط به‌صورت خلاق عمل کرد.

یادگیری زندگی با دیگران به گونه‌ای که بتوان در تمامی فعالیت‌های بشری باافراد دیگر مشارکت و همکاری داشت.

یادگیری چگونه بودن پیشرفتی که ناشی از سه مرحله‌ی قبلی است.

در حالی‌که هنوز هم تعلیم و تربیت رسمی به‌طور سنتی عمدتاً اگر نگوییم منحصراً بر یادگیری چگونه دانستن وکم‌تر بر یادگیری چگونه انجام دادن متمرکز است. دو مورد دیگر تا حدود زیادی به دست احتمال سپرده شده یا محصول طبیعی دو مورد اوّل فرض شده است. در تمامی یادگیری‌های سازمان یافته به هر یک از این چهار ستون اصولی باید به‌طور یکسان توجه شود به گونه‌ای که تعلیم و تربیت تجربه‌ی کلی مادام‌العمری باشد که به ادراک وکاربرد بپردازد و بر فرد و جایگاه وی در جامعه توجه کند.

یادگیری دانستن

این نوع یادگیری، کسب اطلاعات فهرست‌بندی شده وکدگذاری شده نیست، بلکه تسلط پیداکردن بر ابزارهای دانش است و می‌توان در زندگی آن را هم وسیله و هم هدف قلمداد کرد. این یادگیری به‌عنوان وسیله کمک می‌کند تا افراد در حدّ کفایت نسبت به محیط خود آگاهی پیدا کنند، مهارت‌های شغلی خود را توسعه دهند و با دیگران ارتباط برقرار سازند. هدف آن لذت ادراک، دانستن وکشف کردن است.

یادگیری دانش، متضمن یادگیری چگونه آموختن است که این خود قدرت تمرکز، حافظه و تفکر را می‌طلبد. به کار انداختن قوه‌ی تفکر باید سیری دو طرفه بین واقعیت و مجاز یا خیال باشد. بنابراین در تدریس و تحقیق، ترکیب دو روش استقرایی و استنتاجی که اغلب ضد و نقیض به‌نظر می‌آیند اهمّیّت دارد. در بیش‌تر علوم تفکر منسجم، مستلزم تلفیق این دو روش است.

یادگیری به کار بستن

یادگیری برای دانستن و به کاربستن تا حدود زیادی تفکیک‌ناپذیرند، امّا یادگیری به کار بستن بیشتر به مبحث آموزش حرفه‌ای مربوط می‌شود. کودکان را چگونه آموزش دهیم تا آن‌چه را که آموخته‌اند در عمل به کار گیرند.

یادگیری همزیستی با دیگران

این نوع یادگیری احتمالاً یکی از مسائل عمده‌ی تعلیم و تربیت امروز است. آیا با احترام به دیگران و به فرهنگ و ارزش‌های معنوی آنان می‌توان تعلیم و تربیتی را ارائه کرد که از تضادها و کشمکش‌ها جلوگیری کند؟ تعلیم و تربیت باید دو راه تکمیلی را در پیش گیرد. در مرحله‌ی اوّل شناخت تدریجی دیگران و در مرحله بعد تجربه‌ی اهداف مشترک در طول زندگی که ظاهراً روش مؤثر در اجتناب یا حل مناقشات پنهان است آموزش واقعی نباید در جهت طرد دیگران قدم بردارد. روش تعصب‌آمیز معلمان به‌جای تقویت حسّ کنجکاوی یا روحیه‌ی انتقادی دانش‌آموزان، باعث سرکوب این توانایی‌ها می‌شود.

یادگیری چگونه بودن

به‌نظر می‌رسد نقش اصلی تعلیم و تربیت اکنون بیش از هر زمان دیگری اعطای آزادی تفکر، قضاوت و تشخیص و قوه‌ی تخیل و احساس به‌منظور شکوفایی استعدادهای افراد و تا حدّ ممکن کنترل زندگی خویش است در قرن بیست‌ویکم آماده‌سازی کودکان برای جامعه‌ای معین نخواهد بود، بلکه فراهم آوردن قدرت تفکر و تشخیص موردنیاز افراد جهت شناخت پیرامون و رفتار مسئولانه و عادلانه در جامعه، مسئله اصلی است. تعلیم و تربیت باید فرد را قادر به حل مشکلات خود کند. فرد خود تصمیم بگیرد و مسئولیت‌های خویش را به دوش بکشد.

راهنمای برنامه‌ی درسی حاضر با این چشم‌اندازها تهیه شده است. اما بر این باوریم که در اهداف آموزشی جهش کردن امکان‌پذیر نیست، بلکه باید مسیر را پیمود. اما این‌که با چه سرعتی مسیر طیّ شود قابل کنترل و بررسی است.

چـرا ریاضیات

ریاضیات همیشه در برنامه‌های درسی جایگاه ویژه و اختصاصی داشته است. حجم، نوع رویکرد، روش‌ها، محتوا و... دائم در حال تغییر هستند، ولی آن‌چه که ثابت مانده است حضور مؤثر و همیشگی ریاضی در برنامه‌های درسی است. این موضوع هم در کشور ما از زمان تأسیس دارالفنون و شروع آموزش‌های کلاسیک دیده می‌شود و هم در سطح بین‌المللی به آشکارا قابل مشاهده است. نخست به ماهیت ریاضی می‌پردازیم تا به اهمیّت ریاضیات و نقش آن در برنامه‌های درسی پی ببریم:

۱- آشکارسازی الگوهای پنهان در طبیعت و محیط زندگی انسان‌ها که به ما کمک می‌کند جهان اطراف خود را بشناسیم، وظیفه‌ای است که ریاضیات به‌خوبی انجام می‌دهد. ریاضیات ابزار مناسبی برای شناخت ابعاد مختلف طبیعت است. الگوهای ریاضی که در طبیعت کشف می‌شوند، انسان را هر چه بیشتر به نظم و عظمت خلقت جهان و آفرینش آگاه می‌کند. از طرفی دیگر طبیعت خود الهام‌بخش و توسعه‌دهنده‌ی ریاضیات بوده و هست. مفاهیم زیادی از ریاضیات با مشاهده‌ی پدیده‌های طبیعی رشد کرده‌اند.

تعامل ریاضیات و طبیعت و نیاز بشر به این ارتباط اولین نکته‌ی قابل تأمل دراهمیّت ریاضیات است. برای درک بهتر جهان خلقت به زبان ریاضی نیازمندیم. ریاضیاتی فراتر و گسترده‌تر از حساب و هندسه. ریاضیاتی که مجموعه‌ای از توانایی و مهارت‌ها را تقویت می‌کند و یا پرورش می‌دهد.

۲- از جنبه‌ی دیگر می‌توان به ارتباط ریاضیات و زندگی روزمره توجه کرد. ابعاد ارتباط ریاضیات و زندگی روزمره نیز آن‌قدر تنوع و گستردگی دارد که به ریاضیاتی فراتر از محاسبات روزمره نیاز دارد. مدل‌سازی یک روش مدرن ریاضی است که به ما کمک می‌کند مسائل زندگی روزمره به زبان ریاضی ترجمه شوند. پرکاربردترین روش ریاضی در سراسر علوم، سنت مدل‌سازی ریاضیات است. در این روش سعی می‌شود سیستمی ریاضی که به نوعی سیستم مورد مطالعه را تقریب می‌زند، ارائه شود. ممکن است یک مدل ریاضی، شباهت ظاهری به سیستم مورد مطالعه هم داشته باشد اما در بسیاری موارد مدل‌ها سیستمی یک ریخت با حقیقت یا هم‌نوع حقیقت هستند که مطالعه‌ی آن‌ها منجر به درک بهتر حقیقت مورد مطالعه خواهد شد. مدل‌سازی باتوجّه به نگرش کاربرد در زندگی روزمره ریاضی، در مرکزاهمیّت قرار دارد.

۳- نقش دیگر ریاضیات در ارتباط با سایر علوم است. در سیر تاریخی پیشرفت اکثر علوم، ردپای ریاضیات دیده می‌شود. از طرفی دیگر ریاضیات نقش مهمی در تعریف، شناخت بهتر و ارائه مفاهیم علوم مختلف دارد. برای مثال پدیده‌های فیزیکی با زبان ریاضی بیان می‌شوند؛ واکنش‌های شیمیایی را با معادلات ریاضی توضیح می‌دهند. علم ژنتیک وابستگی زیادی به دانش‌های ریاضی مثل آمار و احتمال دارد. لذا تعامل ریاضی با سایر علوم از طرفی موجب توسعه

ریاضی و از جهت دیگر پیشرفت علوم شده است. افزایش توانایی دانش‌آموزان در مهارت‌هایی مثل استدلال، برقراری رابطه، کشف کردن، مدل‌سازی، حل مسئله و... که با آموزش ریاضی حاصل می‌شود در فهم بهتر مفاهیم سایر دروس و علوم حتی علوم‌انسانی مؤثر است. دانش‌آموزی که ریاضی را به خوبی می‌داند و توانایی‌های ذهنی خوبی کسب کرده است در درک مفاهیم علوم‌انسانی موفق‌تر عمل می‌کند. تأثیرات ریاضیات هم در بُعد توسعه علوم و هم در درک و فهم بهتر آن‌هااهمّیّت ریاضیات را بیشتر به ما نشان می‌دهد.

۴- تنوع و گستردگی شاخه‌های تخصصی در تمامی علوم از طرفی به بررسی دقیق‌تر و موشکافانه‌تر مسائل کمک می‌کند، ولی از طرفی دیگر در حل مسائل واقعی که نیاز به دیدگاهی همه جانبه دارد ما را با مشکل مواجه می‌کند. لذا بهینه‌سازی در دنیای امروز در ابعاد مختلف مطرح می‌شود. برای مثال شما می‌توانید به یک پروژه فقط از دیدگاه تخصصی اقتصادی نگاه کنید و یا فقط از جنبه‌ی نیروی انسانی و سایر منابع به بررسی پروژه بپردازید و یا در یک پروژه زمان برای شمااهمّیّت

داشته باشد، ولی برای مدیریت پروژه ناچارید بهینه‌سازی کنید.

بهینه‌سازی ریاضی نیز یک روش ارزان و بی درد سر برای یافتن بهترین جواب در حل مسائل واقعی است. بهینه‌سازی ریاضی از سایر روش‌های بهینه‌سازی بسیار مؤثرتر است. مثلاً بررسی تمام حالت‌های ممکن و حل مشکل در هر یک از آن‌ها از روش‌هایی است که در بهینه‌سازی ریاضی به کار برده می‌شود. بهینه‌سازی در زندگی روزمره بسیار کاربرد دارد و برای بهینه‌سازی ریاضی همیشه به مدل‌سازی نیاز داریم.

۵- پرداختن به مفاهیم مجرد، سخت و دشوار است و نیاز به توانایی و رشد ذهنی دارد. ترجمه مفاهیم مجرد به نمادهای ریاضی که می‌توان آن‌ها را به سادگی در محاسبات به کار برد، کار ریاضیات است. ریاضی وسیله‌ی ارتباط است. ارتباط بین مفاهیم مجرد و نمادها. کار با نمادهای ریاضی به مراتب ساده‌تر از کار با مفاهیم مجرد ریاضی است. این قابلیت نه‌تنها در توسعه‌ی ریاضی نقش دارد بلکه کار با این زبان در تمام شاخه‌هایی که از ریاضیات به‌عنوان یک ابزار استفاده می‌کنند نیز حائزاهمّیّت است.

۶- مجردسازی ریاضی که همان انتخاب و جداسازی بعضی از خواص پدیده‌هاست و فرمول‌بندی آن‌ها به زبانی که قابل مطالعه ریاضی باشند، زمینه مناسبی برای رشد تفکر مجرد فراهم می‌کند. تفکر مجرد که در فرهنگ دینی ما نیز بسیاراهمّیّت دارد، لازمه‌ی پیشرفت و توسعه سایر علوم است. ریاضیات درکنار سایر علوم به رشد قوه‌ی مجردسازی منجر می‌شود.

۷- فرضیه‌سازی و بررسی ارتباط منطقی فرضیات و نتایج منطقی آنان در ریاضیات کاملاً مشهود است. رشد استدلال

منطقی و قوه‌ی استنتاج دانش‌آموزان تحت‌تأثیر روند اثبات در ریاضیات سرعت می‌پذیرد. قوه قضاوت و استدلال در دانش‌آموزانی که در ریاضیات خلاق هستند به وضوح قوی‌تر از دانش‌آموزانی است که در ریاضیات مشکلات اساسی دارند. فرضیه‌سازی، بررسی ارتباطات منطقی، حل مسئله، استدلال و استنتاج در سایر دروس و علوم نیز وجود دارد، اما در عرصه‌ی ریاضیات فضای بیش‌تری برای این مهارت‌ها دیده می‌شود. امکان حل مسئله در سنین پایین برای کودکان و نوآموزان بیشتر از سایر دروس فراهم می‌شود.

در این‌جا آن‌چه به روشنی ملاحظه می‌شود، مرکزیت واهمیّت ریاضیات در نظام آموزشی مدارس است. اگرچه ریاضیات تنها موضع مهم برای آموزش دانش‌آموزان نیست و هیچ‌کس نمی‌تواند بگوید که یک موضوع درسی ارزش بیش‌تری از سایر موضوعات دارد، ریاضیات به دلیل ارتباطش با سایر رشته‌ها در برنامه‌ریزی باید مورد توجه خاص قرار گیرد.

نگاهی گذرا به تاریخ آموزش ریاضی

مسئله «نیاز به شمارش» در انسان باعث می‌شود که نتوان شروع آموزش و به‌ویژه آموزش ریاضی را تعیین کرد ولی آن‌طور که از اسناد برمی‌آید می‌توان با سقراط شروع کرد که شیوه خاصی در آموزش به کار می‌برده است. مسئله محاسبه اندازه قطر مربع با ضلع معین و آموزش آن به «مِنون» (برده‌ی سقراط) را به‌عنوان نقطه شروع آموزش ریاضی قلمداد می‌کنند.

سقراط معتقد بود دانش بشری به‌دست‌آوردنی نیست و از جایی سرچشمه نمی‌گیرد و تولید نمی‌شود، بلکه در روح آدمی به‌طور کل موجود است و چون روح فانی نیست آن‌ها نیز فناناپذیرند و تنها با فراهم‌شدن شرایط محیطی مناسب آن‌ها را به یاد می‌آوریم. اگرچه این دیدگاه فلسفی آموزشی به‌طور جدی زیر سؤال رفته ولی هنوز هم روش سقراطی در آموزش در بعضی شرایط به کار گرفته می‌شود؛ زیرا ایجاد فرصت‌های مناسب برای گفت‌وشنود و پرسش و پاسخ باعث شکوفایی اندیشه و فکر می‌شود. بنابر این در روش سقراطی فراگیرنده کاملاً درگیر می‌شود و دارای نقش فعّال است. سقراط می‌گوید: «من همچون قابله‌ای هستم که به شاگردم کمک می‌کنم تا فکر و اندیشه‌اش زاییده شود.» این دیدگاه می‌تواند شالوده یک نوع آموزش را پی‌ریزی کند.

تحقیقات اخیر در آثار ریاضیدانان ایرانی دوره‌ی اسلامی (هوخندایک، اولین کنفرانس آموزش ریاضی در ایران، ۱۳۷۵) نشان می‌دهد که عبدالجلیل سجزی ریاضی‌دان ایرانی که در قرن دهم میلادی می‌زیسته روش‌های حل مسئله پولیا را به کار می‌برده است و این شاهدی است که وی به آموزش ریاضی توجه خاصی داشته است. اگرچه ما به‌جز رساله‌ی سجزی اسناد بیش‌تری در دست نداریم که به نقش او در آموزش ریاضی پی ببریم.

«دکارت» از فیلسوفان و ریاضی‌دانان معروف است. هرچند ردپای زیادی جز حاصلضرب دکارتی از او در ریاضیات دیده نمی‌شود. با این حال در مورد تفکر ریاضی دیدگاه‌های مخصوص به خود دارد و دغدغه آموزش ریاضی از اقدام او برای نوشتن کتاب «قواعد توجیه فکر» آشکار است. اگرچه این کار ناتمام ماند ولی در قسمتی از دست‌نوشته‌های باقی مانده از او آمده است: «هنگامی که جوان بودم و چیزهایی در مورد اختراعات هوشمندانه می‌شنیدم، درصدد آن برآمدم که حتی بدون داشتن کتاب‌های نویسندگان، آن اختراعات و اکتشافات را از پیش خود اختراع کنم. با این کار رفته‌رفته دریافتم که بعضی از قاعده‌ها را به کار می‌برم.» این گفته دکارت حاکی از توجه عمیق او به آموزش واقعی و تکیه بر نقش داشتن در تولید دانش است. هم‌چنین در موضوع یادگیری می‌توان به نقش اصلی یادگیرنده در آموزش پی برد. این نگرش در دیدگاه‌های ریاضی‌دان‌های بعدی نیز آشکار است.

لایپنیتز فیلسوف و ریاضی‌دان بزرگی بود و طرحی درباره‌ی تألیف کتابی با عنوان «هنر اختراع» را پایه‌ریزی کرد ولی

آن را به اجرا درنیاورد. جمله‌ی زیر که از آثار او نقل شده است حکایت از نگرش عمیق او به فرآیند حل مسئله در ریاضی دارد. لایپنیتز می‌گوید: «هیچ‌چیز مهم‌تر از دیدن سرچشمه‌های اختراع نیست که به اعتقاد من، از خود اختراعات جالب توجه‌ترند.»

این دیدگاه‌ها پیدایش مکتب‌ها و نظریه‌های مختلف درباره‌ی رفتارهای انسانی را باعث شد ولی در مرحله‌ی آزمایش دقیق و تأیید نظریه به‌وسیله تجربه، با مشکل روبه‌رو شد ولی باب بحث دیگری را باز کرد که اگر قرار باشد دست به آزمایش و تجربه بزنیم اولین گام، بررسی ساختمان مغز (مرکز فرماندهی اعمال، رفتار و عقاید انسان) است. از دو جهت این نگرش مورد توجه واقع شد یکی بررسی فیزیولوژی مغز و دیگری حالات روانی آن.

کاربرد روان‌شناسی در آموزش ریاضی

هم‌چنان که رویکردهای فوق ادامه داشت، دیدگاه‌های روان‌شناسی حل مسئله نیز مورد توجه قرار گرفت. فلسفه گشتالتی که از افکار و تجربه پوانکاره نیز بهره می‌جست به‌وسیله ورت هایمر، کوفکا و دیگران مطرح گردید. تجربه پوانکاره در مورد یک مسئله‌ی خاص که پس از طی تحقیقاتی، مرحله‌ی «الهام و نهفتگی» نام گرفت، چهارچوب نظریه گشتالتی را پدید آورد ولی این چهارچوب نیز خوش‌تعریف نبود و به این سؤال اصلی که چگونه می‌توان الهام‌شدن را معنی کرد و آموخت و آموزش داد، پاسخی نداد.

از طرف دیگر، روان‌شناسان تجربی از جمله واتسون، پاولف و بعد اسکینر کار را روی تمرین و تکلیف متمرکز کردند و «رفتارگرایی» ظهور پیدا کرد. در این زمان، دغدغه‌های دوران جوانی و دانشجویی پولیا باعث شد که وی به آموزش ریاضی بازگردد و تجربیات خود را به تحریر درآورد و به نظریه بکشد. کتاب «چگونه مسئله را حل کنیم؟» و «خلاقیت ریاضی» یا به‌طور دقیق‌تر «کشف ریاضی» متولد شدند و نهضت حل مسئله که باید گفت از سقراط شروع شده بود، به نقطه عطف تاریخی خود رسید.

ادعای پولیا پس از سالیان طولانی تجربه این بود که حل مسئله را می‌توان یاد گرفت و آموزش داد. هنوز هم برخی از ریاضی‌دان‌ها به این نظریه معتقد نیستند! پولیا معتقد بود که آموزش باید بر پایه فرایند حل مسئله باشد و این یادگیرنده است که باید با تلاش درونی علم را از درون و به دست خود برپا کند و این نوع آموختن است که انسان را توانمند می‌کند زیرا انتقال از بیرون کم‌تأثیر است. این‌ها ادعاهای بزرگی بود و مخالفین زیادی داشت. به‌ویژه که دیدگاه آموزشی رفتارگرایان بر آموزش تسلط داشت و موفقیت‌های موضعی و ظاهری را نشان داده بود و لذا نظریات پولیا به بدنه آموزش و پرورش جهانی وارد نشد و تحولی در برنامه درسی ریاضیات مدرسه و شیوه آموزش آن ایجاد نکرد.

حضور ریاضیات مجرد در دبیرستان و بیانیه ۷۵ ریاضی‌دان

در سال ۱۹۵۷ ماهواره‌ی اسپوتنیک شوروی سابق به فضا پرتاب شد و غرب به‌ویژه امریکا از این موفقیت تکنولوژیکی به وحشت افتاد و سراسیمه محققین و آموزشگران خود را به تحقیق وادارکرد. نتیجه تحقیقات عجولانه حاکی از آموزش ریاضیات قوی‌تر در شرق و ضعف آموزش ریاضی در غرب بود. این بهانه‌ای برای تغییرات شتابزده برنامه درسی ریاضیات در غرب شد که به «دوران ریاضیات جدید» معروف گشت. علاوه بر این دیدگاه‌های «جروم برونر» که با فلسفه ریاضی صورت‌گرایی همخوانی داشت و مدعی بود که: «هر موضوعی می‌تواند به‌طور مؤثر از بعضی راه‌های هوشیارانه و صادقانه به هرکودکی و در هر پایه تحصیلی آموزش داده شود.» عامل دیگری شد که ریاضیات مجرد و بالاتر از توانایی دانش‌آموزان وارد برنامه درسی ریاضیات دبیرستان شود. پس از به اجرا درآمدن برنامه جدید که تقدّم محتوا بر روش به‌وضوح در آن آشکار بود، بیانیه مشهوری توسط ۷۵ ریاضیدان در سال ۱۹۶۲ صادر شد که این بیانیه نقطه عطف تاریخی در روند تغییرات برنامه درسی ریاضی دبیرستان شد. علاوه بر این، لزوم تأسیس رشته آموزش ریاضی به‌عنوان یک حوزه معرفتی مطرح شد. اکثر نقطه‌نظرات در این بیانیه هنوز هم جزء اصول زیربنایی آموزش ریاضی به حساب می‌آیند. در این‌جا به موارد مهم آن می‌پردازیم:

۱- مسئله محتوا و روش (دو محور اصلی برنامه درسی) اولین موردی است که در این بیانیه به آن اشاره می‌شود. تسلط آموزشگران حرفه‌ای (علوم تربیتی) و تأکید آن‌ها بر این که روش بر محتوا مقدم است، به اندازه‌ی تسلط یک‌جانبه ریاضی‌دانان که محتوا را بر روش مقدم می‌شمارند خطرناک است و باعث بی‌نتیجه ماندن برنامه می‌شود. لذا این توصیه که هر دوگروه را از تقدم یکی بر دیگری پرهیز می‌دهد، نیاز به آموزشگران ریاضی را آشکار می‌کند و حوزه‌ی معرفتی آموزش ریاضی نیز پیامد آن خواهد بود.

۲- اهمیت آموزش عمومی و آمادگی شهروندان برای زندگی در تمدن تکنولوژیک باید مورد تأکید قرارگیرد. برنامه درسی ریاضی متأثر از چندین نفرکه ریاضی‌دانان فردا می‌شوند، کاری عبث و بیهوده است. درعوض یک هدف کلّی و مهم، برآورده کردن نیازهای اجتماعی و علمی جامعه است.

۳- تعریف دقیق دانش ریاضی به این صورت است که دانستن ریاضیات یعنی توانایی انجام‌دادن آن تنها در اختیار داشتن اطلاعات به معنی دانش نیست.

در این قسمت نکات بسیار مهمی که امروز هم کاملاً به قوت خود باقی هستند مورد اشاره قرارگرفته است که عیناً در این‌جا آورده می‌شود.

«دانستن ریاضیات یعنی توانایی انجام‌دادن آن. به عبارت دیگر، به کارگیری روان ریاضیات برای حل مسائل، نقد و

موشکافی استدلال‌ها، پیدا کردن اثبات‌ها و از همه مهم‌تر شناخت مفاهیم ریاضی از بطن وضعیت‌های محسوس. بنابراین معرفی مفاهیم مجرّد در زمانی که هنوز تجربه‌ای از تجرید وجود ندارد یا عجله در معرفی مفاهیم بدون کاربردهای ملموسی که می‌توانند دانش‌آموزان را به تحرک فکری وادارند بدتر از بی‌حاصل بودن آن است. در واقع صورت‌گرایی زودرس ممکن است به عقیم‌کردن یادگیری ریاضی منجر شود. معرفی زودرس انتزاع به‌ویژه با مقاومت ذهن‌های نقاد و کنجکاو روبه‌رو می‌شود. ذهن‌هایی که قبل از پذیرش انتزاع آرزو دارند بدانند که این تجرید بر چه اساسی استوار است و چگونه می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد.»

همه اشارات این بند بیانیه اکنون در مرکز توجه آموزش ریاضی قرار دارد و جالب این‌که جامعه آموزشی، اساتید و معلمین ریاضی ما نیز برخلاف بیانیه می‌اندیشند. به‌خصوص دبیران ریاضی با توجه به عادت به برنامه درسی نظام جاری، برنامه درسی نظام جدید را شهودی می‌پندارند و تصور آن‌ها از شهود یعنی مفاهیمی بی پایه و اساس و بی‌دلیل و بدون دقت، در صورتی که درک و فهم شهودی یعنی قانع‌شدن واقعی به صحت یک قضیه و توانایی کاربرد صحیح مفاهیم بدون توسل به تعاریف رسمی و وارسی مکانیکی آن‌ها. هنوز هم معلمین ما طبق عادت گذشته وقتی قیافه قضیه و اثبات را به چشم نبینند آن را استدلال یا فهمیدن نمی‌دانند و در حقیقت صورت ریاضیات را ریاضیات می‌دانند نه سیرت آن را. بنابراین تغییر باور معلمین نسبت به ماهیت ریاضیات و سیرت ریاضیات از مسائل اساسی و یکی از محورهای تحقیق در رشته آموزش ریاضی است.

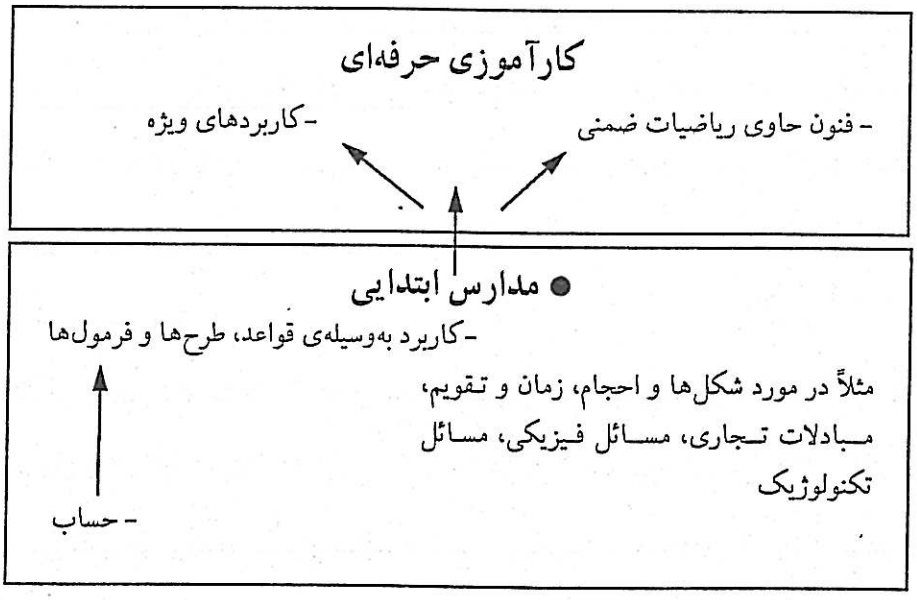
۴- «تفکر ریاضی تنها استدلال استنتاجی نیست، هم‌چنین اثبات صورت صِرف هم نمی‌باشد. فرایندهای ذهنی و فکری که اثبات و چگونگی اثبات را ارائه می‌کنند همانند خود اثبات که نتیجه تفکّر ریاضی است (نه خودِ آن)، بخشی از تفکر ریاضی محسوب می‌شود. استخراج مفاهیم درست از وضعیت‌های محسوس و ملموس، تعمیم از حالات شهود، استدلال استقرایی، استدلال از طریق تمثیل، زمینه‌های شهودی که برای آشکارکردن یک حدسیه به کار می‌روند همگی سبک و طریقه ریاضی‌گونه تفکر است. در واقع، بدون داشتن تجربیات ناشی از فرایندهای غیررسمی تفکر، دانش‌آموز نمی‌تواند نقش صحیح نمادها، فرمول‌ها و اثبات‌های خشک و صوری را درک کند. همان‌طور که آدامار می‌گوید: هدف دقت ریاضی و ریاضیات صوری، پذیرش و مشروعیت‌بخشیدن به یافته‌های حاصل از شهود است و هرگز هدف دیگری برای آن متصور نبوده است.» این موضوع نیز از استانداردهای آموزش ریاضی در حال حاضر است.

۵- در بند دیگری اشاره به روش تکوینی دارد که در شروع این نوشته آمد و در مورد ارتباط بین بخش‌های مختلف ریاضی و بارزکردن وحدت ریاضی که این نگرش باعث آموزش بهتر می‌شود، بحث شده است.

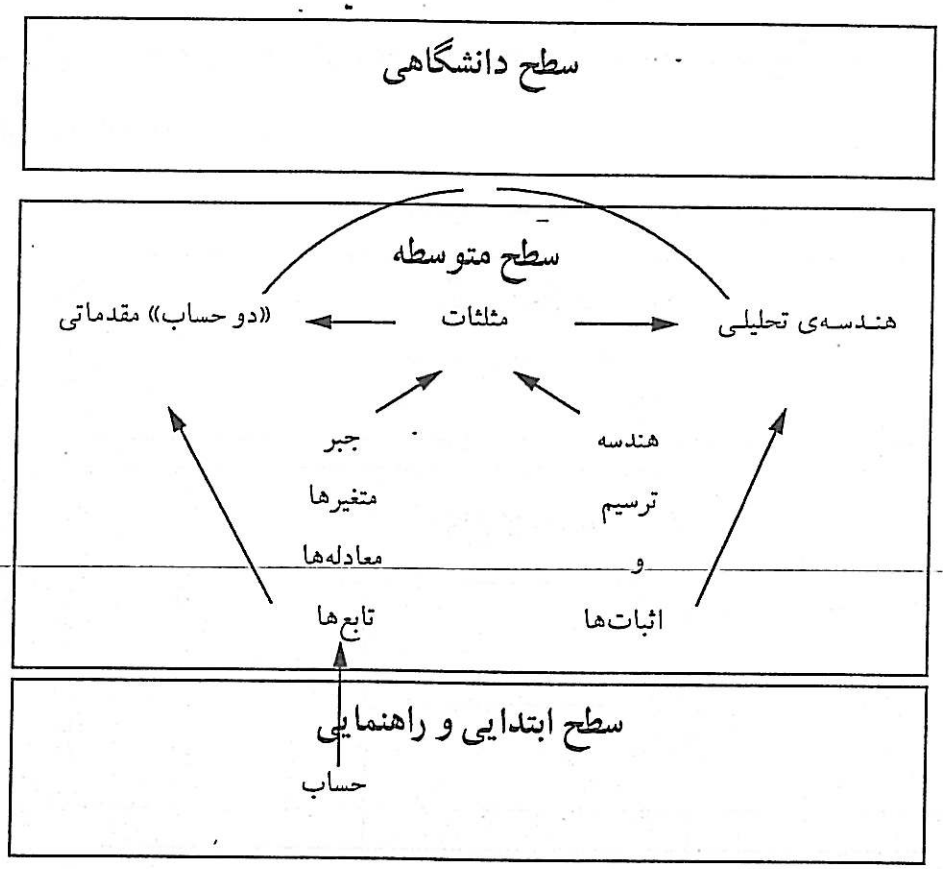
مواضع مختلف برنامه درسی

همان‌طور که اشاره رفت برنامه درسی ریاضی جدید در دهه‌ی ۶۰ در غرب منقرض شد ولی در بلوک شرق سنت برنامه یا تغییر نکرد یا کم‌تر دستخوش تغییر شد. اخیراً از مواضع اتخاذشده در دهه‌ی ۶۰ بازگشتی صورت گرفته است و در بلوک شرق هم گرایش عمومی به برداشتن تأکید بر جنبه‌های ساختاری و استنتاجی ریاضیات نمایان شده است. از رویکرد مبتنی بر نظریه مجموعه‌ها، ساختارهای مجرّد جبری و اصل موضوعی بازگشت اساسی انجام‌شده و حتی رویکرد «اصل موضوعی» نیز رد شده است. نمودارهای زیر مسیر یادگیری در گذشته و حال حاضر را توصیف می‌کند. علاوه بر این، تأثیر تکنولوژی بر جامعه باعث شده است که موادی از ریاضیات گسسته و الگوریتم‌ها وارد برنامه درسی شوند. بعضی از این نمودارها از کتاب «ریاضیات مدرسه در دهه‌ی ۹۰» نوشته جفری هاوسون و برایان ویلسون اتخاذ شده است.

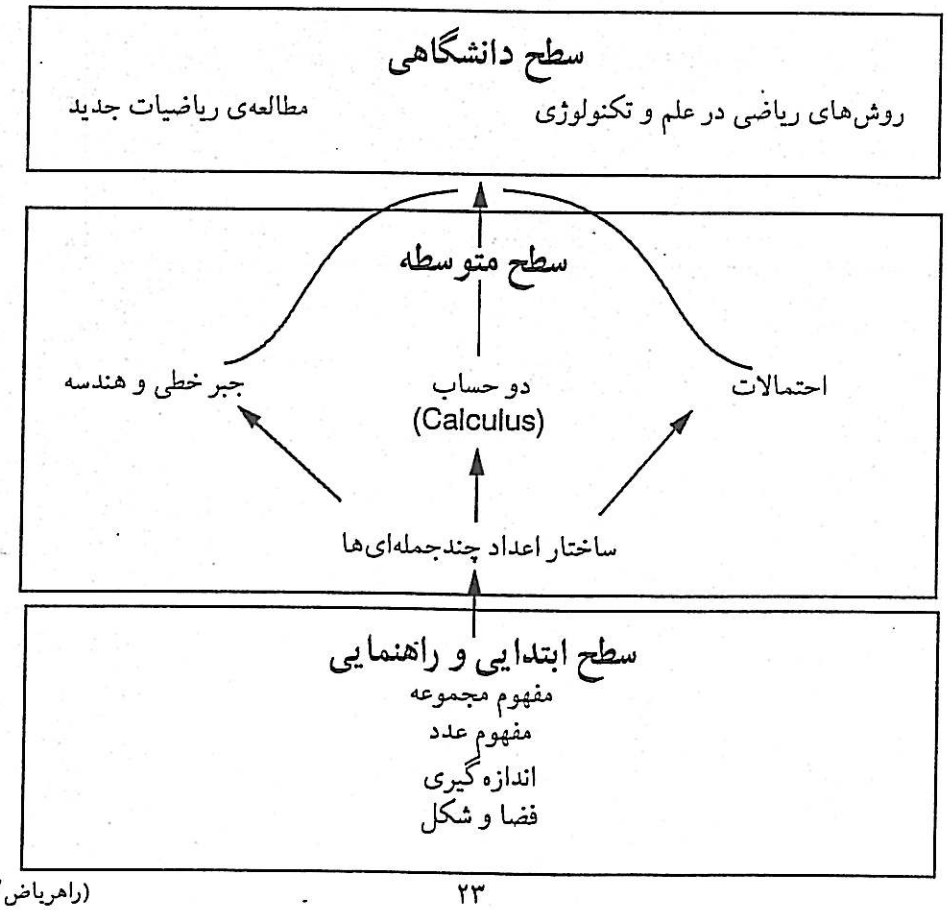
شکل ۱ مسیر یادگیری حساب



شکل ۲ مسیر یادگیری ریاضیات ناب سنتی

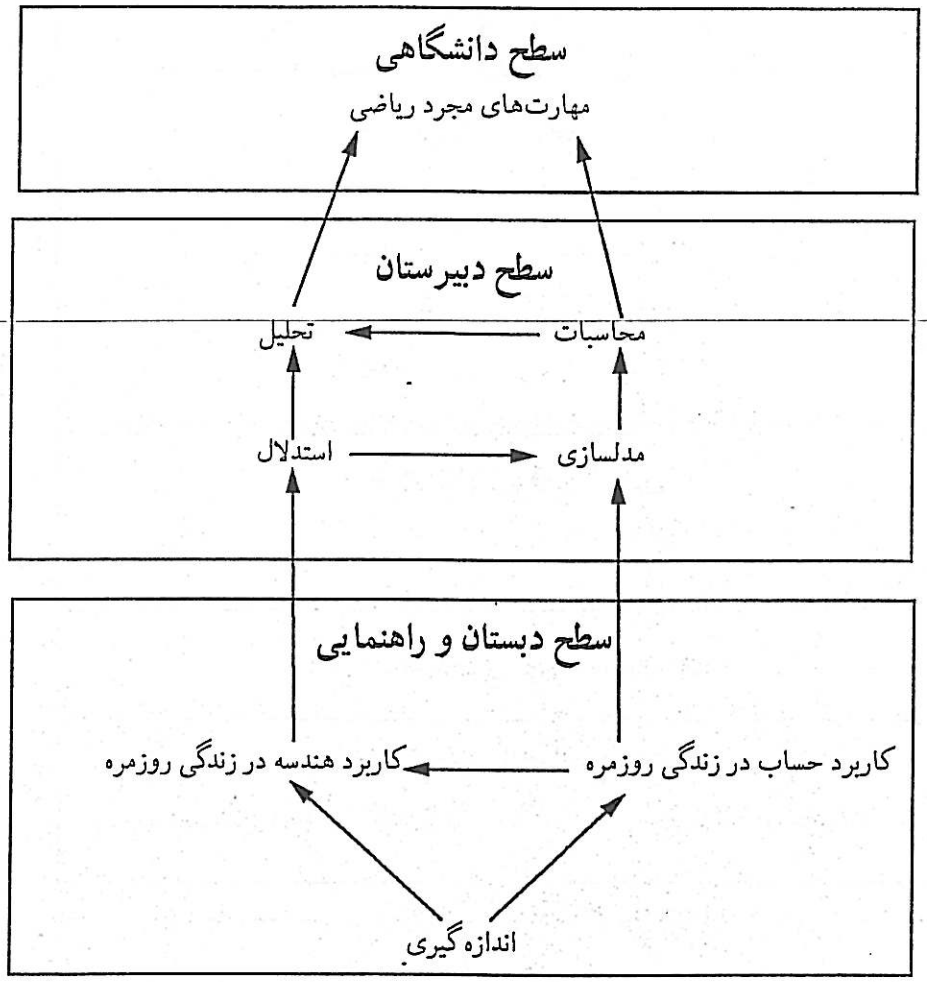


شکل ۳ مسیر یادگیری ریاضیات در حال حاضر



مسیر پیشنهادی ما برای آموزش ریاضیات به جای آن که از چینشی مفهوم محور پیروی نماید، از چینش مهارت‌محور تبعیت می‌کند. مبانی نظری و رویکردهای مرتبط با آن در بخش‌های بعدی راهنما به تشریح آورده می‌شود. در این جا صرفاً به ذکر یک الگو پرداخته شده است.

شکل ۴ مسیر یادگیری ریاضی پیشنهادی در این راهنما



سیر تاریخی آموزش ریاضی در ایران

همان‌طور که در مطالعه پیشینه‌ی برنامه‌ی درسی ریاضی آورده شد، آموزش ریاضیات در کشور ما در بیش‌تر موارد براساس تقلید از برنامه‌های درسی و پیشرفت‌های بین‌المللی در سایر کشورها طراحی شده است. این برداشت‌های سطحی از رویکردها، اهداف و روش‌های آموزشی با چالش‌های عمده‌ای مواجه بوده‌اند که در زیر به آن‌ها اشاره می‌کنیم.

۱- در بسیاری از موارد مشاهده می‌شود که اصول، نظریات و فلسفه‌های برنامه‌ی درسی از مطالعات بین‌المللی اخذ شده و درخصوص آن سخنرانی شده و مطالب و مقالات زیادی نوشته شده است ولی آن‌چه در صحنه‌ی عمل پیاده شده، بسیار متفاوت با اصول بوده است. برای مثال، آموزش با روش‌های فعال در اسناد سال‌های حدود ۱۳۱۰ دیده می‌شود اما اثری از روش‌های فعال در برنامه‌ی درسی ریاضی آن زمان دیده نمی‌شود. به عبارت دیگر، برای تئوری‌های بیان شده نقشه و راهنمای عمل وجود نداشته است تا حرف‌ها به‌عمل درآیند.

۲- یکی از دلایلی که برنامه‌ریزان ما از مطالعات بین‌المللی برداشت و تقلید می‌کرده‌اند، عدم انجام پژوهش‌ها و آزمایش‌های میدانی بوده است. فقدان پژوهش در برنامه‌ریزی با مطالعه‌ی پیشینه به وضوح دیده می‌شود. اوّلین شکل اقتباس‌های بدون پژوهش، از هم‌گسیختگی و پراکندگی در شیوه‌ی ارائه‌ی مطالب و محتوا است که در بعضی از کتاب‌های درسی اقتباس شده، دیده می‌شود.

۳- مهم‌ترین مسئله‌ای که در اقتباس از برنامه‌های سایر کشور پیش می‌آمده است، عدم توجّه به مسائل فرهنگی و بومی نکردن محتوا بوده است. اخیراً با اعمال تغییرات سطحی یا نظارت‌های موردی و ممیزی به این موضوع پرداخته شده است. اما کم‌تر به فکر تولید براساس فرهنگ خود بوده‌ایم. هم اکنون فرهنگ به‌عنوان یک مؤلفه‌ی اساسی در برنامه‌ریزی درسی به‌خصوص برنامه‌ی درسی ریاضی مطرح شده است. در این خصوص، پروفسور آلن بیشاپ تحقیقات زیادی انجام داده است و در ایران نیز سخنرانی‌هایی در این مورد ارائه کرده‌اند.

همان‌طور که ذکر شد، یکی از معایب و اشکالات ناشی از برداشت‌های تقلیدی از برنامه‌های درسی کشورهای دیگر از هم‌گسیختگی و پراکندگی مطالب در کتاب‌های درسی بوده است و مفاهیم، روش‌های تدریس و روش‌های ارائه‌ی مطالب را از یکدستی و نظم و سیاق واحد جدا ساخته است. هرچه که به گذشته برمی‌گردیم، یک‌دستی، هم‌خوانی بیش‌تر در تألیف کتاب‌ها مشاهده می‌شود که ناشی از همت تألیف و نگارش داخلی است.

با عنایت به موارد فوق، می‌توانیم به بررسی تغییرات و تحولات در برنامه‌ی درسی و کتب ریاضی بپردازیم.

یکی از ویژگی‌هایی که در برنامه‌ی درسی به‌خصوص کتب دانش‌آموز تحول و سیر صعودی داشته، ظاهر و گرافیک کتاب است. هرچه به جلو می‌رویم وضعیت کتاب‌ها از این‌نظر بهتر می‌شود. در یک سیر تاریخی، از کتاب‌های دست‌نویس، تایپی

سیاه و سفید بدون استفاده از طرح و نقّاشی شروع و به کتاب‌های حال حاضر که دارای چاپ رنگی و نمونه‌های فراوان از طرح‌ها و نقّاشی‌ها، مراحل تولید و صفحه‌آرایی و حروف‌چینی کامپیوتری ختم می‌شود. علی‌رغم این تحولات هنوز در این زمینه نیز جای کار زیادی وجود دارد.

کلّی‌ترین و اساسی‌ترین تحولات در رویکرد و نگاه به برنامه‌ی درسی ریاضی است که چندین بار دست‌خوش تغییرات شده است. جزئیات این تغییرات در گزارش مطالعه پیشینه دیده می‌شود اما آن‌چه اهمیّت دارد، این است که پس از بیانیه‌ی ۷۵ ریاضیدان در سال ۱۹۶۲ که رویکردهای برنامه‌ی درسی و حضور ریاضیات جدید را در برنامه‌ی درسی مورد انتقاد قرار داد و آن‌ها را دچار تغییر و تحول اساسی کرد، این تغییر نگرش در ایران با تأخیر بسیار زیادی به‌اجرا درآمد و تا تغییر کتاب‌های نظام آموزش متوسطه پابرجا بود. لذا این رویکرد نه تنها در برنامه‌ی آموزش ریاضی در دوره‌ی آموزش عمومی تأثیرگذار بود بلکه معلمان کنونی که به دانش‌آموزان ریاضیات را آموزش می‌دهند، محصولات همان تفکر هستند و از این جهت با تحولات جدید با مقاومت دوچندان مقابله می‌کنند.

موضوع دیگر استفاده از دیدگاه‌های روان‌شناسان در برنامه‌ریزی درسی بوده است که در ایران پس از انقلاب اسلامی و در هنگام برنامه‌ریزی کتاب‌های ریاضی فعلی آموزش عمومی، مورد توجّه قرار گرفت و باعث شد تحول اساسی در تولید کتاب‌های درسی ریاضی به‌وجود آورد.

نکته‌ی آخر این که در رویکرد انتخاب محتوا و چینش آن در برنامه‌ی درسی ریاضی، اصل «آموزش برای همه» کم‌تر مورد توجّه قرار می‌گرفته است. لذا حجم و نوع محتوای انتخاب شدهٔ با دیدگاه پرورش افرادی خاص برای ریاضیدان شدن در آینده بوده است. معلّم‌ها نیز همین دیدگاه را در آموزش به‌خصوص در سطوح دبیرستان داشته‌اند و نتیجه‌ی این نوع برخورد با محتوا و روش‌های تدریس ترس، نفرت و فرار از ریاضیات در پایان دوره‌ی آموزش عمومی بوده است و اغلب دانش‌آموزان از ادامه‌ی مسیر ریاضی در سطوح دبیرستان و دانشگاه باز می‌ماندند و هر ساله شاهد افت تعداد مراجعان به رشته‌ی ریاضی و گرایش بیش‌تر به رشته علوم انسانی که دارای ریاضیاتی با حجم سبک می‌باشد، بوده‌ایم.

اصول و محورهای اصلی برنامه‌ی جدید

باتوجّه به سیر تاریخی آموزش ریاضی که در بالا به آن اشاره شد، برنامه‌ی جدید با محورهای اساسی زیر تدوین شده است. با این امید که بتوانیم هنگام تألیف و از همه مهم‌تر در تدریس، این محورها را مدّنظر قرار داده تا بتوانیم از حرف به‌عمل رسیده و انشاءا...تحولی در آموزش ریاضیات ایجاد کنیم.

۱- برنامه‌ی درس فعلی بر روش فعال و دانش‌آموز محور تأکید دارد.

۲- برنامه درس ریاضی براساس یادگیری مشارکتی طراحی خواهد شد.

۳- در برنامه‌ریزی فرهنگ اسلامی، ایرانی و سنتی محور اساسی خواهد بود که در تهیه‌ی محتوا و مشخصات ظاهری بروز و ظهور خواهد داشت.

۴- این برنامه بر پرورش مهارت‌ها و ایجاد زمینه برای پرورش خلاقیت و مهارت‌های تفکر تکیه دارد.

۵- حل مسئله و آموزش آن یکی از ارکان برنامه است.

۶- برای تهیه‌ی محتوای کتاب‌ها تاحد امکان آزمایش‌های میدانی انجام خواهد شد.

۷- چینش محتوا مهارت محور خواهد بود و بر شبکه‌ی مفاهیم و مهارت‌ها و ارتباط درونی ریاضی تأکید می‌شود.

۸- ارتباط بیرونی ریاضی در زندگی روزمره، در ارتباط با سایر علوم موردنظر خواهد بود.

۹- در ظاهر و گرافیک کتاب‌های درسی توجّه و عنایت ویژه به‌خصوص در سنین پایین به عمل خواهد آمد.

۱۰- رویکرد برنامه اصل «آموزش ریاضیات برای همه» است. ما اعتقاد داریم که هر دانش‌آموز می‌تواند در یادگیری ریاضیات موفق شود و برنامه‌ی درسی ریاضی باید راه را برای همه‌ی دانش‌آموزان هموارتر سازد.

فصل دوم-دیدگاه‌های ریاضی و برنامه‌ی درسی

- مقدمه
- اساس‌گرایی در ریاضیات (جریان اصلی)
- منطق گرایی
- صورت‌گرایی
- شهودگرایی
- ماهیت ریاضی از دیدگاه اساس‌گرایی
- اساس‌گرایی و برنامه درسی ریاضیات
- آموزش ریاضی نزد افلاطون
- منطق‌گرایی و صورت‌گرایی در آموزش ریاضیات
- شهودگرایی در آموزش ریاضی
- انسان‌گرایی و نوگرایان مستقل (جریان دوم)
- اثبات و ابطال در کنار هم
- ماهیت ریاضیات از دیدگاه انسان‌گرایان
- انسان‌گرایی و برنامه درسی ریاضیات

مقدمـــه

آموزش ریاضی با دو شاخه‌ی علمی سروکار دارد. یکی دانش ریاضیات است و دیگری دانش مربوط به یادگیری انسان. اگرچه آموزش ریاضیات با آموزش علوم دیگر مشابهت‌هایی دارد ولی یقیناً تفاوت‌هایی بنیادی نیز دارد. باید سرشت و ویژگی‌های دانش‌آموز را بشناسیم و هم‌چنین چگونگی حصول شناخت در او را بدانیم. از طرف دیگر باید بدانیم که کسب دانش ریاضی و درک مفاهیم ریاضی چه معنایی دارد. بنابراین داشتن شناخت درستی از ماهیت ریاضی یکی از محورهای اساسی آموزش ریاضی است. به‌عبارت دیگر باید بدانیم که:

- ریاضی دربارهٔ چیست؟
- چه چیزِ، ریاضی را از درس‌های دیگر جدا می‌کند؟
- آیا یک دانش، کشف شدنی است یا ابداع شدنی است و یا ساختنی؟
- استنتاجی است یا استقرایی؟
- شهودی است یا منطقی؟
- مطلق است یا نسبی؟
- فوق انسانی است یا فعالیتی بشری است؟
- خطاپذیر است یا اصلاح‌پذیر یا چیزی دیگر؟
- دگرگونی‌پذیر است یا نه؟
- دارای کاربرد است یا نه؟
- آیا ارزش زیبایی شناختی دارد؟
- زیبایی ریاضی در چیست؟

در همهٔ این زمینه‌ها برداشت‌های نادرست و ابهامات ذهنی فراوانی موجود است که پاسخ دادن به این‌گونه پرسش‌ها نقش مهمی در شناخت و طراحی فرآیند یاددهی و یادگیری ریاضیات دارد. برای یافتن پاسخ‌های مناسب، ابتدا باید ریشه‌های فلسفی ریاضیات را بررسی نماییم. فلسفه‌های اساس‌گرایی و انسان‌گرایی در واقع دو سر طیفی از دیدگاه‌های فلسفی درباره‌ی ریاضیات هستند که یکی ریاضیات را پدیده‌ای کاملاً مستقل از انسان می‌داند و دیگری آن را پدیده‌ای کاملاً انسانی می‌شناسد.

اساس‌گرایی در ریاضیات (جریان اصلی)

ایمره لاکاتوش برای اوّلین بار عنوان «اساس‌گرایی» (Foundationism) را مطرح کرد. ریشه‌های اساس‌گرایی در ابتدا به گوتلب فِرگه و سپس به برتراندراسل (در مرحله کاملاً منطق‌گرا) و اِل- براوئر معلم شهودگرایی و دیوید هیلبرت اولین حامی صورت‌گرایی باز می‌گردد. لاکاتوش مشاهده کرد که با وجود گوناگونی دیدگاههایشان، همگی بر این باورند که ریاضیات باید دارای اساس یا اساس‌هایی محکم و استوار و مستقل از انسان‌ها باشد و تنها اختلاف این فلسفه‌ها بر سر این است که چه چیزی پایه و اساس ریاضیات است.

اساس‌گرایی ریشه‌های کهن دارد. قبل از فِرگه، هیلبرت و براوئر جانشین اِمانوئل کانت شدند و قبل از کانت، لایپنیتز و اسپینوزا و دکارت ادامه این سلسله در حرکت روبه عقب قرار می‌گیرند. نهایتاً افلاطون و فیثاغورس که پدربزرگ اساس‌گرایی است، زندگی می‌کرده‌اند. ریشه‌های این تفکر با آئین و خداشناسی نیز مرتبط است.

در «جریان اصلی» ریاضیات فوق انسانی، انتزاعی، ایده‌آل، خطاناپذیر، ازلی، فناناپذیر و جاودانه و کشف شدنی است. بزرگان این سلسله عبارتند از: فیثاغورس، افلاطون، دکارت، اسپینوزا، لایپنیتز و کانت (عضویت کانت در این گروه جزئی است).

نام فیثاغورس، امروزه برای نوجوانانی که مدرسه می‌روند آشناست و قضیه او درباره مثلث قائم‌الزاویه -که شاید مهم‌ترین قضیه ریاضیات باشد - از ریاضیات دوران نوجوانی تا اعماق ریاضی تعمیم‌وار جریان دارد. با این حال نشانه‌های تاریخی مؤید این نظریه هستند که آگاهی از این قضیه به دوران دورتر از یونان باستان باز می‌گردد. فیثاغورس بنیان‌گذار مکتبی در ریاضیات شد که پیش از آن نبود و اکنون نیز این اندیشه ادامه دارد. در مکتب فیثاغورسیان خداشناسی با ریاضیات پیوند می‌خورد و فلسفه اخلاقی و روحانی یونان را پدید می‌آورد.

دیدگاه فیثاغورسیان به‌وسیله افلاطون ادامه یافت و وحدت بین خداشناسی و ریاضیات آشکارتر شد. افلاطون نظریه مُثُل را ایجاد کرد و ریاضیات را متعلق به عالم مُثُل شمرد.

تا دوران رنسانس فلسفه ریاضی در رکود به‌سر برد و از این زمان به بعد با تحولات وسیع علمی، ریاضیات شکوفایی خود را آغاز کرد و مکاتب فلسفی جدیدی همزمان با گسترش و پیشرفت ریاضیات مطرح گردید. مهم‌ترین این دیدگاه‌های فلسفی درمورد ماهیت ریاضی در سه دسته منطق‌گرایی، صورت‌گرایی و شهودگرایی قابل بررسی هستند. ریشه منطق‌گرایی به لایپنیتز باز می‌گردد. سرمنشاء صورت‌گرایی و نقطه آغازین مکتب شهودگرایی به کانت می‌رسد.

منطـــق‌گرایی

فرگه، وایتهد و راسل از بنیان‌گذاران مکتب منطق‌گرایی در ریاضیات هستند. با این حال فرگه مستقل کار می‌کرد. در این

فلسفه منطق به‌عنوان پایه و اساس ریاضیات قرار دارد و ریاضیات را چیزی جز گسترش منطق نمی‌دانند. در این رهیافت، کار با منطق محض آغاز می‌شود و ریاضیات، بی آنکه به هیچ اصلی از ریاضیات متعارف نیاز داشته باشد، نتیجه می‌شود. گسترش منطق شامل بیان پاره‌ای از اصول منطقی است که از آن‌ها، قضایایی استنتاج می‌شود. این قضیه‌ها را می‌توان در استدلال‌های بعدی به کار گرفت. اصول متعارف منطق و نتایجی که از آن حاصل می‌شود کاملاً اختیاری است و به‌علاوه کاملاً صوری هستند. منطق بی‌آنکه هیچ محتوایی داشته باشد، تنها یک قالب صرف است. در نتیجه ریاضیات هم از هرگونه محتوای مادی تهی است و قالبی خشک و خالی دارد. تعبیرات فیزیکی و مادی که از اعداد و مفاهیم هندسه می‌شناسیم مربوط به ریاضی نیست. برنامه منطق‌گرایی مبتنی است بر:

۱- اصول متعارف منطق به‌عنوان پایه و اساس

۲- نهادهای اولیه، گزاره‌ها و توابع گزاره‌ای

صورت‌گرایی

افکار فلسفی کانت مبنای صورت‌گرایی است. ازنظر کانت نقش منطق در ریاضیات مانند نقش منطق در علوم دیگر است. اگرچه قضیه‌ها و نتایج ریاضی مبتنی بر اصول متعارف، به‌وسیله اصول منطق به‌دست می‌آیند ولی جدای از اصول منطق هستند و به‌طور کلی نمی‌توانند تجلّی خاصی از اصول منطق باشند. هیلبرت با الهام از تفکرات کانت و با توجه به ایرادهای (تناقضات) منطق‌گرایی، برنامه‌ای را در ساختمان و فلسفه ریاضی تدوین کرد که صورت‌گرایی نامیده می‌شود.

طبق نظر هیلبرت چیزی که در استنتاج‌های منطقی و احکام مرکب منطق مفروض است، قبل از آن در معلومات و فرض‌های اولیه تفکر و تعقل در ذهن آدمی وجود دارد. یعنی ریاضیدان در ذهن خود، از پیش، اشیاء غیر منطقی متعینی را که از طریق حدس فلسفی برای او آشکار است- بدون واسطه کسب می‌کند. این اشیاء ریاضی هستند که تفکر ریاضی او را می‌سازند. یعنی بر خلاف منطق گرایان که ریاضیات را مبتنی بر اصول مسلم منطق قابل ساخته شدن می‌دانند صورت‌گرایان اصول اولیه ساختمان ریاضی را در وجود اشیاء ضروری فرا منطقی باز می‌شناسند. برنامه صورت‌گرایی مبتنی بر درک مفاهیم اصلی زیر است:

۱- ریاضیات شامل ترسیمی از اشیاء و ساختمان‌های متعین است.

۲- اتصال عناصر آرمانی به یک قضیه ریاضی مستلزم اثبات سازگاری دستگاه ریاضی است.

بنابراین می‌توانیم تعریف صورت‌گرایی از ریاضیات را بیان کنیم:

«ریاضیات علم دستگاه‌های صوری است. یعنی بر خلاف منطق‌گرایی، ریاضیات گام به گام به وسیله اثبات سازگاری دستگاه‌های صوری ساخته می‌شود و یک نظام کلی منطق غیرمرتبط با موضوع مُدرِک نیست، و همواره رابطه مُدرِک و

مُدرَک در ساختمان ریاضی از جمله شرایط اولیه است.»

می‌توان دستگاه‌های صوری را به‌صورت زیر توصیف کرد:

یک دستگاه صوری شامل :

الف) یک زبان رسمی (گردایه‌ای از نهادها، به همراه قواعدی روشن که عبارت‌های این زبان را تشکیل می‌دهند.)

ب) گردآیه‌ای از احکام یا اصول

پ) یک دستگاه استنتاجی (گردایه‌ای از قواعد بدون ابهامی که به هنگام نتیجه گیری حکمی از حکم‌های دیگر به کار می‌روند)

در یک دستگاه صوریِ مفروض، قضیه‌ها آن‌هایی هستند که با گام‌های متناهی از اصول نتیجه می‌شوند. مطالعه دستگاه‌های صوری همان مطالعه این احکام و قضیه‌ها می‌باشند. بنابراین ریاضیات شامل مُشتی فرمول است و فقط و فقط از اصول، تعاریف و قضیه تشکیل شده است!

شهودگرایی

شهودگرایی با اهمیت‌ترین مکتب مبانی ریاضیات است. بنابراین فلسفه، نقش تعقل و حدس فلسفی ریاضیدان، نقشی اساسی است. شهودگرایی ریاضیات را یک کُنش فلسفی توسط موضوع مُدرِک می‌داند و نتایج این کُنش را کشف حقایق می‌شناسد، حقایقی که مستقل از اندیشه وجود دارند. شهودگرایان این امکان را نمی‌پذیرند که ساختمان ریاضی به‌وسیله یک «ماشین» بر مبنای ضوابط منطقی و صوری ایجاد می‌شود.

کانت از جمله فیلسوفانی بود که «شهود» در فلسفه او نقش مهمی دارد. به عقیدهٔ او هیچ‌گاه بزرگ‌ترین عدد مشخص وجود پیدا نمی‌کند، زیرا همیشه می‌توان عدد بعدی را شمرد. بنابراین بزرگ‌ترین عدد اصلی نمی‌تواند وجود داشته باشند. به‌طور مشابه کانت معتقد بود در هندسه حداکثر طول نمی‌تواند وجود پیدا کند، زیرا با وجود این‌که یک خط را می‌توان از دو طرف امتداد داد، اما به‌طور نامتناهی نمی‌توان آن را امتداد داد. (چون این عمل محتاج داشتن وقت نامتناهی است که تحقق‌پذیر نیست) به این ترتیب کانت به جای پیروی از نظریه بی‌نهایت بالفعل، نظریه بیکران بالقوه یا کلیات نامعین را ابراز کرد.

در سلسله ریاضیدانان کرونکر نخستین کسی بود که به بیان اندیشه‌های شهودگرایی پرداخت. کرونکر شیوهٔ افراطی ریزسنجی و دقیق وایراشتراس را نمی‌پسندید و کارکانتور روی نظریه مجموعه‌ها و اعداد ترانسفینی (فرامتناهی) را ریاضیات نمی‌دانست و به‌نظر او نوعی جادوگری می‌آمد. کرونکر موجودیت اعداد طبیعی را از این‌رو که «شهوداً» قابل درکند، می‌پذیرفت. معتقد بود تنها اعداد طبیعی «آفریدهٔ خدا» هستند و بقیه ساخته ذهن بشرند. او به بسیاری از بخش‌های

ریاضیات ایراد می‌گرفت و معتقد بود که آنان روش‌های ساختنی و یا معیارهایی که بتوان به وسیله آن‌هاو با طی مراحل متناهی اشیای مورد بحث را معین کرد، ارائه نمی‌کنند. براوئر اولین کسی است که این فلسفه را به‌طور صریح و تکامل یافته تبیین کرد.

ازنظر براوئر «شهود اساسی» عبارتست از حدوث رشته‌ای از قضایا در یک توالی زمانی. طبق‌نظر براوئر تفکر ریاضی فرایندی ساختنی است که دنیای ویژه خود را، مستقل از جهان تجربیات ما بنا می‌کند. ریاضیات طراحی آزادی است که تنها با لزوم پایه‌ریزی براساس «شهود اساسی» مقید می‌شود. براوئر معتقد است که تنها اساسی که برای ریاضیات امکان‌پذیر است، باید براین فرایند ساختنی، که با لزوم پیروی از پذیرش یا رد قوهٔ شهود مقید می‌شود، پی‌ریزی شده باشد. مفاهیم ریاضی مقدم بر زبان، منطق و تجربه در ذهن انسان‌ها جای گرفته‌اند. درستی و قابلیت پذیرش مفاهیم ریاضی نه با تجربه یا منطق، بلکه با شهود محک می‌خورد.

از دیدگاه شهودگرایان عالم شهود ریاضی در برابر عالم ادراک علّی قرار دارد. زبان که وسیله‌ای برای تفاهم عمومی است. نه به عالم ریاضی بلکه به قلمرو ادراک علّی تعلق دارد. زبان به یاری اصوات و نمادها رونوشت‌هایی از افکار موجود در ذهن انسان را بازسازی می‌کند. اما اندیشه‌های بشری، هرگز به‌طور کامل قابل نمایش نیستند.

زبان ریاضی و زبان نمادین همین وضعیت را دارند. مفاهیم ریاضی مستقل از رونمای زبانی‌شان بوده و بسیار غنی‌تر از این رونما هستند. اصول شهودگرایی توسط براوئر به‌صورت دو کنش اصلی (بینش فلسفی) عنوان شده‌اند:

۱- اولین کنش یا بینش و کشف، به کلی ریاضیات را از زبان ریاضی و از زبان منطقی جدا می‌کند و در نتیجه ریاضیات یک کنش ذهنی و ماسوای زبان است و این کنش بر تصوری از امتداد زمان که توسط قوهٔ حافظه در ذهن باقی می‌ماند، مبتنی است.

۲- کنش دوم، حدسی اساسی درباره‌ی ریاضیات می‌باشد که تصوری از چیستی کُل ریاضیات است. شهودگرایی معتقد است که ریاضیات دارای ماهیتی است قائم به ذات که در لحظات بینش فلسفی و یا آنات اشراق در ذهن متصور می‌شود و از این طریق یک موضوع مُدرِک محدود با ماهیتی قائم بر ذات و نامتناهی مربوط می‌شود. بنابراین ریاضیات هم از محسوسات و هم از روابط منطقی که مفاهیم و امکان بیان شدن مفاهیم را مرتبط می‌سازد، جداست.

شهودگرایی به فرایند ساختن تأکید اساسی دارد و معتقد است آنچه با ساخت و سازی متناهی به‌دست می‌آید ریاضیات معتبر است، از این‌رو ساختگرایی نیز نامیده می‌شود.

در این راهنما بر شهودگرایی در برابر منطق‌گرایی و صورت‌گرایی تأکید شده است چون منطق‌گرایی و صورت‌گرایی در لایه‌های خاصی از تجرید ریاضی حضور دارند اما شهودگرایی در سراسر پهنه‌ی تجرد ریاضی جاری است و به آموزش ریاضی در سطوح مختلف نظر دارد.

ماهیت ریاضی از دیدگاه اساس‌گرایی

اگر بخواهیم اساس‌گرایی را مبنای فلسفی ریاضیات قرار دهیم، ماهیت ریاضیات چنان است که گویی موجودات ریاضی، واقعی هستند. وجودشان کاملاً مستقل از شناخت ما از آن‌ها و مستقل از ذهن ما، یک واقعیت عینی و خارجی است. این اشیاء و موجودات متعلق به عالم ظاهر نیستند یعنی فیزیکی و مادی نیستند. آن‌ها خارج از فضا و زمان فیزیکی وجود دارند. ازلی هستند و جاودانه و لایتغیر. به این معنی که به‌وجود نمی‌آید یا ساخته نمی‌شوند و دگرگونی نمی‌پذیرند و نابود نمی‌شوند. هر پرسش معناداری درباره یک موجود ریاضی پاسخی معین دارد، چه قادر به یافتن آن باشیم، چه نباشیم. مجموعه‌های نامتناهی، مجموعه‌های نامتناهی شمارا، خمینه‌های بی‌نهایت بعدی، خمهای فضا پرکن و خلاصه همه موجودات ریاضی معین و با خواص معین هستند که بعضی از آن‌ها را می‌شناسیم و برخی دیگر را نمی‌شناسیم. اشیاء ریاضی دارای معانی معنوی و روحانی هستند. آموزش آن‌ها موجب تربیت درست و حرکت به‌سوی کمال مطلوب است. یادگیری آن موجب سفر از ظلمت به نور است و روح را تلطیف می‌کند. همه‌اش زیبایی واقعی است. چون هر چیز را هم به‌صورت واحد می‌بینیم و هم به‌صورت کثیر. بنابراین ادراک ما همیشه واحد را با ضد آن (کثیر) دریافت می‌کند و چون تنها ادراک‌های حسی که فکر را بیدار می‌کنند آن‌هایی هستند که با ضد خود درک می‌شوند (یعرف الاشیاء باضدادها)، بنابراین اعداد همگی باعث بیداری فکر می‌شوند. پس دانش ریاضیات آدمی را به مشاهدهٔ جهان حقیقت رهنمون می‌سازد. قوانین جامعه باید آموختن حساب را واجب بشمارد. ریاضیات را نه تنها باید برای نیازهای روزانه آموخت، بلکه باید آن را چنان فراگرفت که بتوان با دیده‌ی روح، ذات و ماهیت اعداد را رؤیت کرد. در این صورت روح از دنیای کُون و فساد برگردانده شده به جهان حقیقت معطوف می‌شود. این دانش تنها باتفکر و برهان عقلی دریافتنی است و دارای این خاصیت است که روح آدمی را مجبور می‌سازد برای دست‌یابی به حقیقت از تفکر انتزاعی یاری جوید و لذا حرکت به‌سوی عالم بالا و رسیدن به کمال محقق گردد.

اساس‌گرایی و برنامه‌ی درسی ریاضیات

چه رابطه‌ای بین فلسفه ریاضی و برنامه درسی ریاضی و آموزش ریاضی وجود دارد؟ آیا آموزش ریاضی پیامد فلسفه ریاضی است؟ مسلم است که اگر فلسفه ریاضی با این حقیقت که ریاضیات آموختنی و یادگرفتنی است، سازگار باشد، آن‌گاه در آموزش و تدریس ریاضی تأثیرگذار و مورد عنایت است. چنانچه فلسفه‌ای ماهیت ریاضی را غبارآلود و ابهام‌آمیز معرفی کند، آموزش‌پذیری ریاضیات غیرقابل دسترس می‌شود. از منظری دیگر، اگر فلسفهٔ ریاضی‌ای ماهیت ریاضی را چنان تبیین کند که پیدایش، توسعه و آموزش آن را وابسته به بعضی از ابزارهای شناختی انسان بداند، آن‌گاه این دیدگاه در برابر فلسفه‌ای که پیدایش، توسعه و آموزش ریاضی را به‌وسیلهٔ همهٔ ابزارهای شناختی انسان ممکن بداند، با محدودیت بیشتری روبه‌رو است و کمتر مورد توجه قرار خواهد گرفت. ما این معیارها را به‌عنوان محکی برای بهره گیری از فلسفه‌های گوناگون ریاضیات در نظر می‌گیریم و سپس رویکردها را براساس آن تعیین می‌کنیم. بنابراین محک ما بر پایهٔ دو محور استوار است:

۱- آموزش‌پذیری،

۲- به کارگیری هرچه بیشتر ابزارهای شناختی انسان.

آموزش ریاضی نزد افلاطون

فیثاغورسیان و افلاطون در مورد ماهیت ریاضیات معتقد بودند موجودات ریاضی مستقل از ذهن بشر، مستقل از حس و تجربه، مکان و زمان هستند، ازلی و فناناپذیرند؛ علاوه بر این‌ها ریاضیات با الهیات مربوط است. اعداد طبیعی در نزد فیثاغورسیان دارای معانی معنوی و روحانی بود. افلاطون معتقد بود ریاضیات دانش اساسی برای حرکت از ظلمت به سوی نور است و رسیدن به کمال مطلوب از مسیر ریاضی میسر می‌شود. برای تربیت شایستگان و زمامداران و سرداران صالح، برنامه آموزشی باید متکی بر ریاضیات باشد. بر همین اساس یادگیری ریاضی برای همه یکسان نیست و آن‌ها که استعداد طبیعی آموختن ریاضی را دارند می‌توانند همه دانش‌ها را بیاموزند ولی کُندذهن‌ها هرچند سودی از آن نمی‌برند ولی درکشان بیشتر می‌شود.

بنابراین ریاضیات را در انحصار نخبگان قرار می‌دهد و آموزش‌پذیری آن زیر سؤال می‌رود. از سوی دیگر اگر موجودات ریاضی را با تعابیر خاص خداشناسی قرین بدانیم آن‌گاه پیدایش مفاهیم جدید، بدعت و کفرگویی قلمداد می‌شود کما این‌که درمورد پیدایش $\sqrt{2}$ چنین اتفاقی افتاد و سال‌ها این مسئله را مخفی کردند و این جلوگیری از پیشرفت علم ریاضی بود و لذا از منظر آموزشی مورد اعتنا نیست. نخبه گرایان در آموزش با افلاطون گرایان در فلسفه کاملاً تطبیق می‌کنند و سازگاری دارند و این نیز محدودیت برای آموزش ایجاد می‌کند. در این‌جا نمونه‌ای از گفت‌وشنود معلمین افلاطون‌گرا را

که آموزنده است یادآور می‌شویم (هرش ۱۹۹۸):

«معلم فکر می‌کند که جهان ریاضیات را که جهان دیگری است، می‌شناسد. (یا می‌بیند). دانش‌آموز متقاعد شده است که معلم او واقعاً جهان ریاضیات را می‌بیند. ولی راهی وجود ندارد که دانش‌آموز باور کند که او نیز به دیدن جهان ریاضی نزدیک شده است!»

ملاحظه می‌کنیم که با این تفکر، ریاضیات دور از دسترس قرار می‌گیرد. در این‌جا لازم است به این مسئله اشاره کنیم که از دیدگاه افلاطون و فیثاغورس آثار تربیتی و اخلاقی (تربیت فکر و شخصیت) ریاضی بسیار مهم‌تر از کاربرد آن در زندگی واقعی بوده است و لذا محور برنامه آموزشی افلاطون برای جامعه آرمانی، ریاضیات است. این منظر ریاضیات یعنی تأثیر اخلاقی و تربیتی و فرهنگی ریاضی در اکثر دیدگاههای فلسفه به‌ویژه دیدگاه انسان‌گرایی مورد توجه است و کسی آن را رد نمی‌کند. نکته مهم دیگر این است که افلاطون معتقد است «اعداد تنها با تفکر دریافتنی هستند و دارای این ویژگی‌اند که روح آدمی را مجبور می‌سازند برای دست‌یابی به حقیقت، از تفکر انتزاعی یاری بجوید.» این دیدگاه این پیامد را دارد که حس و تجربه نقشی در یادگیری ریاضی ندارند و تنها تفکر محض و برهان عقلی موجب یادگیری ریاضی می‌شود. بنابراین نقش مسائل واقعی، کاربرد و ارتباط با زندگی، در این آموزش مورد توجه و تأکید نیست و این باور برنامه درسی ریاضی و تدریس ریاضی را دگرگون می‌کند.

منطق‌گرایی و صورت‌گرایی در آموزش ریاضیات

از دوران یونان باستان به سده‌های اخیر می‌آییم و فلسفه‌های منطق‌گرایی و صورت‌گرایی که در جریان اصلی فلسفه ریاضی قرار دارد مورد نقد قرار می‌دهیم. ازنظر راسل (مورتیس، ۱۹۵۸): «ریاضی محض، ردهٔ تمام گزاره‌هایی به شکل «p نتیجه می‌دهد q» است که p و q گزاره‌هائی شامل یک یا چند متغیر هستند و هیچ‌یک از دو گزاره p و q ثابتی به جز ثابت‌های منطقی ندارند». اگر اساس ریاضی این‌گونه گزاره‌های شرطی منطق باشد بنابراین برنامه درسی ریاضی باید شامل پیش‌نیاز منطق صوری باشد. یعنی ابتدا منطق صوری آموزش داده شود و سپس ریاضیات را در قالب منطق ریخته آموزش داد! تدریس ریاضی نیز همواره باید ساختار منطقی را محور قرار دهد و در هر مرحله ابتدا بر آن تأکید کند و سپس بر مفهوم ریاضی، آن‌هم در قالب منطق ریخته‌شدهٔ آن. در این صورت نقش شهود و فعالیت‌های فکری غیررسمی ریاضیات کم‌رنگ شده و قسمت اعظم توانایی انسان درگیر یادگیری ریاضی نمی‌شود. طبیعی است که در آموزش ریاضی محدودیت ایجاد شده، به‌راحتی به زندگی واقعی پیوند نمی‌خورد و لذا براساس محک ما این دیدگاه نیز در آموزش نمی‌تواند محور قرار گیرد. این تصور که تنها باید براساس منطق صوری ریاضیات را آموخت در جامعه آموزشی ما طرفداران بسیار دارد و در آموزش دبیرستانی بر آن تأکید می‌کنند. ریشه این باور از منطق‌گرایی راسل نشأت می‌گیرد و در

دههٔ پنجاه شمسی وارد برنامه‌های دبیرستانی ما شد. نکته قابل توجه این است که بعضی از طرفداران این دیدگاه در کشور ما، خود به این شیوه ریاضیات را نیاموخته‌اند! از طرف دیگر در همان دوران پیدایش مکتب منطق‌گرایی، بسیاری از ریاضی‌دان‌ها با آن مخالفت کردند و به‌طور کلی این تفکر که ریاضیات بخشی از منطق است و باید در قالب آن آموزش داده شود، مورد تأیید قرار نگرفت و اکنون نیز محل اعتنا نیست.

صورت‌گرایی هیلبرت بیش از منطق‌گرایی راسل بر برنامه درسی مدرسه تأثیر گذاشت. اگرچه صورت‌گرایی و تجرید در ریاضیات قطعاً معادل نیستند ولی جهت‌گیری مجرد بسیاری از تحقیقات ریاضی در این قرن دیدگاه صورت‌گرایی را تقویت کرده است به‌عنوان مثال مارشال استون اظهار می‌دارد: «وقتی که مقایسهٔ بین ریاضیات امروز را با ریاضیات اواخر قرن نوزدهم متوقف کنیم، ممکن است از چگونگی رشد سریع دانش ریاضی، هم ازنظر کیفیت و هم ازنظر کمیت متحیر شویم. نباید چشمانمان را بروی این واقعیت ببندیم که چگونگی این رشد و توسعه با تأکید بر تجرید و دغدغه فزایندهٔ نسبت به ادراکات و تجرید و تحلیل الگوهای وسیع ریاضی ارتباط نزدیک داشت. در واقع، با بررسی دقیق‌تر می‌بینیم که این جهت‌گیری جدید که تنها با جدایی ریاضیات از کاربردهایش به‌وجود آمد، منبع حقیقی رشد بی‌سابقهٔ ریاضی در قرن حاضر شده است.»

در برابر این دیدگاه درسی و دومین سالنامهٔ شورای ملی معلمان ریاضی (NCTM) تصویر کمتر درخشانی ارائه می‌کند: «تمایل تحقیقات ریاضی امریکا به محض بودن زیاد، و به حوزهٔ مبانی ریاضی به جای ریاضی کاربردی، در قرن بیستم نیز ادامه یافت و تبدیل به یک ناتوانی و معلولیت ملی واقعی در جنگ جهانی دوم شد.»

ولادیمیر ایگورویچ آرنولد می‌گوید: «اصل موضوعی کردن و جبری کردن ریاضیات، پس از پنجاه سال، باعث شده تعداد بسیار زیادی از متون ریاضی غیرقابل خواندن باشد به‌طوری که خطر از دست رفتن کامل ارتباط (ریاضیات) با فیزیک و علوم طبیعی بیش آمده است.»

این اظهارنظرها درمورد وضعیت ریاضیات ناشی از صورت‌گرایی جنبه‌های مثبت و منفی صورت‌گرایی را آشکار می‌کند ولی وضعیت در مدرسه (پیش از دانشگاه) همراه با جنبه‌های مثبت نبود. یکی از آشکارترین دلالت‌های تأثیر تفکر صورت‌گرایی مجرد در ریاضی مدرسه در امریکا را می‌توان از زبان ای.چی- بیگل فقید شنید. ریاضیدانی که آموزشگر شد و رئیس گروه بسیار با نفوذ «گروه مطالعات ریاضیات مدرسه» (SMSG) در ایالات متحده شد. او گفت: «من ریاضیات را مجموعه‌ای از نظام‌های نمادین، مجرد و از درون مرتبط می‌بینم»

ملاحظه می‌کنیم که چگونه صورت‌گرایی مجرد وارد برنامه درسی ریاضی شد و برنامه درسی ریاضی را دگرگون کرد. حال نظر یکی از منتقدان صورت‌گرایی را درمورد تأثیر این فلسفه در برنامه درسی ریاضی مرور می‌کنیم. هرش می‌گوید:

«نیمه گذشته قرن، شاهد ظهور صورت‌گرایی به‌عنوان پر طرفدارترین دیدگاه در فلسفه ریاضی بوده است. در همین دوره، شیوهٔ غالب شرح و تفسیرها در مجله‌ها و کتاب‌های درسی و رساله‌ها، اصرار بر ارائه جزئیات دقیق تعریف‌ها و اثبات‌ها بوده است. به‌علاوه بر حذف یا می‌نیمم‌کردن بحث، راجع به این‌که چرا روش جذاب است، یا چرا از یک روش خاص اثبات استفاده شده است نیز اصرار ورزیده نشده است... تصور فرد از آنچه که ریاضی است بر تصور او از این‌که چگونه ریاضی ارائه شود تأثیر می‌گذارد.»

مثال دیگر، ورود نظریه مجموعه‌ها و اصول موضوع به برنامه‌ی درسی ریاضی دبیرستان در طی دههٔ ۶۰ میلادی بوده است. این اتفاق، آنچنان که گاهی به‌نظر می‌رسد یا بعضی از منتقدان تصور می‌کنند، یک انحراف غیرقابل توضیح نیست. این پیامد قابل پیش‌بینی دیدگاه صورتگرایی بود که تمام ریاضیات را به نظام‌های اصل موضوعی بیان شدهٔ در زبان نظریه مجموعهٔ کاهش داد.

اکنون اگر صورت‌گرایی مبنای برنامه‌ی درسی ریاضی باشد، تأکید بر آموزش نمادهای جبری و نظریه مجموعه‌ها در ابتدای آموزش و به‌عنوان زیربنای محتوای ریاضیات، پرهیز از تلاش برای معنادارکردن آن‌ها، تأکید بر دستگاههای مجرد و صوری ریاضیات به‌عنوان اساس و پایه ریاضیات محور قرار می‌گیرد. در این مورد می‌توان برنامه درسی دههٔ پنجاه کشورمان، که کاملاً متأثر از صورت‌گرایی در غرب بود، را به‌عنوان نمونه در نظر گرفت. در دوره راهنمایی نیز تأکید بر دستگاههای اصول موضوعی اعداد، شامل اعداد طبیعی، اعداد صحیح و اعداد حقیقی بود و اصول موضوع این دستگاهها به‌عنوان خواص آن‌ها فهرست می‌شد و استدلال‌های از جمله منحصر به‌فرد بودن قرینه یک عدد، وارون یک عدد براساس خاصیت‌ها در دوره راهنمایی نیز وجود داشت (کتاب‌های ریاضی راهنمایی دهه پنجاه شمسی) وضعیت در دبیرستان بسیار شدیدتر بود، کتاب‌های ریاضیات جدید در هر چهار سال دبیرستان (رشته ریاضی) متکی بر نظریه مجموعه‌ها، منطق صوری، دستگاههای اصل موضوعی (گروه، حلقه، میدان، فضای برداری و دستگاه بُولی) بود و صورت‌گرایی محض و منطق‌گرایی در همه جای آن برنامه درسی ریاضی آشکار بود. هنوز بعضی از آن سنت‌ها (دستگاه اعداد حقیقی به‌عنوان میدان اعداد حقیقی) پا برجاست. اگرچه بسیاری از آن‌ها در برنامه ریاضی کنونی وجود ندارد. البته در ابتدای نظام جدید آموزش متوسطه، درس هندسه با صورت‌گرایی افراطی و اصل موضوعی شدیدتر از گذشته ارائه گردید و موفق نبود. این رویکرد در برنامه درسی در غرب به‌سرعت مورد انتقاد ریاضی‌دانان (بیانیه ۶۲) قرار گرفت و اکران آن طول عمر کوتاهی داشت. ولی آثار آن تا مدت طولانی ادامه داشت. اگر ریاضیات مشتی فرمول و نماد و دستگاههای اصل موضوعی بی‌معناست، چگونه می‌توان آن را تدریس کرد طوری که همراه با درک و فهم باشد؟

با این فلسفه، ریاضیات با تاریخ بشر پیوند نمی‌خورد و ریاضی ارزش فرهنگی نخواهد داشت. صورت‌گرایی محض

موجب می‌شود بین شاگردان و ریاضی فاصله ایجاد شود و آن‌ها نخواهند توانست ریاضیات را با زندگی و آرزوهایشان پیوند بزنند و چرایی آن برایشان بی‌پاسخ است! این‌ها از جمله عواملی هستند که آموزش‌پذیری ریاضیات را با ابهام مواجه می‌کنند و بنابر این دلایل، ریاضیات نمی‌تواند زیربنای مناسبی برای آموزش ریاضیات باشد.

شهودگرایی در آموزش ریاضی

در دهه سوم و چهارم قرن بیستم مکتب جدیدی در ریاضیات پدید آمد که تأثیر بنیادی در آموزش ریاضی در دانشگاههای غرب گذاشت و دامنه آن به مدرسه نیز سرایت کرد. طبق گفته اندره ویل نقطه آغاز از بحث بر سر تدریس قضیه استوکس در حسابان، هنگام صرف نهار، پدیدار شد و آرام آرام این ایده که تدریس ریاضی، برنامه ریاضی و کتاب‌های درسی دانشگاهی نیازمند توجه است، شکل گرفت. گروهی از ریاضی‌دانان جوان با تشکیل جلساتی تصمیم به تألیف کتاب ریاضی گرفتند و نام مستعار بورباکی را برای خود برگزیدند. بحث تألیف و مباحثه‌ها، بحث‌های جانبی دیگری را وارد جریان کرد و مکتب بورباکی شکل گرفت. دیدگاههای منطق‌گرایی و شهودگرایی و صورت‌گرایی همه در این گروه نقش داشتند. بورباکی از سلسله اساس‌گرایان است و به ساختارها به‌عنوان اساس ریاضیات عنایت بسیار داشتند. آن‌ها نظریه مجموعه‌ها و منطق را مورد توجه زیاد قرار دادند. سه ساختار اساسی را برای زیربنای ریاضیات برگزیدند و معتقد بودند بقیه ساختارهای ریاضی از آن‌ها به‌دست می‌آید. این سه ساختار عبارتنداز:

۱- ترتیب (به مفهوم قرارگرفتن اشیاء یکی بعد از دیگری)

۲- جبر(مجموعه‌ها و عملیات روی آن‌ها)

۳- توپولوژی (همسایگی‌ها، بسته بودن)

به‌همین دلائل به ساختارگرایان مشهور شدند. برنامه این گروه نظام آموزش ریاضی در دانشگاهها را متحول کرد و کتاب‌های غنی ریاضی براساس این ساختارهای ریاضی تألیف گشت و مورد استقبال قرار گرفت. دیودونه یکی از ریاضی‌دانان بزرگ این گروه است که پس از موفقیت این گروه در دانشگاهها در سخنرانی خود اظهار کرد که: برنامه بورباکی برای آموزش ریاضی می‌تواند در دبیرستان نیز به اجرا در آید.

طبق نظر هرش، بورباکی‌گرایی و ساختارگرایی با تغییر سبک‌ها اکنون از مُد افتاده است و محل اعتنا نیست. این دیدگاه بعداً توسط استیوارت شاپیرو (Stuart Shapiro) و میخائیل رِزنیک (Michael Resnik) دچار تغییرات اساسی شد و ریاضیات را به‌عنوان «علم الگوها» در نظر گرفت، به‌طوری که دیگر همان مکتب اولیه نیست. براساس انتقادهایی که به تعریف جدید گرفته شد تعریف ریاضیات در ساختارگرایی متحول شد و ریاضیات به‌عنوان «مطالعه الگوهای ریاضی» تعریف شد. اما توضیح دادن «الگوهای ریاضی» ساده‌تر از «ریاضیات» نیست. در همین مورد پنلوپ مدی (Penelope

(Maddy در کتاب «واقع‌گرایی در ریاضیات» می‌گوید که ساختارگرایی تنها در بیان شفاهی با واقع‌گرایی نظریه مجموعه‌ای تفاوت دارد.

نکته قابل توجّه، همزمانی کارهای روان‌شناسی و معرفت‌شناسی پیاژه درمورد ریاضیات است که کاملاً هماهنگ با مکتب بوربا کی است و همان دیدگاه را برای کار خود انتخاب کرده بود که مضرات و فواید گوناگون داشت. این همزمانی در ریاضیات و معرفت‌شناسی یکی از عوامل اصلی برنامه درسی ریاضی در دوران ریاضیات جدید در دهه ۶۰ میلادی در غرب است و حاکی از تأثیر مستقیم بر برنامه درسی ریاضی مدرسه دارد.

منطق‌گرایی، صورت‌گرایی، بوربا کی‌گرایی و دیدگاههای پیاژه و برونر از عوامل اصلی برنامه درسی ریاضی در دوران ریاضیات جدید در غرب بود که عمری کوتاه داشت! یکی از آموزه‌ها و اندرزهای این تحولات این است که نباید تصور کرد که موفقیت‌ها در سطوح بالای ریاضیات تأییدی بر به کارگیری و کارآمدی همان روش‌ها و رویکردها در مدرسه است.

متأسفانه دوران ریاضیات جدید در دبیرستان‌های ایران به دلیل بروز نبودن برنامه‌ی درسی، سال‌های زیادی پابرجا بود و یادگیری دانش‌آموزان به سمت توجّه به ریاضیات نهادین گرایش پیدا کرد و از توجّه به عمق مفاهیم آن منحرف شد.

انسان‌گرایی و نوگرایان مستقل (جریان دوم)

فرگه، راسل، کارناپ انسانی‌گرایانی هستند که ریاضیات را یک فعالیت بشری بلکه یک آفرینش و خلق بشری می‌بینند. با این تفسیر ارسطو سر سلسله انسان‌گرایان است. لاک، هیوم و میل از این دسته‌اند.

فیلسوفان مدرن که خارج از سنت‌گرایی راسل قرار داشتند و ما آن‌ها را نوگرایان مستقل (Mavericks) می‌نامیم که عبارتند از: پیرس، دِوی، سایرز، ویتگنشتاین، پوپر، لاکاتوش، وُنگ، تیماچکو و کیتخر. در این رده تعدادی از نویسندگان ارزشمند وجود دارند که فیلسوف نیستند؛ از جمله پیاژه روانشناس، لِشلی وایت انسان‌شناس، دیوید بلور جامعه‌شناس، میشل پولائیی شیمی‌دان، ماریو بُونگ فیزیکدان و آموزشگرانی چون پل ارنست، گیلاهانا، آنااسفرد و ریاضیدانانی همانند پوانکاره، آلفرد رنیی، جورج پولیا، ریموند وایلدر، فیل دیویس و برین روتمن در همین راستا هستند.

ارسطو از اولین فلاسفه‌ای است که ریاضیات را فعالیتی بشری می‌داند. اگرچه ارسطو همانند افلاطون معتقد است که علم بر محسوسات (که جزئیات‌اند) تعلق نمی‌گیرد، بلکه فقط به کلیات معلوم که به وسیله عقل ادراک می‌شوند، تعلق می‌گیرد ولیکن اختلاف شاگرد و استاد از این‌جا شروع می‌شود که افلاطون کلیات معقول را موجود واقعی می‌داند و مستقل از ذهن و فیزیک و ماده و حس و تجربه، ازلی و ابدی، و بر این اساس نظریه عالم مُثُل را بیان می‌کند در صورتی که ارسطو جدایی کلیات از محسوسات را تنها در ذهن قائل است و نه در خارج. حس را مقدمه علم و افراد را موجود حقیقی می‌داند. او معتقد است که ذهن از اشیاء و محسوسات یک صورت مجرد ایجاد می‌کند و این صور مجرد ساخته ذهن بشرند و عالم واقع همان دنیای مادی است. طبق نظر ارسطو نکته اصلی این است که جهان تجربی ما، جهان اشیاء منفرد و ملموسی است که بر یکدیگر کنش و واکنش دارند. در بررسی این اشیای جزئی از خصوصیاتی آگاه می‌شویم که برای بسیاری از افراد مشترکند. این خصوصیات ازنظر ارسطو واقعی، عینی و فرداند. کشف حقیقت و ماهیت آن‌ها که صورتش در ذهن مصور می‌شود از راه مشاهده و استقراء در احوالشان که منتهی به دریافت حد و رسم آن‌ها می‌شود، میسر می‌گردد.

اگرچه تجربه گرایانی چون جان لاک، دیوید هیوم و جان استیورات میل در سلسله جریان انسان‌گرایی قرار دارند ولی با توجه به هدفمان، بر روی دیدگاه‌های پوپر و لاکاتوش متمرکز شده و از پرداختن به نظریات آن‌ها درمی‌گذریم.

در سال ۱۹۳۴ میلادی کارل پوپر فلسفه علم را با بیان افراطی زیر درمورد حصول علم متحول کرد. او اظهار کرد که: «تصدیق کردن و محق دانستن استدلال استقرایی نه ممکن است و نه لازم! نظریه‌های علمی به‌طور استقرایی از حقایق به‌دست نمی‌آیند. آن‌ها به‌عنوان فرضیه‌ها، تفکرات عمیق و حدس‌ها ابداع می‌شوند و سپس موضوعی برای آزمایش‌های تجربی می‌شوند که کارشناسان و متخصصین خبره برای رد آن‌ها تلاش کنند. یک نظریه علمی است، هرگاه قابلیت آزمایش شدن و در معرض ابطال قرارگرفتن را داشته باشد و از آن به سلامت بیرون آمده باشد. شاید یک نظریه در برابر آزمایش‌ها

طول عمر بیشتری داشته باشد و در آزمایش تجربی تصدیق شود ولی هرگز نتوان آن را ثابت کرد. حتی اگر یک نظریه علمی به‌طور عینی درست باشد، هرگز نمی‌توان آن‌را قطعی و یقینی دانست. ایده‌های پوپر گاهی یک طرفه و ناقص به‌نظر می‌رسند ولی نقدگرایی او از استقراگرایان متعصب، یک دگرگونی اساسی در این‌که مردم درباره دانش علمی چگونه می‌اندیشند، ایجاد می‌کند.

در جریان انسان‌گرایان جدید پوپر از اهمیت خاصی برخوردار است. نظریه عالم‌های سه‌گانه او تبیین جالبی درمورد فلسفه علم است و با توجه به قرارگاه ریاضی در یکی از این سه عالم می‌توان راجع به چیستی و ماهیت ریاضی دیدگاهی به‌دست آورد. طبق تقسیم‌بندی پوپر عالم اول همان جهان مادی است، جهان جرم و انرژی و خلاصه دنیای ابر و باد و مه و خورشید است. عالم دوم یا عالم آگاهی طی روند تکامل زیستی از جهان مادی (جهان اول) منتج می‌شود. اندیشه‌ها، عواطف و هشیاری واقعیت‌های غیرمادی هستند. هر چند وجود این‌ها را نمی‌توان از وجود ارگانیسم‌های زنده جدا انگاشت. با این‌حال سنخیت این پدیده‌ها با سنخیت پدیده‌هایی که موضوع علوم فیزیولوژی و تشریح واقع می‌شوند، فرق دارد؛ این‌ها را باید در سطح دیگری تحلیل کرد.

در مرحله بعدی تکامل - که در امتداد روند تکاملی عالم اول و دوم قرار دارد - پدیده‌هایی چون آگاهی اجتماعی، سنت‌ها، زبان، نظریه‌ها، نهادهای اجتماعی و خلاصه، همه فرهنگ غیرمادی بشر به‌وجود می‌آید. وجود این‌ها را هم نمی‌توان از آگاهی فردی تک‌تک افراد جامعه جداکرد، اما این پدیده‌ها از سنخ آگاهی‌های فردی نیستند. این‌ها را هم باید در سطح دیگری تحلیل کرد. این پدیده‌ها عالم سوم را تشکیل می‌دهند. ریاضیات البته در این عالم جای می‌گیرد.

اثبات و ابطال در کنار هم

با این‌که اساس‌گرایی - در تلاش برای تصدیق وجود پایه و اساسی بی‌شک و تردید برای ریاضیات - فلسفه ریاضیات را در قرن بیستم تحت سیطرهٔ خود داشت، ولی لاکاتوش در همین دوران به گونه‌ای افراطی یک بدیل متفاوت ارائه کرد. او مسیرهای جدیدی را در فلسفه علم رشد و پرورش داد. دیدگاه لاکاتوش درمورد ماهیت ریاضیات در کتاب «اثبات‌ها و ابطال‌ها» تبیین شده است. در این کتاب که به گفته روبن هرش پر از ایده‌های اصیل و نو می‌باشد، فلسفه «نیمه تجربی» (quasi- empirical) ریاضیات به‌وسیله لاکاتوش ابداع شد. از آنجاکه او شاگرد پوپر و پولیا بوده است می‌توان حدس زد که از دیدگاه تجربی پوپر و ایده‌های پولیا تأثیر گرفته است. یادآوری می‌کنیم که پوپر نیز کتابی در فلسفه علم به نام «حدس‌ها و ابطال‌ها» دارد که به فارسی نیز برگردان شده است.

لاکاتوش در مقدمه کتاب «اثبات‌ها و ابطال‌ها» حمله آتشینی به صورت‌گرایی می‌کند. از دید او صورت‌گرایی: تمایل و توجه به یکی کردن ریاضیات با تجرید صوری اصل موضوعی - مدار و یکسان گرفتن فلسفه ریاضی با ماورای ریاضیات

دارد. صورت‌گرایی تاریخ ریاضی را از فلسفه ریاضی تفکیک می‌کند و آن‌ها را نامرتبط می‌داند.

اثبات‌ها و ابطال‌ها تاریخ را به‌عنوان متن و زمینه‌ای برای پند و اندرز در نظر می‌گیرد و بیان می‌کند که ریاضیات همانند علوم طبیعی خطاپذیر است. ریاضیات به‌وسیله نقدگرایی و اصلاح نظریه‌ها رشد می‌کنند ، از یک مسئله یا حدس علمی شروع می‌شود و یک جست‌وجو برای اثبات یا مثال‌های نقض لازم دارد. اثبات، مثال‌های نقض را توضیح می‌دهد، مثال‌های نقض به اثبات نقب می‌زنند. اثبات، یک فرایند مکانیکی نیست که حامل یک زنجیر غیرقابل شکست از حقایقی که از فرض به نتیجه تشکیل می‌شوند، باشد. توضیح دادن، تصدیق کردن و با جزئیات و مشروح بیان کردن آن چیزی است که یک حدس علمی مناسب را به‌وجود می‌آورد و مثال‌های نقض آن‌ها را دقیق و ریز شده می‌سازند. هر گام از اثبات موضوعی برای نقادی است که می‌تواند شک‌گرایی محض باشد و یا یک مثال نقص برای یک روش ویژه باشد.

لاکاتوش تجزیه و تحلیلی معرفت شناسانه از ریاضیات غیررسمی انجام می‌دهد؛ ریاضیاتی که در فرایند رشد و کشف انجام می‌شود و ریاضی‌دان‌ها و دانش‌آموزان ریاضی آن‌را می‌شناسند. ریاضیات صوری شده (رسمی شده) به سختی خارج از متن‌های منطق نمادین و روی زمین! یافت می‌شود. به اعتقاد او ریاضیات غیررسمی، یک علم به مفهوم پوپر است. ریاضیات غیررسمی به‌وسیله نقادی موفقیت‌آمیز و تظریف نظریه‌ها و معرفی ایده‌های جدید و رقابت نظریه‌ها رشد می‌کند و نه به وسیله الگوهای استنتاجی مربوط به ریاضیات صوری (رسمی) شده.

بنابراین، لاکاتوش منطق کشف ریاضیات را اثبات‌ها و ابطال‌ها می‌داند و ریاضیات غیررسمی و غیر صوری را محور قرار می‌دهد؛ آنچه معنا، مفهوم و ایده در ریاضیات وجود دارد متعلق به ریاضیات غیررسمی (غیرصوری) می‌داند؛ طوری که دقت و قطعیت ریاضی را مربوط به رسمیت بخشیدن به ریاضیات غیررسمی (غیرصوری) قلمداد می‌کند و می‌گوید: «*اگر می‌خواهید ریاضیاتتان با معنی باشد قطعیت را رها کنید، اگر طالب قطعیت هستید معنی را رها کنید. نمی‌توانید هر دو را با هم داشته باشید.*»

لاکاتوش حقیقت تجربه ریاضی را همان‌گونه که هست می‌پذیرد یعنی :خطاپذیر، اصلاح‌پذیر و با معنی. روش لاکاتوش برای پرداختن به ماهیت و چیستی ریاضیات، بررسی، تفکر و تعمق در تاریخ ریاضیات است. تا با نگاه تیزبینانه دریابد که جریان تجربه تاریخی ریاضیات چگونه است، ایده‌ها چگونه به‌وجود می‌آیند و چگونه رشد می‌کنند، سرچشمه‌ها از کجا نشأت می‌گیرند، نظریه‌ها چگونه شکل می‌گیرند، پیروزی‌ها و شکست‌ها چگونه اتفاق می‌افتند، عوامل مهم و اصلی در جریان ریاضیات چه هستند، عوامل تأثیرگذار کدامند و قس علیهذا. این‌گونه نگرش، اکنون سرخط جریان انسانگرایی در ریاضیات‌است.

ماهیت ریاضیات از دیدگاه انسان‌گرایان

در کتاب «تجربه ریاضی» اثر روبن هرش و فیلیپ دیویس دو ریاضیدان و دو فیلسوف ریاضی معاصر سه دیدگاه سنتی افلاطون‌گرایی، صورت‌گرایی و ساخت‌گرایی (شهودگرایی) مورد نقد و تحلیل قرار گرفته و ضمن انتقادها و ایرادهای اساسی بر آن‌ها راهی نو انتخاب می‌شود تا بتواند در تبیین ماهیت ریاضیات نواقص دیدگاه‌های گذشته را برطرف کنند. تجربه ریاضیات را متن قرار می‌دهند و نتیجه می‌گیرند که درباره ماهیت ریاضیات دو واقعیت آشکار است:

واقعیت اول این‌که ریاضیات آفریدهٔ بشر است و ریاضی‌دان‌ها این را خوب می‌دانند، زیرا خود ریاضیات را می‌آفرینند. این‌که حساب و هندسه مقدماتی به‌نظر خدادادی می‌آیند، به خاطر این است که همه جا حضور دارند و گویا همیشه حضور داشته‌اند. برعکس، تاریخ ساخت ابزارهای جبری که توپولوژی‌دانها اخیراً به کار بسته‌اند و جدیدترین انواع عملگرهای شبه دیفرانسیلی، چنان تازه است که به اصطلاح هنوز مرکّب آن‌ها خشک نشده است. اما شجره‌نامهٔ این‌ها هم به همان موضوعات قدیمی باز می‌گردد. میان جدیدترین نظریه‌ها و قدیمی‌ترین آن‌ها، شباهت‌های انکارناپذیر وجود دارد.

واقعیت دوم این است که چیزهایی که ریاضی‌دان‌ها به جهان ارائه کرده‌اند، همین شکل‌های هندسی و توابع حسابی و عملگرهای جبری، آری همین‌ها برای آفرینندگانشان نیز موجودات اسرارآمیزی هستند. این‌ها خواصی دارند که مجبوریم با کلی جان‌کندن و به ضرب و زور پشتکار و قریحه و نبوغ از آن‌ها سر در آوریم؛ خواص دیگری دارند که به عبث می‌کوشیم آن‌ها را کشف کنیم و خواصی هم دارند که هرگز به مخیله ما هم خطور نکرده است. کل فعالیتی که در زمینه حل مسئله‌های ریاضی می‌شود شاهدی بر صدق واقعیت دوم است.

اکنون اگر به تجربه ریاضی معتقد باشیم با این سؤال روبرو می‌شویم که چگونه می‌توان این دو واقعیت را به هم پیوند زد و چگونه می‌توان آن‌ها را به‌عنوان حقایقی سازگار و نه متناقض، در نظر آورد؟ همه عادت کرده‌اند که در چارچوب فلسفه، جهان را تنها مرکب از دو جوهر بدانند: ماده یا جوهر مادی - یعنی آنچه که می‌توان در آزمایشگاه علوم طبیعی مطالعه کرد - و ذهن به‌عنوان جوهر دوم، یعنی آن روحی که در کالبد هر یک از ما جای گرفته است. اما این دو مقوله کافی نیست. همان‌طور که در فیزیک امروز نمی‌توان چهار جوهری که یونانیان باستان بدان اعتقاد داشتند (آب، آتش، خاک و هوا) بسنده کرد.

ریاضیات یک واقعیت عینی است که نه ذهنی است و نه مادی بلکه واقعیتی مثالی (ایده‌الی، غیرمادی) است که عینی است یعنی در خارج از آگاهی هر انسانی وجود دارد. در نتیجه به‌جای این‌که سر و ته ریاضیات را بزنیم تا جامهٔ کوچک یک فلسفهٔ خاص بر قامت آن راست آید، بهتر است جامهٔ فلسفه را بزرگ کنیم تا پذیرای واقعیت تجربه ریاضی گردد.

روبن هرش در کتاب «ریاضیات واقعاً چیست؟» به تبیین دیدگاه فلسفی‌اش درمورد ریاضیات می‌پردازد و تلاش

می‌کند نشان دهد که دیدگاهش درباره ریاضیات درست است. او اظهار می‌دارد: «ریاضیات یک فعالیت بشری، یک پدیده اجتماعی، بخشی از فرهنگ بشری، درگیر با تاریخ و قابل درک و فهمیدنی است و باید آن‌را در یک بستر اجتماعی درک کرد. هرش این دیدگاه را «انسان‌گرا» (Humanist) می‌نامد و این عنوان را شامل همه فلسفه‌های ریاضی می‌داند که ریاضیات را یک فعالیت بشری، یک محصول و یک مشخصهٔ اجتماعی- فرهنگی قلمداد می‌کنند. برای توصیف روشن‌تر از فلسفه‌اش می‌گوید:

ریاضیات مانند پول، جنگ یا مذهب است، نه فیزیکی خالص و نه روحی و روانی خالص (متعلق به معقولات و عواطف)، اما اجتماعی است. سر و کار با ریاضیات از منظر فیزیکِ خالص غیرممکن است و از منظر روحی و روانی خالص نیز غیرممکن است، یعنی ریاضیات نمی‌تواند تنها از تفکر خالص و عواطف خالص، عادت و یا بازتاب و عکس‌العمل غیرارادی باشد. ریاضیات تنها می‌تواند به‌عنوان مؤلفه‌های اجتماعی- فرهنگی- تاریخی انجام بگیرد.

این‌که گفته می‌شود ریاضیات مانند پول، جنگ یا مذهب است، یعنی یک پدیده اجتماعی- فرهنگی- تاریخی است. در واقع، این چهار پدیده با هم تفاوت‌های اساسی دارند ولی همگی یک ویژگی مشترک دارند که همان مورد نظر ماست. ریاضیات یک پدیده اجتماعی- فرهنگی - تاریخی است که هم مخصوص است و هم استثنایی و هم منحصر به‌فرد.

باتوجّه به مبانی انسان‌گرای فلسفه‌ی ریاضی در مورد ماهیت ریاضی چنین تصویری داریم که ریاضیات دارای دو بخش «جلوی صحنه» و «پشت صحنه»است. همانند رستورانی که سالن پذیرایی آن به اتفاق همه امکانات و افراد آن بخش جلوی صحنه را تشکیل می‌دهند و انبارهای مواد اولیه، محل طبخ انواع غذاها، تهیه سالادها و نوشیدنی‌ها و آماده کردن جهت پذیرایی و افراد آن بخش پشت صحنه راتشکیل می‌دهند و یا مثال مناسب دیگر تئاتر است. جلوی صحنه شامل مکانی است که هنرمندان نمایش را اجرا می‌کنند به انضمام خود هنرمندان در لباس‌ها و گریم‌های نمایش. پشت صحنه محل آماده شدن هنرمندان از جهت لباس، گریم شدن، شنیدن دستورات کارگردان و طراحی صحنه و همه فعالیت‌های قبل از روی صحنه آمدن نمایش است. نهادها و رسوم دیگر ما نیز دارای چنین تقسیم‌بندی هستند.

جلوی صحنه و پشت صحنه ریاضی شبیه موقعیت‌های فیزیکی سالن غذاخوری و آشپزخانه نیست. بلکه دارای سیمای عمومی و همگانی و سیمای مستور و محرمانه می‌باشند. جلوی صحنه برای بیرونی‌ها باز است و پشت صحنه منحصر و محدود به «درونی‌ها» می‌باشد. جلوی صحنه ریاضیات در شکل سخنرانی‌های تکمیل شده و پایان یافته، کتاب‌های درسی و مجلات علمی است. پشت صحنه ریاضیات بقیه کارهای ریاضیدان‌ها، گفت‌وگو در محل کار یا میزهای صرف چای و غذا است. دانشجویان دوره‌های کارشناسی، تحصیلات تکمیلی و کاربران بخش همگانی ریاضیات است که جلوی صحنه را تشکیل می‌دهند و نظریه‌پردازان حوزه‌های گروه‌های متناهی، جبر خطی عددی، نظریه عملگرها، نظریه فرایندهای

تصادفی، آنالیز غیر استاندارد، آنالیز تابعی، آنالیز تصادفی و غیره پشت صحنه ریاضی را تشکیل می‌دهند.

جلوی صحنه ریاضیات رسمی و صوری، دقیق، صریح، مختصر، جامع، مرتب شده و مجرد و انتزاعی است، که به تعاریف، قضیه‌ها، یادداشت‌ها تفکیک می‌شود. هر پرسشی یا جواب داده شده است یا یک «مسئله باز» نامیده می‌شود. در شروع هر فصل هدفی معین شده است و در پایان فصل آن هدف محقق شده است. پشت صحنه ریاضیات غیررسمی غیرصوری، تکه‌تکه و شکسته و ناقص، شهودی، آزمایشی و تجربی است. ما این و آن روش را مورد آزمایش قرار می‌دهیم، می‌گوئیم «شاید» یا «مشابه آن دیگری به‌نظر می‌رسد.»

انسان‌گرایی و برنامه‌ی درسی ریاضی

ارسطو دیدگاهی متفاوت نسبت به بینش افلاطون داشت. تفاوت اساسی از این‌جا ناشی می‌شد که افلاطون ریاضیات را از راه تفکر ناب دست‌یافتنی می‌دانست در صورتی که ارسطو سرآغاز و سرچشمه علم را حس و تجربه و دنیای فیزیکی می‌دانست و معتقد بود که ذهن صورت مجردی از اشیاء واقعی (فیزیکی) ایجاد می‌کند. بنابراین ریاضیات نیز یک فعالیت بشری است و ساخته بشر است و انسان‌ها می‌توانند از این مسیر به آن دست یابند. این دیدگاه دو پیامد مهم آموزشی به همراه دارد:

۱- شروع آموزش هر ایده یا مفهوم باید از دنیای طبیعی و به‌وسیله حس و تجربه انجام گیرد.

۲- ریاضیات فعالیتی بشری است لذا آموزش‌پذیر است. در این صورت برنامه درسی ریاضی به روش‌شناسی علوم‌تجربی توجه می‌کند. حدس، آزمایش و تجربه، جمع‌آوری اطلاعات، تنظیم داده‌ها و استقرای تجربی و حدسیه‌سازی در برنامه درسی و تدریس ریاضی نقش دارد. در نتیجه تدریس ریاضی به تعاریف، اصول موضوع، قضیه‌ها و اثبات‌ها محدود نمی‌شود و پشت صحنه ریاضی نه تنها حذف نمی‌شود، بلکه شروع کار ریاضی محسوب می‌شود.

تا دوران جدید علم، رکودی چشم‌گیر بر جریان علم حاکم بود و درمورد موضوعات مورد بحث، سخن شاخصی مطرح نشد. در رنسانس علمی دوبارهٔ جریان انسان‌گرایی به حرکت افتاد و تجربه گرایان و روش‌شناسی تجربی پدیدار شد. پوپر یکی از گروه تجربه گرایان است که در بخش‌های قبل در موردش مطالبی بیان شد. اگرچه نظرات او درمورد علم افراطی است ولی از بعضی جنبه‌ها در فلسفه ریاضیات تأثیر گذاشت. او به‌طور کلی اثبات رااز صحنه نظریه‌های علمی کنار گذاشت و اعتبار آن‌ها را به سربلند بودن در برابر آزمایشات می‌دانست. این نظریات موجب شد که جریان انسان‌گرایی و نوگرایان مستقل بیشتر به صحنه آید.

دیدگاه پوپر درمورد سطوح عمده واقعیت (عالم‌های سه گانه) و جایگاه ریاضیات در آخرین مرحله تکاملی بسیار حائز اهمیت است. او ریاضیات را بخشی از فرهنگ غیرمادی بشر می‌داند که مراحل پیدایش و تکامل آن به‌دست بشر صورت می‌پذیرد. او ریاضیات را از سنخ آگاهی‌های فردی قلمداد نمی‌کند، بلکه آگاهی‌های جمعی و فرهنگ اجتماعی بشر می‌داند. این دیدگاه ضمن این‌که آموزش‌پذیری ریاضیات را قطعی می‌داند، ارزش و جایگاهی متعالی برای آن قائل است. بنابراین برنامه درسی متأثر از این دیدگاه بر روش‌شناسی علوم تجربی استوار است و به لحاظ ارزشمندی و جایگاهش سهم مهمی در برنامه درسی خواهد داشت. معلمی که متأثر از این دیدگاه است به ریاضیات نیز مانند علوم تجربی نگاه می‌کند و در تدریس بر منظر صوری و دقیق ریاضی تأکید نمی‌کند، قیاس و استقراء را کنار می‌گذارد و ریاضیات را علمی یقینی نمی‌داند و اثبات در درس او جایی ندارد بلکه صحت روابط را با آزمایش بررسی می‌کند. این دیدگاه کاملاً افراطی است و

بخش مهمی از ریاضیات را در نظر نمی‌گیرد و تنها بخشی از پشت صحنه ریاضی را مورد توجه قرار می‌دهد.

دیدگاه‌های لاکاتوش در مقایسه با پوپر از اهمیت والایی برخوردار است زیراکه بر ریاضیات و فلسفه ریاضی متمرکز بود. اگرچه شاگرد پوپر بود ولی پیرو محض او نشد و در مقابل «حدس‌ها و ابطال‌ها» منطق کشف ریاضی را «اثبات‌ها و ابطال‌ها» درنظرگرفت. لاکاتوش بر ریاضیات غیررسمی، شهود و همه فعالیت‌های تجربی و آزمایشی و فکری تأکید بسیار دارد. این توجه نیمه اول فلسفه ریاضی او را می‌سازد و در نیمه دوم قیاس و استقراء و استدلال‌هایی استنتاجی را در قالب «اثبات‌ها و ابطال‌ها» به کار می‌گیرد. بر خلاف پوپر اثبات‌های رسمی و صوری و غیررسمی و غیرصوری را بخشی از منطق کشف ریاضی می‌داند. او تاریخ را متن قرار می‌دهد و براساس آن به ماهیت ریاضی می‌نگرد. او ریاضی را یک فعالیت و پژوهش انسانی می‌داند که مانند همه فعالیت‌های انسان می‌تواند خطاپذیر و اصلاح‌پذیر باشد. بنابراین هم به پشت صحنه ریاضی و هم به جلوی صحنه ریاضی اهمیت می‌دهد با این تأکید که پشت صحنه ریاضی را محور قرار می‌دهد. برهمین اساس فلسفه خود را فلسفه نیمه تجربی ریاضیات می‌نامد. می‌توان گفت در این دیدگاه ریاضیات محصول همه ابزارها و توانایی‌های شناختی انسان است و همین ویژگی موجب می‌شود که کاندیدی برای محور قرارگرفتن در آموزش باشد. در این دیدگاه جریان تاریخی و طبیعی پیدایش انگیزه‌ها و ایده‌ها و سپس مراحل تکوین آن بستری مهم قلمداد می‌شود. روش‌شناسی علوم‌تجربی به تمامی استفاده می‌شود و سپس روش استدلال استنتاجی نیز به تمامی درگیر می‌شود تا حکمی را ثابت یا رد کند. پشت صحنه ریاضیات محور قرار می‌گیرد و کار تنها با انجام جلوی صحنه ریاضیات کامل می‌گردد. نقش ریاضیات غیررسمی و شهودی و کامل نشده در آموزش بسیار پررنگ است. عنوان اثبات‌ها و ابطال‌ها به‌عنوان منطق کشف این پیام را دارد که برنامه درسی ریاضی نباید تنها شامل حقایق و مطالب درست باشد! بلکه مطالب نادرست نیز به شیوه مناسبی لازم است ارائه گردد تا منطق کشف ریاضی محقق شود. جهت‌گیری مسائل نباید یک سویه باشد بلکه هر دوی اثبات کردن و رد کردن را لازم بداند.

آخرین منزلگاه در فلسفه انسان‌گرایی در ریاضیات نظریات دیویس و هرش است. متأثر از افکار پوپر، پولیا و لاکاتوش «تجربهٔ ریاضی» محور این دیدگاه است. براساس این دیدگاه باید ریاضیات را به‌عنوان فعالیتی انسانی، پدیده‌ای اجتماعی- فرهنگی- تاریخی درک کرد. ریاضیات دارای موضوعی واقعی و معنادار است (در مقابل صورت‌گرایی) و معنی آن‌را باید در خرد جمعی آحاد بشر جست‌وجو کرد. نباید در قلمرو واقعیت غیربشری و خارجی دنبال ریاضیات گشت. ریاضیات فعالیتی هوشیارانه و خردمندانه است که تنها در چارچوب فرهنگ انسانی می‌توان به آن اندیشید و از یک منظر از مقوله هنر و ادبیات است، ولی ویژگی تمیز آن، کیفیت علم‌گونه آن است و مثل مفاهیم نقد ادبی دائماً در معرض عدم توافق قرار ندارند. نتایج ریاضیات الزام‌آور است. ابداع استثنایی بشر است که پس از ابداع نیز می‌توان واقعیاتی درباره آن کشف کرد.

در معرض خطاست. اصلاح‌پذیر، تعمیم‌پذیر و بامعنی است.

ملاحظه می‌کنیم که این دیدگاه ریاضیات را با همه ابعاد فرهنگ و تمدن بشر مرتبط می‌داند و لذا آموزش‌پذیری ریاضی در این دیدگاه از درجه بالایی برخوردار است. بنابراین می‌توان به‌عنوان محور و زیربنای آموزش ریاضی قرار گیرد. ویژگی‌های برنامه درسی ریاضی و تدریس ریاضی مبتنی بر این فلسفه شامل همه ویژگی‌های فلسفه نیمه تجربی ریاضیات است. به‌علاوه به ریاضیات و ایده‌های ریاضی به‌عنوان میراث ارزشمند و گرانبهای تمدن بشری می‌نگرد، لذا در این برنامه درسی، ریاضیات در متن آموزش‌های فرهنگی- اجتماعی- تاریخی قرار دارد. به این لحاظ آموزش ریاضی با حوزه‌های دیگر دانش، علوم اجتماعی، علوم رفتاری و علوم تجربی، علوم انسانی مرتبط و درگیر است. از یک‌نظر با دیدگاه افلاطونی مشابهت دارد که ریاضی را محملی برای تعالی انسان می‌داند و اثر تربیتی، فرهنگی، اجتماعی آن‌را مورد تأکید قرار می‌دهد. با این بینش، معلم ریاضی به ریاضیات به‌عنوان گرانبهاترین و اصیل‌ترین ابداع بشر می‌نگرد که دانش‌آموزان را در معرض یادگیری آن قرار می‌دهد.

باتوجّه به این نگاه انسان‌گرا به آموزش ریاضیات، ریاضیات هم به‌طور فردی در پرورش توانایی‌های ذهنی نقش مؤثری دارد و روحیه‌ی جست‌وجوگری علمی را تقویت می‌کند و هم در ارتباط با جامعه، نقش بازی می‌کند و در حل مسائل زندگی روزمره و در شناخت کاربرد تکنولوژی به او کمک می‌کند و هم در برقراری ارتباط بین انسان و طبیعت و تقویت روحیه‌ی تجربه گرا نقش مهمی ایفا می‌کند. توجّه این راهنما بر این متمرکز شده که به معلّم، دانش‌آموز، یادگیری، تدریس و محتوا نگاهی انسانی داشته باشد به طوری که ابعاد مختلف انسان مورد توجّه قرار گیرند.

فصل سوم- مبانی نظری و رویکردهای آموزشی

- بررسی رفتار ریاضی دانش‌آموزان و فرآیند یادگیری
- تفکر انتقادی
- استدلال ریاضی
- اثبات و ابطال
- فراشناخت و فرآیند حل مسئله
- حل مسئله‌محور آموزش ریاضی
- مسئله‌حل‌کن‌های مبتدی و ماهر
- مشکلات مهم دانش‌آموزان با استدلال استنتاجی کدامند؟
- مشکلات اصلی دانش‌آموزان با اثبات چیست؟
- یادگیری مهارت‌محور
- مدل‌سازی رفتار ریاضی دانش‌آموز
- اطلس مفاهیم
- اطلس مهارت‌ها

بررسی رفتار ریاضی دانش‌آموزان و فرآیند یادگیری

آموزش تفکر انتقادی، استدلال ریاضی، توانایی اثبات و ابطال سه محور اساسی تفکر هستند که انتظار داریم بر رفتار دانش‌آموز خارج از حیطه‌ی ریاضیات نیز تأثیرگذار باشند. به همین دلیل، پس از تعریف دقیق هریک از این سه محور، تحقیقاتی را که درمورد توانایی دانش‌آموزان درکسب مهارت در این سه محور انجام شده‌اند، مورد بررسی قرار خواهیم داد. آنگاه، به بررسی نقاط ضعف دانش‌آموزان در فرآیند حل مسئله خواهیم پرداخت.

تفکر انتقادی

«تفکر انتقادی فرایندی است که به‌طور مؤثر فرایندهای تفکر را به کار می‌گیرد تا به فرد کمک کند درمورد آن‌چه به آن اعتقاد دارد یا انجام می‌دهد، تصمیم‌سازی کند، تصمیم‌هایش را ارزیابی کند و سپس آن‌ها را به کار بگیرد.»

بعضی از مهارت‌های تفکر که در این توصیف تفکر انتقادی به آن اشاره شده و به‌طور مشترک در این پژوهش از آن استفاده شده است عبارت‌اند از:

مقایسه کردن، باهم سنجیدن (در تقابل قراردادن)، حدسیه‌پردازی کردن، کاهش (تقلیل)دادن، تعمیم دادن، تخصیص دادن، دسته‌بندی کردن، طبقه‌بندی کردن، استنتاج کردن، تصویری کردن (دیداری کردن)، متوالی و دنبال هم قرار دادن، مرتب کردن (ترتیب‌بندی)، پیش‌بینی کردن، اعتباربخشی، اثبات کردن، ارتباط ایجاد کردن، تحلیل کردن، ارزیابی کردن و الگویابی کردن.

فرایندی که در بالا بیان شد، توصیف معانی داده شده بود که به وسیله‌ی فاوست (Fawcet) در مقاله «سرشت اثبات» گزارش گردید. (11,pp.11-12) شده است. او مشاهده کرد که یک دانش‌آموز، تفکر انتقادی را به‌صورت‌های زیر ممکن است به کار ببرد.

۱-کلمات و عبارت‌های قابل توجه در هر جمله‌ی مهم را انتخاب می‌کند و می‌خواهد که آن‌ها به دقت تعریف شده باشند.

۲- شواهد، بایستی نتایجی را که او باید بپذیرد، حمایت کنند.

۳- شواهد را تحلیل می‌کند و حقایق را از فرض‌ها تشخیص می‌دهد.

۴- فرض‌های اساسی که برای نتیجه گیری تشریح شده‌اند یا تشریح نشده‌اند را شناسایی می‌کند.

۵- این‌گونه فرض‌ها را ارزیابی می‌کند و به دنبال آن بعضی را قبول و یا برخی دیگر را رد می‌کند.

۶- بحث و روش‌ها را ارزیابی می‌کند و به دنبال آن نتیجه گیری را می‌پذیرد یا رد می‌کند.

۷- به‌طور مرتب فرضیه‌هایی را که زمینه‌ی عقاید و عملکردهای او هستند، می‌آزماید.

فرایند تفکر انتقادی در مدل زیر بیش‌تر توضیح داده شده است. توجه کنید که این مدل قصد ندارد دنباله‌ی ویژه‌ای از مراحل را برای تفکر انتقادی پیش‌نهاد کند.

فرایند تفکر انتقادی

- فهمیدن موقعیت (وضعیت)؛
- سروکار داشتن با شواهد، داده‌ها، فرض‌ها؛
- رفتن به ماورای شواهد، داده‌ها و فرض‌ها؛
- توضیح دادن و حمایت کردن از نتیجه‌ها، تصمیم‌ها و راه‌حل‌ها؛
- به کارگیری نتیجه‌ها، تصمیم‌ها و راه‌حل‌ها.

استدلال ریاضی

تفکر ریاضی یا به کارگیری مهارت‌های تفکرِ غنیِ ریاضی‌وار برای درک ایده‌ها، کشف روابط میان ایده‌ها، به‌دست آوردن یا حمایت از نتایج درباره‌ی ایده‌ها و روابطشان و حل مسائلی که با ایده‌ها سروکار دارد، درگیر است. استدلال ریاضی می‌تواند به‌عنوان بخشی از فرایند تفکر ریاضی مشخص شود.

استدلال ریاضی قسمتی از تفکر ریاضی است که با تشکیل تعمیم‌ها و به‌دست آوردن نتایج معتبر درباره‌ی ایده‌ها و چگونگی ارتباط آن‌ها درگیر است. دو نوع مهم استدلال ریاضی، استدلال استقرایی و استدلال استنتاجی است.

بینش پولیا: یک اثبات ریاضی، استدلالی مدلّل (استنتاجی) است در صورتی که شواهد استقرایی یک فیزیکدان، شواهد محیطی (مربوط به موقعیت) یک وکیل دادگستری... شواهد آماری یک اقتصاددان، متعلق به استدلال محتمل است... استدلال استقرایی حالت خاصی از استدلال محتمل است.

با وجود این که پولیا استدلال تمثیلی و استدلال استقرایی را به‌عنوان حالت‌های خاص استدلال محتمل و استدلال نسبی (نسبی، مشابهتی) را به عنوان یک حالت از استدلال تمثیلی محسوب می‌کند، ما به‌طور مقدماتی و ابتدایی با استدلال استنتاجی و استدلال استقرایی سروکار خواهیم داشت.

استدلال استقرایی یک فرایند استدلال ریاضی است که اطلاعات درباره‌ی بعضی از اعضای یک مجموعه را به کار می‌گیرد تا یک تعمیم در مورد اعضای دیگر یا همه‌ی اعضای آن مجموعه بسازد.

استدلال استنتاجی یک فرایند استدلال ریاضی است که الگوهای استنتاج به کار رفته برای به‌دست آوردن نتایج از مقدمات را معتبر می‌سازد.

توجه کنید که **استدلال شرطی** به کارگیری یک اگر- آنگاه یا گزاره‌های شرطی در فرایند استدلال استنتاجی است.

نظر به این که حجم بزرگی از تحقیقات روی استدلال ریاضی به تردستی و سهولت دانش‌آموز با استنتاج منطقی مربوط است، الگوهای اساسی استنتاج معتبر و نامعتبر مورد استفاده در استدلال شرطی در زیر مرور شده است.

الگوهای معتبر:

قیاس استثنایی مثبت (قانون انتزاع) (Modus ponens)	قیاس استثنایی منفی (قانون نقیض انتزاع) (Modus Tollens)	قانون قیاس شرطی (قاعده زنجیره‌ای) (Syllogism)
$P \to Q$ درست است	$P \to Q$ درست است	$P \to Q$ درست است
Q درست است	Q نادرست است	$Q \to R$ درست است
بنابراین، Q درست است.	بنابراین، P نادرست است.	$P \to R$ درست است.

الگوهای نامعتبر:

Inverse	Converse
$P \to Q$	$P \to Q$
P نادرست است	Q درست است
بنابراین، Q نادرست است.	بنابراین، P درست است.

اکثر تحقیقات بر روی استدلال استنتاجی به رشد توانایی دانش‌آموز در فهمیدن، کشف کردن و یا به کارگیری الگوهای استدلال معتبر یا نامعتبر مربوط می‌شود. به عبارت دیگر سؤال مهم این است که: آیا توانایی‌های استدلال استنتاجی به‌طور طبیعی بهبود می‌یابد؟

اصطلاح **استدلال کلاسی** (مجموعه‌ای) برای مورد استفاده قرار دادن استنتاج قیاسی در حالت کلاس شمول نسبت به دسته‌های شرطی، به کار گرفته می‌شود.

قیاس استثنایی کلاس شمول

همه‌ی Aها، B هستند.

X یک A هست

بنابراین، X یک B هست

بنابر نظریات اینهلدر و پیاژه

کودکان در مرحله‌ی عملیات عینی (۷ تا ۱۱ سال) قادر به استدلال مجموعه‌ای (کلاسی) هستند اما استدلال شرطی برای آن‌ها وقتی قابل دسترس می‌شود که به مرحله‌ی عملیات صوری (۱۲ سال به بالا) می‌رسند. برخلاف این، بعضی از تحقیقات نشان می‌دهد که نوجوانان می‌توانند نتایج معتبر استنتاج شده از مقدمات را بشناسند و این که این توانایی را به‌طور پیوسته و استوار از سال‌های ۶ تا ۸ افزایش دهند.

یافته‌های پیرامون رشد توانایی دانش‌آموز برای پی بردن به نتایج معتبر و یا برای کشف الگوهای استنتاجی نامعتبر در زیر جمع‌بندی شده‌اند:

- کودکان به همان زودی شش سالگی می‌توانند نتایج معتبر را بشناسند.
- توانایی استدلال استنتاجی (قیاس‌وار) و کشف روش‌های نامعتبر در هر دو صورت کلاسی و شرطی همراه با افزایش سن بهبود می‌یابد.
- رشد در توانایی شناخت الگوهای استنتاجی شرطی نامعتبر تاحدود ۱۶ سالگی یا سال دهم [مدرسه] خیلی کند است.

آیا برای دانش‌آموزان، بعضی از مهارت‌های استدلال استنتاجی ساده‌تر از برخی دیگر است؟ اُبراین وضعیت اجرای موضوعات را روی چهار الگوی استنتاج پایه مورد تحقیق و بررسی قرار داد. ۹۵ درصد پاسخ‌های درست آزمون مربوط به قیاس استثنایی مثبت (انتزاع)، ۶۳درصد مربوط به نقیض انتزاع (قیاس استثنایی منفی)، ۳۲درصد مربوط به inverse و ۱۱درصد مربوط به converse بوده است. سؤال‌های عِلّی (استدلالی) ساده‌تر از سؤال‌های غیرمفهومی بودند و سؤال‌های با فرض‌های منفی خیلی سخت بودند.

نتایج مربوط به مشکلات نسبی مهارت‌های استدلال استنتاجی از چندین مطالعه به‌دست آمد که در زیر جمع‌بندی شده‌اند:

- به‌طور کلّی استدلال مجموعه‌ای (کلاسی) ساده‌تر از استدلال شرطی است.
- الگوهای استنتاج از ساده‌ترین تا مشکل‌ترین الگو برای دانش‌آموزان که در کشف استدلال غلط (مغالطه یا سفسطه)

مورد استفاده قرار می‌گیرند عبارتند از: قیاس استثنایی (انتزاع)، قیاس منفی (نقیض انتزاع)، inverse و converse.

مشکل کاربرد یک الگوی استنتاجی با افزایش محتوای معنادار، کاهش می‌یابد.

پژوهشگران از جنبه‌های گوناگون رویکرد استقرایی یا کشف کردن را برای تدریس ریاضی مورد مطالعه قرار داده‌اند. اما تحقیقات کمی وجود دارد که به‌طور خاص روی بهبود توانایی دانش‌آموزان برای به‌کارگیری استدلال استقرایی در ریاضیات تمرکز داشته باشند. واسون اعدادی سه‌تایی به دانش‌آموزان داد و از آن‌ها خواست قوانینی که در آن‌ها وجود داشت، کشف کنند. او دریافت که دانش‌آموزان در آغاز تمایلی برای امتحان معتبر بودن فرضیات ندارند وبه دنبال یک قاعده‌ی کلّی‌تر هستند و یا آن‌ها را حذف می‌کنند، حتی هنگامی که با شواهد به وضوح متناقض مواجه می‌شوند.

تحقیقات دیگر، موارد زیر را پیش‌نهاد می‌کند:

- دانش‌آموزان اغلب از مثال‌های محدود استنتاج استقرایی را به‌وجود می‌آورند.
- دانش‌آموزان تمایل دارند به فرض‌های استقرایی خودشان بچسبند. یک بار آن را تشکیل می‌دهند و مهیای بحث درباره‌ی آزمون‌های کافی برای بررسی اعتبار یا بی‌اعتباری آن نمی‌شوند.
- دانش‌آموزان کم و بیش قواعد شهودی را با رویه‌های آماری صوری برای تکالیف استدلال استقرایی خودشان به کار می‌برند. این‌ها اغلب مناسب هستند اما گاهی ناکافی‌اند.
- آموزش آماری به‌طور مثبتی در استدلال استقرایی روزانه تأثیر دارد.

اثبات و ابطال

«**اثبات کردن ریاضی** فرایندی است که تعریف‌ها، اصول، قضیه‌های از پیش ثابت شده و استدلال استنتاجی را با تولید یک دنباله از گزاره‌های درست و یک روش معتبر فراهم می‌سازد طوری که ثابت می‌شود یک گزاره درست است».

برای فهمیدن پژوهش پیرامون اثبات و ابطال، ابتدا باید استراتژی‌های زیر را درک کنیم.

ابطال به وسیله‌ی مثال نقض درگیر شدن برای یافتن دست کم یک مثال، طوری که نشان دهد یک کلیت (عمومیت) نادرست است. بنابراین، [این روش] ردّیه‌ی یک عمومیت یا اثبات نقیض آن است.

اثبات مستقیم برای نشان دادن این است که یک گزاره داده شده با استفاده از الگوهای استنتاجی اساسی مستقیماً از اطلاعات داده شده و قضیه‌ها، اصول و تعاریف از پیش مطالعه شده قابل استنتاج است. قالب‌های «پاراگرافی» یا «دوستونی» به‌طور سنتی برای اثبات‌های مستقیم مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این قالب، تلاش برای نشان دادن بهتر ساختار و استفاده از الگوهای استنتاجی در یک اثبات مستقیم با قالب جریان-اثبات (روند-اثبات) است. در این قالب، یک توالی از گزاره‌های شرطی با فرضیه‌ها و گزاره‌های شماره شده ارائه می‌شود. ابطال مستقیم نشان دادن این است که گزاره داده شده با حکمی که به وضوح نادرست است معادل می‌باشد.

اثبات غیرمستقیم (برهان خلف) با این فرض (ادعا) درگیر است که نقیض گزاره‌ای که باید ثابت شود، درست است و نشان دادن این که این فرض به یک تناقض منجر می‌شود. در نتیجه‌ی این تناقض اثبات می‌شود که فرض باید نادرست باشد و گزاره درست.

اثبات یک گزاره را ازطریق ثابت کردن نقیض آن گزاره می‌توان به‌عنوان یک حالت خاص اثبات غیرمستقیم از راه تناقض گمان کرد. قالب‌های «پاراگرافی» اغلب برای نشان دادن اثبات‌های غیرمستقیم به کار گرفته می‌شوند.

اثبات به وسیله‌ی استقراء همان‌گونه که ارنست با تحلیل مهارت‌های رفتاری نشان داد، پیچیده‌ترین نوع اثبات است. اصل استقراء پایه‌ی اثبات به وسیله‌ی استقراء است و می‌تواند به‌صورت زیر تبیین شود:

«اگر یک خاصیت برای ۱ درست باشد و اگر برای هر $n>1$، درست بودن این خاصیت برای n درست بودن خاصیت برای $n+1$ را ایجاب می‌کند، می‌توانید نتیجه بگیرید که این خاصیت برای همه‌ی اعداد طبیعی درست است».

باید دانست که اثبات به وسیله‌ی استقراء و استدلال استقرایی ایده‌هایی اکیداً متفاوت هستند. استدلال استقرایی می‌تواند برای کشف یک عمومیت (حکم کلّی) درباره‌ی اعداد طبیعی به کار برده شود در صورتی که استقرای ریاضی برای اثبات آن (حکم کلّی) لازم خواهد شد.

بسیاری از تحقیقات درباره‌ی اثبات با توانایی‌های دانش‌آموزان به طرح و نوشتن اثبات‌ها سروکار دارد ولی سرشت دشواری‌هاست که دانش‌آموزان با آن دست به گریبانند.

سینک گزارش می‌دهد: «در پایان یک درس یک ساله هندسه، نوشتن اثبات مورد مطالعه قرار گرفت. حدود ۲۵درصد از دانش‌آموزان شایستگی [صلاحیت فنی] نوشتن اثبات را نداشتند. ۲۵درصد دیگر تنها اثبات‌های بدیهی و ساده را می‌توانستند انجام دهند، حدود ۲۰درصد بعضی از اثبات‌های پیچیده‌تر را می‌توانستند انجام دهند و تنها ۳۰درصد در اثبات‌های مشابه قضیه‌ها و تمرینات کتاب‌های درسی استاندارد چیره‌دست بودند».

در یک مطالعه به وسیله‌ی ویلیامز، ۲۵۵ دانش‌آموز سال یازدهم درگیر بودند، کم‌تر از ۳۰درصد جمعیت نمونه فهمیدن معنای اثبات را بروز دادند. دانش‌آموزان دیگر، اهمیت فرض‌ها و تعاریف را در روش‌های ریاضی محقق نکردند و نیز اثبات غیرمستقیم را درک نکردند. هم‌چنین آن‌ها همیشه نمی‌فهمند که استدلال استقرایی برای اثبات [احکام] کلّی کافی نیست. تقریباً ۵۰درصد این دانش‌آموزان حتی هیچ نیازی برای اثبات یک گزاره‌ی ریاضی که آن‌ها به‌طور شهودی بدیهی درنظر می‌گیرند، نمی‌بینند. خلاصه می‌کنیم که:

- تنها در حدود ۲۰ تا ۳۰درصد دانش‌آموزانی که درس هندسه را در سال دهم داشته‌اند، یک درک پایه از اثبات دارند.

هیچکدام از آمارهای ارائه شده در این بخش مربوط به کشور ما نیست.

فراشناخت و فرآیند حل مسئله

سهم عمده مطالعه فراشناخت به تحقیق روی حل مسئله ریاضی و در توسعه و گسترش چهارچوب‌هائی در داخل آن برای درک بهتر اختصاص داده شده است. شوئنفلد در تحقیقات اخیرش سه مقوله عمده درنظر گرفته که عبارتنداز:

الف- ذخائر یا دانش فردی مانند احکام، الگوریتم‌ها و راه‌یاب‌ها که روی مسئله عمل می‌کند.

ب- کنترل یا هوشیاری و عدم هوشیاری به کارگیری فعالیت‌های فراشناختی

پ- سیستم باورها که تعیین‌کننده‌ی رفتارهای فردی است.

شوئنفلد معتقد است تصمیمات در سطح مدیریتی یا کنترل، تعیین‌کننده موفقیت یا شکست تلاش‌های حل کردن مسئله است. او که مطالعه‌اش را روی طرح‌ها و پیشنهادهایی در مورد این‌گونه رفتارها متمرکز کرده بود، به‌وسیله تجزیه و تحلیل طرح‌ها مقدار قابل توجهی از رفتارهای سازگار که او آن‌ها را حادثه‌های ضمنی می‌نامید لیستی ارائه کرد که شامل شش نکته تصمیم‌گیری مدیریتی بود. این‌ها عبارتند از خواندن، تحلیل کردن، اکتشاف، طراحی نقشه، اجرا و تصدیق و برقرار کردن شرایط و بیش‌تر این نکات تصمیم‌گیری خود - توصیف ***(Self Explanatory)*** هستند. طبق نظر شوئنفلد «در نقاط گذر بین این‌گونه حوادث ضمنی است که تصمیمات فراشناختی و مخصوصاً مدیریتی می‌تواند تأثیر قوی روی تلاش برای رسیدن به جواب بگذارد». این شش نکته تصمیم‌گیری به‌عنوان یک چهارچوب عمل‌کننده درون مقوله بزرگ «کنترل» نقش بازی می‌کند که در مورد آن نیز باید تحقیق شود.

به‌طور مشابه گاروفالو و لیستر یک چهارچوب شناختی - فراشناختی طرح کردند که «مستقیماً وابسته به اجرا روی یک دامنه وسیع از وظائف ریاضی بود نه فقط وظائف کلاسیک همانند «مسائل». ایشان لیستی از همه رفتارهای شناختی و فراشناختی که ممکن است اتفاق افتد، ارائه نکرده بلکه نقاط کلیدی خاصی را مشخص کردند که هنگام تأثیرگذاری تصمیمات فراشناختی روی فعالیت‌های شناختی اهمیّت پیدا می‌کنند. این چهارچوب شامل چهار کاتگوری است که عبارتنداز: جهت‌گیری، سازمان‌دهی، پیاده‌سازی و تصدیق. این چهارچوب براساس کارهای پولیا، شوئنفلد و دیگران معرفی شد و در آن نظارت و مواظبت به عنوان ابزاری برای تحلیل فراشناختی از دیدگاه انجام دادن ریاضی است. این چهارچوب نشان می‌دهد که رفتارهای فراشناختی مجزا با هر کاتگوری اشتراک دارند. اگرچه پولیا صریحاً از فراشناخت نام نبرده است، به‌نظر می‌رسد که یک توازی بین کارهای فوق و طرح چهار مرحله‌ای پولیا موجود است.

پرکینز و سایمون درباره‌ی چهار نوع دانش سخن گفته‌اند که عبارتنداز: محتوا، حل مسئله، معرفت‌شناسی، تحقیق و بازجوئی. این چهارچوب تشریح‌کننده‌ی راهیاب‌ها و استراتژی‌های فراشناختی در کنار هر چهار نوع دانش است.

- دانش محتوائی شامل اصطلاحات فنی و علمی، تعاریف و قوانین مربوط یا الگوریتم‌های مربوط به آن محتوا، توانائی

صدازدن و به کارگیری علائم می‌شود.

- دانش حل مسئله شامل حل مسائل کلی و استراتژی‌های مدیریتی و باورها در مورد حل مسئله.

- دانش معرفت‌شناسی صدق و درستی استفاده از یک مفهوم خاص و یا فرایند عملیاتی.

- دانش محتوائی ویژه، توسعه‌دهنده باورها و استراتژی‌های کلی است که آن‌را دانش تحقیق و بازجوئی هم می‌نامند.

حل مسئله‌محور آموزش ریاضی

محور هر پرسشی درباره‌ی آموزش و یادگیری حل مسئله این است که: هنگامی که مردم مسئله حل می‌کنند واقعاً چه درک و فهمی دارند؟ (در ذهن آن‌ها چه می‌گذرد؟)

در دهه‌ی گذشته تحقیقات در مورد فرایند حل مسئله، به کانونی جدید در بعضی از مقالات تحقیقی هدایت شد، همان‌طوری که سیلور نیز اظهار می‌دارد: «هر یادگیرنده و هر معلّم جدی ریاضیات، توانایی حل مسائل درگیرکننده را بیش از اندوختن یک گردایه از مهارت‌ها و تکنیک‌ها مورد توجه قرار می‌دهد. هنگامی که در حال مسئله حل کردن هستیم، آگاهی از محدودیت‌ها و توانایی‌های خودمان، کم‌تر از داشتن و فراگرفتن مهارت‌ها و تکنیک‌ها نخواهد بود». سیلور می‌گوید که این‌گونه توانایی‌ها، فراشناختی هستند.

طبق نظر فِلاوِل: «فراشناخت به دانش انسان در رابطه با فرایند شناخت خود او و نتایج حاصل از آن‌ها و یا هر چیز مرتبط با آن اشاره می‌کند و نظارت فعال و به‌دنبال آن تنظیم و هماهنگی این‌گونه فرایندها را شامل می‌شود.»

بسیاری از محققین به نتایج مشابهی رسیده‌اند. بنابراین می‌توان گفت: فراشناخت و اشارات ضمنی آن برای آموزش ریاضی، موضوع مطالعات وسیعی در حال حاضر است.

همان‌طور که اشاره شد، شوئنفلد سه مقوله‌ی مجزا ولی وابسته از رفتار هوشمندانه و آگاهانه را مشخص می‌کند که تحقیقات در مورد فراشناخت روی آن‌ها متمرکز شده است.

الف - دانش انسان در مورد فرایند تفکر خویش

انسان تا چه اندازه در توصیف فرایند فکرکردن خود دقیق است؟

ب - کنترل یا خودنظمی

در هنگام حل مسئله، خط سیری که در حال انجام آن هستیم به چه خوبی و دقتی انجام می‌دهیم؟ در فعالیت‌های حل مسئله (فعالیت‌ها و کارهائی‌که در حین حل مسئله انجام می‌دهیم) دریافت‌هاو نکاتی که از مشاهدات راهنما به‌دست می‌آوریم چه‌قدر مورد استفاده قرار می‌دهیم؟

پ- باورها و شهود

وقتی مشغول انجام ریاضی و کار در ریاضی هستیم درباره ریاضیات چه عقیده و باوری داریم؟ راه و روشی که ریاضی را انجام می‌دهیم چگونه به‌وجود می‌آوریم و چه‌طور آن‌را مجسم می‌کنیم؟

دسته‌بندی شوئنفلد در کارهای گاروفالو و لیستر نیز منعکس شده است. لیستر و گاروفالو بر پایه کتگوری (مقوله‌بندی) فلاول و ولمن دانش درباره‌ی شناخت را دسته‌بندی کردند. دسته‌بندی آن‌ها بر این اساس استوار بود که دانش درباره‌ی شناخت چگونه هنگام اجرا و انجام در استراتژی و وظایف شخص تأثیر می‌گذارد. در کتگوری (مقوله) فردی (شخصی) دانش فراشناختی عبارت از این است که: در مورد خود و دیگران به‌عنوان موجودات شناختی چه باوری دارید؟

دانش شناختی در مقوله‌های وظایف و استراتژی، به آگاهی از دانش خود درباره‌ی وظایف و آگاهی از استراتژی فکر کردن خود اشاره می‌کند.

تنظیم و نظم شناخت، در دانستن این‌که چه‌طور و چه موقع دانش‌های توصیف شده در بالا (فراشناختی) را به کار می‌گیریم، دخالت دارد. «این فراشناخت‌ها یا مهارت‌های مدیریتی، استراتژی‌های طرح و نقشه، نظارت بر این‌گونه استراتژی‌ها، داشتن اراده‌ای که در موقع لزوم آن استراتژی‌ها را رها کنیم، ارزیابی و بررسی نتیجه‌های به‌دست آمده برای تشخیص کارآیی و درجه مؤثر بودنشان را شامل می‌شود.

دیدگاه آخر از فراشناخت بیش‌ترین تأکید و فشار را روی حل مسئله در ریاضیات دارد. اگر ندانیم که چه موقع از راهبردها استفاده کنیم دانستن آن‌ها اهمیتی نخواهد داشت. به‌علاوه هدف زیادی از دانستن راهبردهای گوناگون به‌جز به کارگیری آن‌ها در مواقع لزوم، وجود ندارد.

بسیاری از محققین معتقدند که فراشناخت، توانایی تصمیم‌گیری‌های اجرایی است که (چه بخواهیم و چه نخواهیم) تعیین‌کننده این است که افراد مسئله حل‌کن‌های موفقی هستند یا نه. با این مشخصات، فعالیت‌های فراشناختی به‌طور وسیعی بر فرایند حل مسئله تأثیر می‌گذارد و عدم موفقیت در نظارت کافی و ارزیابی استراتژی‌های فردی باعث عدم موفقیت در رسیدن به نتایج معقول خواهد شد. فعالیت‌های فراشناختی ابزارهایی است تا رفتارهای اشخاصی که استراتژی‌های مناسب برای حل یک مسئله را در اختیار دارند ولی قادر به به کارگیری آن‌ها نیستند را منظور کرده و مورد بررسی قرار دهد.

مسئله حل‌کن‌های مبتدی و ماهر

گفت‌وگو درباره‌ی انواع مسائل و ساختارهایشان از طرح‌های تحقیقی وسیعی که هدف آن‌ها متحد کردن و یک‌پارچه کردن ویژگی‌های مسئله حل‌کن‌های خوب و ضعیف است، نشأت گرفته است.

تحقیقات کرتسکی روی استعداد ذاتی ریاضی دانش‌آموزان نشان می‌دهد که فاکتورهای تشخیص و تمیز بین مسئله حل‌کن‌های ناتوان و مسئله حل‌کن‌های خوب و ضعیف به فهمیدن بهتر فرا شناخت و اشارات ضمنی و پیچیدگی‌های آن برای آموزش حل مسئله کمک می‌کند. بعضی از محققین تلاش کرده‌اند تا تفاوت‌های مسئله حل‌کن‌های ماهر و مبتدی را کشف کنند. تحقیق کرتسکی براساس استعداد ذاتی ریاضی دانش‌آموزان به این نتیجه رسید که چه تمایزهایی بین مسئله حل‌کن‌های خوب وضعیف و درک آن‌ها از عناصر مهم مسائل وجود دارد.

دریسکول با ارجاع به کرتسکی مشخصات و ویژگی‌های مسئله حل‌کن‌های خوب را یکپارچه و دسته‌بندی کرد که عبارتنداز:

۱- مسئله حل‌کن‌های خوب مسائل را بر حسب ساختار ریاضی‌اشان مرتب می‌کنند نه بر حسب محتوایشان؛

۲- مسئله حل‌کن‌های خوب اطلاعات مربوط و نامربوط را تشخیص می‌دهند و روی متغیرهای منفرد در داخل مسئله متمرکز نمی‌شوند.

۳- مسئله حل‌کن‌های خوب بیش‌تر فعالیت‌شان، به کارگیری و استفاده بیش‌تر از استراتژی‌ها و فرایندهای آن‌ها است.

بر خلاف مسئله حل‌کن‌های خوب، مسئله حل‌کن‌های ضعیف در نمایش و بروز رفتارهای فوق ناموفق‌اند و در ارزیابی و بازگشت به عقب (باز پس‌نگری) نیز موفق نیستند. در حالی‌که دریسکول آشکارا به فراشناخت اشاره نمی‌کند ولی عناصر فعالیت‌های فراشناختی را مطرح می‌کند. تحقیق او نشانه‌های مقدماتی را به دست می‌آورد که نشان می‌دهد مسئله حل‌کن‌های خوب مهارت‌های فراشناختی را بهتر از دانش‌آموزان ضعیف به کار می‌گیرند.

لیستر چنین می‌گوید: «به‌هر حال مشکل انجام تحقیقات در فراشناخت برای بسیاری از مردم این است که فراشناخت فرایندی پنهان می‌باشد. با توجه به این‌که بیش‌تر دانش‌آموزان در حین فکر کردن نمی‌توانند مهارت‌های فراشناختی و مدیریتی را به‌کار بگیرند و با عنایت به این‌که فرایند فراشناخت و فرایند حل مسئله مشابهت زیادی نسبت به یک‌دیگر دارند، تفکیک فرایند فراشناخت و فرایند حل مسئله برای دانش‌آموزان کاری مشکل است.»

شوئنفلد در تلاشی برای دسته‌بندی و تحلیل فعالیت‌های فراشناختی هنگام حل مسئله ریاضی دریافت که مسئله حل‌کن‌های ماهر دارای مهارت‌های مدیریتی مؤثر می‌باشند در صورتی که مسئله حل‌کن‌های ضعیف فاقد این ویژگی هستند.

طبق نظر کمپیون، برون و کونل مسئله حل‌کن‌های ماهر از نوع چالش‌دار را کسب می‌کنند تا در کنترل اهداف و انتخاب‌ها، خود را زیرنظر بگیرند. به‌عکس، دانش‌آموزان ضعیف‌تر چند استراتژی حل مسئله را فرا می‌گیرند و در صورتی که از سودمندی و کارآیی آن استراتژی‌ها آگاهی نداشته باشند، نمی‌توانند آن‌ها (استراتژی‌ها) را به کار بگیرند و در

یادگیری‌های جدید انعطاف‌پذیر نیستند. دانش‌آموزان ضعیف‌تر قانع نشده‌اند که می‌توانند اجرای خودشان را کنترل کنند و تمایل دارند در اوضاع یادگیری نسبتاً غیرفعال باشند.

سیلور وضعیت‌های یکسانی را ذکر می‌کند که از طبیعت مسئله حل‌کن‌ها مشاهده کرده بود. او اظهار می‌دارد که مسئله حل‌کن‌های ماهر رفتار فراشناختی را در مسائل خودشان (با فرایند حل مسئله) ترکیب می‌کنند و مشکلات مشاهده شده را برطرف می‌سازند و دیگر این‌که رفتارهای فراشناختی فقط در تعیین نقاط معینی (مراحل مشخصی) در توسعه و بسط مهارت‌ها لازم است. به غیر از ضعف در حیطه‌ی فراشناخت، دانش‌آموزانی که در حل مسئله مبتدی هستند، معمولاً در استدلال استنتاجی و اثبات ریاضی مشکل جدی دارند.

مشکلات مهم دانش‌آموزان با استدلال استنتاجی کدامند؟

روشن است که دانش‌آموزان مشکلات قابل توجهی درمورد استفاده از الگوهای استنتاجی معتبر دارند.

- بسیاری از دانش‌آموزان مشکل به کارگیری استدلال صوری برای کشف نتایج الزامی در الگوهای استنتاجی درگیر با عبارت‌های اگر - آن‌گاه (غیر از قیاس استثنایی) دارند.
- غالباً دانش‌آموزان عبارت «اگر-آن‌گاه» را مثل «اگر و تنها اگر» تعبیر می‌کنند. بسیاری از آن‌ها ارزشمندی الگوی استنتاجی قیاس استثنایی منفی (نقیض انتزاع) را نمی‌شناسند.
- بسیاری از دانش‌آموزان الگوهای استدلالی نامعتبر وارونه و معکوس را نمی‌شناسند.
- مشکل بسیاری از آن‌ها به عبارت‌های شرطی منفی مربوط است.

دلائل اصلی خطاهای استدلال استنتاجی چیست؟

پژوهش واسون و یوهانسون-لیارد شواهد مؤثری برای موردی که خطاهای حساب منطق تنها مربوط به قسمتی از خطاهای استدلال استنتاجی است، ارائه می‌کند. هم‌چنین می‌توانند نتیجه‌ی دشواری حفظ اثر اطلاعات و نبودن نشانه‌های معنایی (معنی‌شناسی) که به یک تفسیر معین علامت می‌فرستند، باشند. یونز، هنگامی که خطاهای به‌وجود آمده در استدلال استنتاجی را تفسیر می‌کرد، یک آزمون قوی به‌وجود آورد به‌طوری که نه تنها موضوعات منطق صوری، بلکه عملیات ذهنی موردنیاز برای انجام تکالیف را مورد بررسی قرار می‌داد.

دلائل اشتباهات در استدلال استنتاجی برگرفته از چندین مطالعه در زیر جمع‌بندی شده است.

- خطاها در استدلال استنتاجی به وسیله‌ی افزودن، جرح و تعدیل یا چشم‌پوشیدن مواردی از مقدمات به‌وجود می‌آیند.
- اشتباهات به وسیله‌ی پذیرفتن محتوای واقعی به جای الگوی استنتاجی به‌وجود آمده‌اند. الگوهای سنتی سخنرانی (مباحثه) روزمره اغلب منطق را باطل می‌کند.
- دلائل دیگر اشتباهات، مشکلات زبانی هستند. تعداد و مکان منفی‌ها، طول کلمه و جمله و سرریز شدن‌شناختی از آن جمله هستند.
- ناتوانی در پذیرش فرضیه، گونه‌ای دیگر از علت‌های این خطاها می‌باشد.

آیا توانایی‌های استدلال استنتاجی از راه آموزش بهبود می‌یابد؟

برخی از مطالعات آشکار کرد که آموزش با استفاده از مواد و وسائل دست‌ورزی انتخاب شده، تأثیر مثبت روی توسعه‌ی توانایی استدلال منطقی کودکان سال دوم و سوم دارد..سوپز و باینفورد گزارش کردند که چارک بالای

دانش‌آموزان سال پنجم و ششم می‌توانند مقدمات اصلی منطق را در سطح ۸۵ درصد از آن‌چه که در مطالعه‌ی یکسان دانشجویان دانشگاه به آن دست می‌یابند، به کار بگیرند و در یک فاصله زمانی بلند آن را گسترش می‌دهند. انیس و پائولوس نشان دادند که منطق کلاسی می‌تواند با موفقیت برای دانش‌آموزان ۱۱ و ۱۲ ساله آموزش داده شود اما این آموزش به دانش‌آموزان کمک نمی‌کند تا الگوهای نامعتبر را کشف و شناسایی کنند. شیپمن این را یافت که معلّم معمولی که از زبان و ایده‌های شرطی در کلاس درس استفاده می‌کند، به‌نظر می‌رسد که تأثیر مثبتی بر رشد توانایی استدلالی دانش‌آموزان دارد.

- دوره‌ی قبل از بلوغ کودکان (۹ تا ۱۲ سالگی) می‌تواند برای توسعه‌ی بعضی از انواع توانایی‌ها، استدلال استنتاجی به وسیله‌ی تجربیات به‌طور دقیق طرح شده، به کار رود.
- استدلال کلاسی را می‌توان در اوائل دوره‌ی بلوغ آموزش داد اما موفقیت آموزشی مهم در بهبود و اصلاح توانایی‌هایی قبل از ۱۶ سالگی دوره‌ی بلوغ برای شناخت روش‌های استنتاجی نامعتبر گزارش نشده است.
- جایی که یک معلّم اغلب به‌طور طبیعی ایده‌ها و زبان استدلالی اگر-آن‌گاه را به کار می‌برد، همبستگی مثبت بین رشد توانایی استدلال و به‌عمل درآمدن در کلاس درس وجود دارد.

مشکلات اصلی دانش‌آموزان با اثبات‌ها چیست؟

سینک یک نمونه ۱۵۲۰تایی از دانش‌آموزان درس هندسه را انتخاب کرد و درمورد مشکلات دانش‌آموزان با اثبات‌های هندسی گزارش ارائه کرد. در زیر یافته‌های اصلی سنک و ارنست بیان شده است.

- دانش‌آموزان مشکلات زبانی و منطقی با اثبات‌ها دارند و این مشکل برای به‌وجود آوردن یک اثبات سدّ راه می‌شود. آن‌ها اغلب قضیه‌ای که باید ثابت شود را به‌عنوان دلیل در اثبات خودش و صور استنتاجی نامعتبر را مورد استفاده قرار می‌دهند.
- اثبات با نمودارهایی که شامل چند مجموعه از مثال‌های محاط شده یا خطوط کمکی موردنیاز می‌باشند، از جمله مشکل‌ترین‌ها بودند. اثبات‌های تشابه بیش‌تر از اثبات‌های همنهشتی که همان تعداد استنتاج نیاز دارد، دشوار هستند.
- دانش‌آموزان با پیچیدگی اصل استقرای ریاضی مشکل دارند.
- عدم تفاوت مربوط به جنسیت در اثبات‌نویسی موفقیت‌آمیز مشهود است.

آیا سطوحی از توسعه که نتیجه‌ی اثبات‌نویسی دانش‌آموزان باشد، وجود دارد؟

سطوح وَن هایله در زیر مرور می‌شود:

سطح ۱- کل‌نگری: دانش‌آموزان واژه‌ها را یاد می‌گیرند و می‌توانند هویت یک شکل را تعیین کنند.

سطح ۲- تحلیلی: دانش‌آموزان قادرند خواص شکل‌ها را تعیین کنند.

سطح ۳- تجریدی: دانش‌آموزان می‌توانند به‌طور منطقی شکل و روابطشان را مرتب کنند.

سطح ۴- استنتاجی: دانش‌آموزان نقش قضیه‌ها، اصل‌ها و اثبات‌ها را درک می‌کنند. به علاوه، دانش‌آموز قادر است قضیه‌ها را به‌طور استنتاجی ثابت کند.

سطح ۵- دقت: دانش‌آموزان ضرورت دقت دستگاه استنتاجی را درک می‌کنند و می‌توانند استنتاج‌های انتزاعی ایجاد کنند.

پس از تجزیه و تحلیل نتایج آزمون ۲۴۱ دانش‌آموز سال یازدهم، سنک نتایج معنی‌داری را گزارش داد که در زیر خلاصه شده‌اند.

- در سطح بالاتر وَن هایله، احتمال بیش‌تر این است که دانش‌آموزان بعد از این سال در نوشتن اثبات‌ها مهارت پیدا می‌کنند و احتمال کم‌تر این است که دانش‌آموز در نوشتن اثبات‌ها موفق نمی‌شوند.
- دانش‌آموزی که در سطح ۲ شروع کرده است شانس پنجاه-پنجاه دارد که تا پایان سال در نوشتن اثبات‌ها مهارت پیدا کند. یک دانش‌آموز در سطح ۳ یا ۴ شانس بیش‌تری دارد که در نوشتن اثبات مهارت پیدا کند.

بررسی مشکلات آموزش ریاضی در گذشته به روشنی ما را به این مسیر هدایت می‌کند که باید سیستم‌های آموزشی مفهوم‌محور با سیستم‌های آموزشی مهارت‌محور جایگزین شود.

یادگیری مهارت‌محور

در سیستم‌های مفهوم محور دانش‌آموز مفاهیمی که با آن‌ها آشنا شده است را در ذهن خود نظام می‌بخشد و رشد تحصیلی خود را بر پایه‌ی درک خود از این مفاهیم می‌شناسد. در سیستم‌های مهارت محور دانش‌آموز مهارت‌هایی را که به‌دست آورده محک رشد تحصیلی خود می‌داند. از آن‌جا که نظام‌های مهارتی لمسی، سمعی و بصری در برابر دانش‌آموز قرار دارند و او تنها بعضی از مهارت‌های مربوط به محتوا را یاد می‌گیرد، شخصیّت آموزشی او به روشنی برایش شناخته می‌شود. به عبارت دقیق‌تر روند یادگیری مهارت‌ها وابسته به شخصیّت اوست در صورتی که در نظام مفهوم محور نظام مفاهیمی که به شخصیّت آموزشی او وابسته نبود باید در ذهن او جای می‌گرفت. با این دید، دانش‌آموز سعی می‌کند مهارت‌های رفتاری، اجتماعی، علمی خود را نیز همگام با رشد مهارت‌های مربوط به محتوا گسترش دهد.

در نظام آموزشی مهارت‌محور، فعّالیّت‌هایی که توسط دانش‌آموز انجام شده است و فرایند یادگیری توسط این مهارت‌ها اتفاق افتاده است، سند مهمی به شمار می‌رود که گذشته‌ی علمی دانش‌آموز را بیان می‌نماید. به همین دلیل هر دانش‌آموز باید تمام فعّالیّت‌های آموزشی خود را در پوشه‌ای نگه‌داری نماید و رشد تحصیلی خود را با آن پوشه اندازه گیری نماید. این پوشه می‌تواند برای ارزش‌یابی کار دانش‌آموز نیز به کار برود.

مدلسازی رفتار ریاضی دانش‌آموز

از آن‌جا که نظام مفاهیم در ذهن دانش‌آموز و نظام مهارت‌های کسب شده توسط او نقش محوری در هندسه‌ی یادگیری دارد، اگر بخواهیم مدلی ریاضی از پیشینه‌ی دانش‌آموز ارائه دهیم، به ناچار باید بر مفاهیم و مهارت‌ها تکیه نماییم. ارتباط بین شکل‌گیری مهارت‌های دانش‌آموز و تولد مفاهیم در ذهن او طبیعتی همانند ارتباط بین زبان و اندیشه دارد. اندیشه و زبان دارای رشد موازی و مستقلی نیستند. هر از چندگاه، روند خلاقیت در یکی از دامنه‌ها تحت تسلط و سیطره‌ی دامنه‌ی دیگر قرار می‌گیرد. این نظام برای مفاهیم و مهارت‌ها نیز برقرار است. اتفاق می‌افتد که شکل‌گیری مفاهیم به‌طور طبیعی شکل‌گیری مهارت‌هایی را نتیجه بدهند. این مهارت‌ها ممکن است رفتاری، ذهنی، محاسباتی و یا از دیگر انواع باشند. هم‌چنین یک نیاز عملی می‌تواند انگیزه‌ی شکل‌گیری یک مهارت از پیش مهارت‌های در دسترس باشد و آن‌گاه تشکیل این مهارت جدید می‌تواند فضای مناسب برای تولد مفهومی جدید را به‌وجود بیاورد. اگر شبیه‌سازی ارتباط بین مفاهیم و مهارت‌ها را با ارتباط بین اندیشه و زبان توسعه بدهیم، شکل‌گیری مهارت‌ها هم‌چون شکل‌گیری جملات در زبان به‌عنوان ابزاری برای برقراری ارتباط خواهد بود. با این نگرش، پیش مهارت‌ها که سنگ بنای مهارت‌ها هستند، هم‌چون کلماتی که در جملات به کار می‌روند، نقش بازی می‌کنند. اوّلین نتیجه‌ی این نگرش طبیعت اجتماعی شکل‌گیری پیش مهارت‌هاست. همان‌طور که کلمات شکل می‌پذیرند و معانی مختلفی پیدا می‌کنند، شکل‌گیری پیش مهارت‌ها و نقش‌پذیری‌های متفاوت

در تشکیل مهارت‌ها از قوانین اجتماعی پیروی می‌کنند. پیش مهارت‌ها توانایی‌های مجرد و ثابتی نیستند بلکه هم‌چون رودخانه‌ای که در بستر زمان جریان دارد، تحول می‌پذیرند.

شناسایی پیش مهارت‌ها نقش تعیین‌کننده‌ای در آموزش ریاضی دارد؛ زیرا، با دانستن پیش‌مهارت‌هایی که یک مهارت را تشکیل می‌دهند، می‌توانیم با آموزش آنان، زمینه را برای شکل‌گیری آن مهارت فراهم کنیم. هرچند تشخیص کلمات تشکیل‌دهنده یک جمله بسیار ساده است، پیش مهارت‌های تشکیل‌دهنده‌ی یک مهارت را نمی‌توان به سادگی ازهم تمیز داد. تنها روشی که برای شناسایی پیش مهارت‌ها در دست داریم، مطالعه‌ی میدانی است. اگر تعداد قابل‌توجهی از دانش‌آموزان را در معرض انجام مهارتی قرار دهیم، سطوح متفاوت توانایی ایشان در انجام آن مهارت محکی است که اختلاف پیش مهارت‌های دانش‌آموزان را آشکار می‌کند. با دانستن تمام سطوحی که ممکن است در به‌دست آوردن یک مهارت احراز شود حداقل تمام مراحل رشد مهارتی دانش‌آموزان برای به‌دست آوردن آن مهارت را می‌دانیم و می‌توانیم مطمئن باشیم در آموزش مهارت پرش نداشته‌ایم. این نگرش به مهارت‌ها ایجاب می‌کند نقشه‌ای مبسوط از مهارت‌هایی که در هر مرحله باید توسط دانش‌آموز کسب شود، ارائه نماییم. اگر در هر سطحی بدانیم حوزه‌ی مهارتی که در آن به آموزش مفاهیم می‌پردازیم، چگونه گسترده شده است، خواهیم دانست چگونه از آن حوزه‌ی مهارت‌ها استفاده کنیم تا مفاهیم به درستی در ذهن دانش‌آموز شکل بپذیرد. به این منظور در یک نظام آموزش ریاضی نیازمندیم نقشه‌ای منظم از مفاهیم که با نقشه مهارت‌ها در ارتباط باشد، ارائه شود. در این دو نقشه ارتباط بین مفاهیم و بین مهارت‌ها در هریک از سطوح تغییر می‌کند. برای مدلسازی این تغییرات ناچاریم از چندین نقشه مفهومی و مهارتی که با یک‌دیگر مرتبط هستند، استفاده کنیم که مجموعه این نقشه‌ها را اطلس مفاهیم و اطلس مهارت‌ها می‌نامیم.

ارتباط بین یک نقشه مفهومی و یک نقشه مهارتی هم‌چون ارتباط بین اندیشه و زبان و ارتباط بین اطلس مفاهیم و اطلس مهارت‌ها هم‌چون ارتباط بین اندیشه در بستر زمان و زبان در بستر زمان می‌باشد. این مشابهت اشاره به این نکته دارد که مراحل شکل‌گیری مفاهیم در ذهن دانش‌آموز که در ارتباط تنگاتنگ با شکل‌گیری مهارت‌های اوست، مشابه رشد اندیشه‌ی اوست که در ارتباط تنگاتنگ با رشد زبان اوست. به‌خصوص رشد اندیشه‌ی ریاضی و رشد زبان ریاضی دانش‌آموز ارتباط نزدیک دارند. این ارتباط هم باید در اطلس مفاهیم و اطلس مهارت‌ها ملحوظ شود؛ بنابراین، بین نقشه‌های متوالی مفاهیم و بین نقشه‌های متوالی مهارت‌ها باید نظام خاصی حاکم نمود که با رشد اندیشه‌ی ریاضی و رشد زبان ریاضی هماهنگ باشد. در این مقاله مدل‌های ارتباطی خاصی بین نقشه‌های متوالی در اطلس مفاهیم و اطلس مهارت‌ها ارائه شده است که سعی دارند رشد طبیعی اندیشه و زبان را به زبان ریاضی مدلسازی کنند.

اطلس مفـــاهیم

بررسی تلاش‌های فکری دانش‌آموزان هنگام حل مسئله این تصویر را به‌دست می‌دهد که، دیدگاهی که مسئله پیش پا می‌گذارد ارتباطات خاصی بین مفاهیمی که از پیش در ذهن دانش‌آموز حاضر بوده‌اند، برقرار می‌کند. مشاهده‌ی دقیق روند حل مسائل مختلف توسط دانش‌آموز نشان می‌دهد که ارتباط بین مفاهیم درون ذهن دانش‌آموز از یک دیدگاه به دیدگاه دیگر تغییر می‌کند. این امر بیانگر این واقعیت است که نقشه‌ی مفهومی یگانه‌ای، آن‌طور که در آموزش ریاضی معمول است، کفاف مدلسازی ارتباطات این مفاهیم در ذهن دانش‌آموز را نمی‌دهد. دانش‌آموز هم بر این نکته اعتراف می‌کند که آموخته‌های خود را از دیدگاه‌های متفاوتی می‌شناسد. تعدد نقشه‌های مفهومی این امکان را به‌دست می‌دهد که نقشه‌ی مفاهیم درون ذهن دانش‌آموز را در بستر زمان مدل‌سازی کنیم و چگونگی و شرایط خلق مفاهیم جدید را به زبان مدل اطلس مفاهیم بیان نماییم. نقشه‌های متوالی که هرکدام دیدگاهی خاص برای مرتبط بودن مفاهیم را یدک می‌کشند، خواستگاه مناسبی برای شبیه‌سازی پدیده‌ی خلق مفاهیم جدید در ذهن دانش‌آموز هستند. در تاریخ علم نیز چنین بوده است. مفاهیم جدید که به ما توانایی‌های علمی بالاتری را می‌دهند، همیشه بعد از تولد دیدگاه‌هایی نو نسبت به مفاهیم قدیمی به‌وجود آمده‌اند. این واقعیت پیشنهاد می‌کند که نیازهای ارتباطی در دیدگاه‌های نو نسبت به مفاهیم قدیمی انگیزه‌ی خلق مفاهیم جدید را به‌وجود می‌آورند. یک حالت خاص این است که دو مفهوم که در دیدگاهی قدیمی به هم مربوط بودند، ممکن است در یک دیدگاه جدیدی به هم مرتبط نباشند. ذهن جست‌وجوگر بشر به دنبال این است که در این هندسه‌ی جدید مفاهیم نیز ارتباطی بین آن مفاهیم قدیمی ایجاد کند. در این راه گاه نیاز به خلق مفاهیمی جدید دارد که واسط ارتباط بین مفاهیم قدیمی باشند.

ضمناً این نکته باید مورد توجّه باشد که مفاهیم ریاضی در ذهن تغییر فرم می‌دهند. تاریخ ریاضیات به خوبی می‌تواند برای مدلسازی این روند به ما درس بدهد. مثلاً مفهوم «مساحت» را درنظر بگیرید. مجموعه‌ای از کلمات کلیدی در ریاضیات که به این مفهوم مربوطند بسیار درس‌آموز خواهد بود، مانند: روش افناء، مساحت اقلیدسی، انتگرال ریمان، انتگرال لبگ، فرم‌های دیفرانسیل، هندسه خمینه‌ها... تلاش ریاضیدانان برای توسعه‌ی مرزهای تئوری‌های ریاضی‌شان در چند مرحله خلاصه شدنی است. قدم اوّل شناسایی مفاهیم است و آنگاه اندازه‌گیری توانایی‌های ریاضی این مفاهیم، مقایسه‌ی آن‌ها با دیگر مفاهیم، بر هم نهی مفاهیم برای خلق مفاهیم کلّی‌تر و سپس تقریب زدن مفهوم به‌دست آمده چنان که برای روند مجردسازی مناسب باشد. با این دیدگاه، مفاهیم موجوداتی تحول‌پذیر هستند که به نوعی حیات دارند. آن‌ها متولد می‌شوند و می‌میرند. می‌توانند دوباره متولد شوند و دوباره بمیرند؛ مانند مفهوم «بینهایت کوچک». آن‌ها می‌توانند تعمیم پیدا کنند یا به حالت خاصی محدود شوند. آن‌ها می‌توانند توسط دیگر مفاهیم در خود هضم شوند. به زبان مدل ما،

مفاهیم می‌توانند در یک دیدگاه جدید تغییر شکل دهند یا به‌صورت قبلی بمانند. به‌نظر می‌رسد که ما هرگز مجبور به خلق یا تغییر شکل یک مفهوم نیستیم. زیرا همیشه می‌توانیم مفاهیم جدید را به گونه‌ای دیگر خلق کنیم. انتگرال ریمان و انتگرال لبگ مثال‌های خوبی برای نشان دادن این حقیقت هستند. مثال‌هایی مانند این در ریاضیات عالی فراوان هستند. اگر بتوانیم این «اختیار» را در خلق مفاهیم جدید برای دانش‌آموز ملموس کنیم، به یک شاهکار آموزشی دست یافته‌ایم. کلید موفقیت مسائل باز هستند. مسائل کلیشه‌ای با راه‌حل‌های کلیشه‌ای سد راه رشد خلاقیت دانش‌آموز هستند.

اطلس مهارت‌ها

برای مدلسازی روند آموزش مفاهیم با اطلس مفاهیم باید بر برخی توانایی‌ها و مشخصه‌های دانش‌آموزان تأکید داشته باشیم تا بتوانیم کاربری اطلس مفاهیم در آموزش را تضمین کنیم. به عبارت دقیق‌تر، برای این که تولد مفاهیم جدید اتفاق بیفتد، دانش‌آموز نیاز به یکسری مهارت‌های پایه دارد که محیط انسانی لازم برای خلق مفاهیم جدید را به‌وجود می‌آورند.

در این‌جا مفهوم اطلس مهارت‌ها وارد می‌شود که مانند درختی است که در گذر از یک دیدگاه به دیدگاه دیگر همواره تعداد شاخه هایش رو به افزایش است. هر مهارت از کنار هم قرار گرفتن چند پیش مهارت به‌وجود آمده است. پیش مهارت‌ها که فقط توسط مطالعه میدانی قابل تشخیص هستند، تجسدیافته مراحل مختلف احراز مهارت موردنظر می‌باشند. در این مدل آموزشی مطالعه‌ی میدانی برای درک مراحل مختلف احراز یک مهارت از واجبات آموزشی است. اگر بدون مطالعه‌ی میدانی آموزش یک مهارت برنامه‌ریزی بشود، مراحل رشد مهارت توسط دانش‌آموز چند در میان طی می‌شود و این در روند یادگیری به شدت اخلال می‌نماید.

در یک تقسیم‌بندیِ سیستم یادگیری دانش‌آموزان، ایشان به سه دسته لمسی، سمعی و بصری تقسیم می‌شوند. دسته‌ی اوّل کسانی هستند که مفاهیم را با دست‌ورزی آسان‌تر از دیگر روش‌ها می‌آموزند. فعّالیت‌های عملی، اشیای ملموس، معماهای ساختنی، نقش مهمی در فرایند یادگیری ایشان بازی می‌کنند. دسته‌ی دوم کسانی هستند که استنتاج مرحله به مرحله در یادگیری آن‌ها غلبه دارد. توجّه به کاربرد دقیق و صحیح کلمات و زبان ریاضی در آموزش این دسته اهمّیّت دارد. فرمول‌ها و کار مکانیکی با آن‌ها، زبان جبری، استدلال کلامی، نقش مهمی در فرایند یادگیری این دسته بازی می‌کنند. دسته‌ی سوم کسانی هستند که با تصویرسازی ذهنی یاد می‌گیرند و حقایق ریاضی و ارتباط آن‌ها با یک‌دیگر را به زبان تصاویر ذهنی خود می‌فهمند. هندسه و استدلال هندسی، تفکر تصویری، شهود تصویری ریاضی، نقش محوری در یادگیری ریاضی ایشان دارد.

هریک از این سه دسته اطلس مهارتی مخصوص به خود دارد که باید در کنار اطلس مفاهیم مورد توجّه قرار گیرد.

فصل چهارم- اهـــداف

- مقدمه
- اهداف دانشی- کلّی و میانی
- شبکه مفهومی اهداف دانشی
- اهداف مهارتی- کلّی و میانی
- شبکه اهداف مهارتی
- اهداف نگرشی- کلّی و میانی
- شبکه هدف‌های نگرشی
- ترکیب حوزه‌های دانشی و مهارتی

مقدمه

اگر مباحث مربوط به فلسفه‌ی آموزش ریاضیات، مبانی نظری و رویکردهای آموزشی را ریشه‌ی برنامه‌ی درسی درنظر بگریم، بخش اهداف بدنه‌ی آن خواهد بود و سایر موارد از جمله روش‌های تدریس شاخه و برگ راهنما خواهد شد. لذا بخش اهداف از مهم‌ترین قسمت‌های راهنمای برنامه‌ی درسی است به همین دلیل در شورای برنامه‌ریزی درسی و هم‌چنین در گروه، بیش‌ترین زمان به تهیه‌ی هدف‌های درس اختصاص داده شد.

اهداف آموزش ریاضی در این راهنما در سه حیطه‌ی دانش، مهارت و نگرش تقسیم شده است. این مجموعه هدف ازطریق مطالعات تطبیقی، استفاده از چارچوب مطالعه‌ی تیمز و هم‌چنین با استفاده از هدف‌های مشترک و مصوب دوره‌های ابتدایی و راهنمایی تدوین شده و در تهیه‌ی آن به هماهنگی با سایر دروس در مقاطع ابتدایی و راهنمایی توجّه شده است.

در هر سه حیطه‌ی دانشی، مهارتی و نگرشی ابتدا هدف‌های کلّی و میانی در ۱۰ قسمت آورده شده است. در نوشتن هدف‌های میانی، تقدم و تأخر راعایت نشده است. هم‌چنین ممکن است هدف‌های میانی باهم، هم‌وزن نباشند. از آنجاکه توجّه به شبکه‌های مفاهیم و مهارت‌ها و ارتباط درونی ریاضیات در راهنمای برنامه درسی تأکید فراوان شده است، پس از ذکر اهداف کلّی و میانی شبکه‌ی هدف‌ها آورده شده است.

در حیطه‌ی دانشی، شبکه‌ی مفاهیم ضمن مشخص کردن حدود تقریبی هدف در پایه‌های از پیش دبستانی تا سوم راهنمایی، مسیر رشد و توسعه‌ی مفاهیم و ارتباط آموزشی هر مفهوم را با سایر مفاهیم مشخص می‌کند.

برای آن‌که عناوین بعضی از هدف‌ها ممکن است بدفهمی ایجادکند و جهت روشن شدن منظور برنامه‌ریزی از ذکر این عناوین توضیحات مختصری در پایان آن آورده شده است.

در شبکه‌ی اهداف مهارتی، به پیش مهارت‌ها و ارتباط هدف‌های مهارتی با یک‌دیگر توجّه شده ضمن آن‌که حدود تقریبی ارائه این مهارت‌ها در پایه‌های مختلف و رشد و توسعه‌ی هدف مهارتی تبیین شده است. در شبکه‌ی اهداف نگرشی نیز توسعه و رشد هر هدف در پایه‌های مختلف مشخص شده ضمن آن‌که هدف‌های جزئی‌تر با زبان زندگی روزمره در نوعی ارتباط با هدف‌های مهارتی و دانشی آورده شده است.

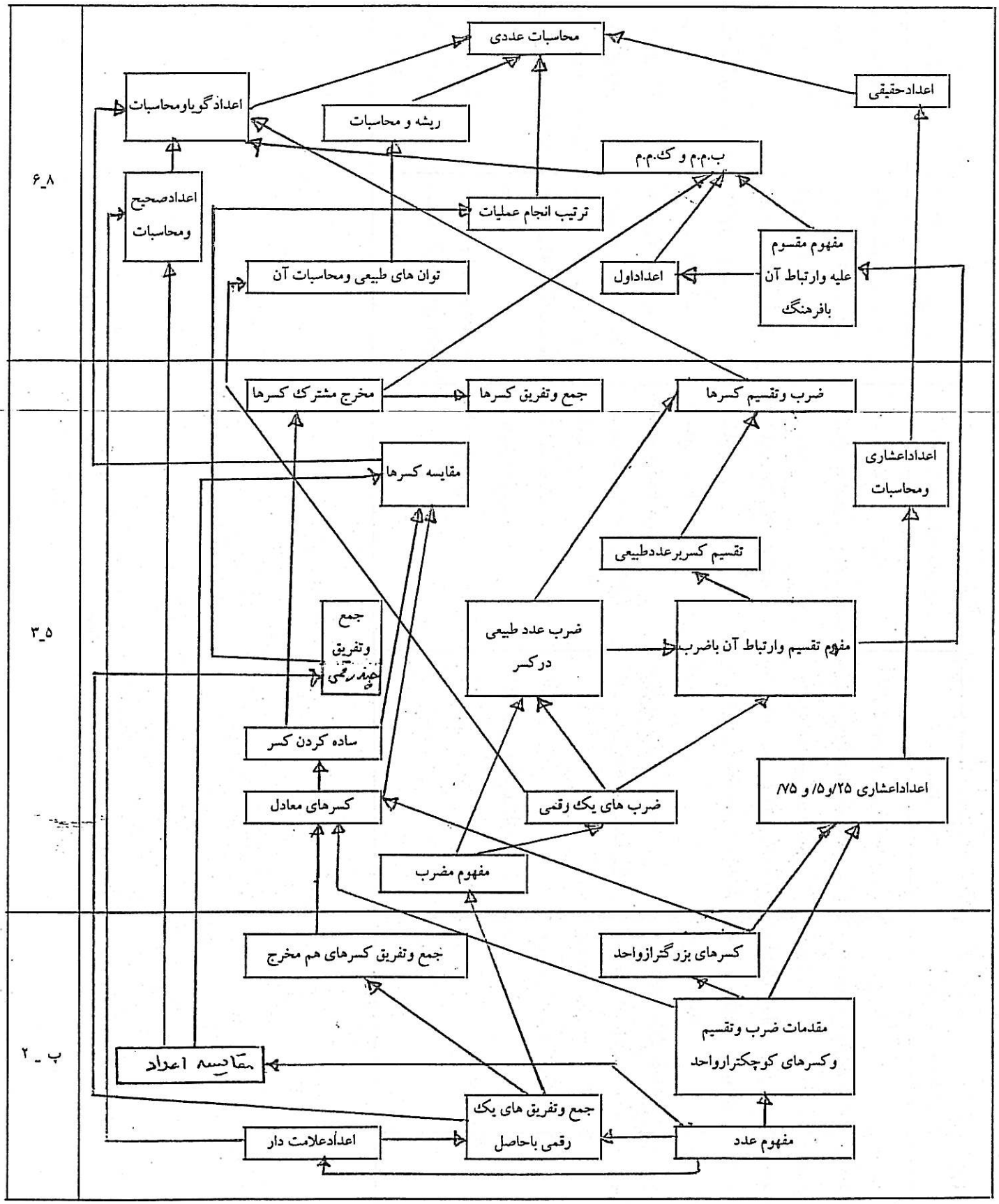
اهداف دانشی

۱- نمایش عدد و محاسبات عددی	۲- جبر و نمایش نمادین	۳- آمار و احتمال	۴- نسبت، نرخ، تناسب
- مفهوم عدد (اصلی، ترتیبی، ترکیبی) - مفهوم جمع و تفریق (طبیعی، حسابی، صحیح، گویا، مرکب، حقیقی) - مفهوم ضرب و تقسیم (طبیعی، حسابی، صحیح، گویا، مرکب، حقیقی) - مفهوم مضرف و مقسوم‌علیه (طبیعی) - عبارت‌های عددی و محاسبات (چند جمله‌ای به‌عنوان عدد) - توان و ریشه - محاسبات عددی در دستگاه دو بعدی دکارتی	- مفهوم تساوی، بزرگ‌تری و کوچک‌تری - مفهوم جبری جمع و تفریق - مفهوم جبری ضرب و تقسیم - عبارت‌های جبری و مقادیر عددی یک عبارت - نماد علمی - مختصات دکارتی - تجزیه به عوامل اول - اتحادها و نمایش نمادین آن‌ها - معادله - نمادهای مختلف عدد (ارزش مکانی) - متغیر	- قطعیت و عدم قطعیت - احتمال (محاسبات) - داده - پیشامد - میانگین و میانه و مد - نمایش نموداری داده‌ها	- مفهوم نسبت و نرخ - مقایسه نرخ‌ها و نسبت‌ها - محاسبات نرخ و نسبت (جمع، تفریق، ضرب، تقسیم) و تعبیر آن‌ها - مفهوم تناسب (رابطه مستقیم) - درصد - مفهوم رابطه معکوس (حاصل‌ضرب کمیت‌ها با مقدار ثابت) - تقسیم با نسبت‌های نابرابر - نسبت‌های مثلثاتی

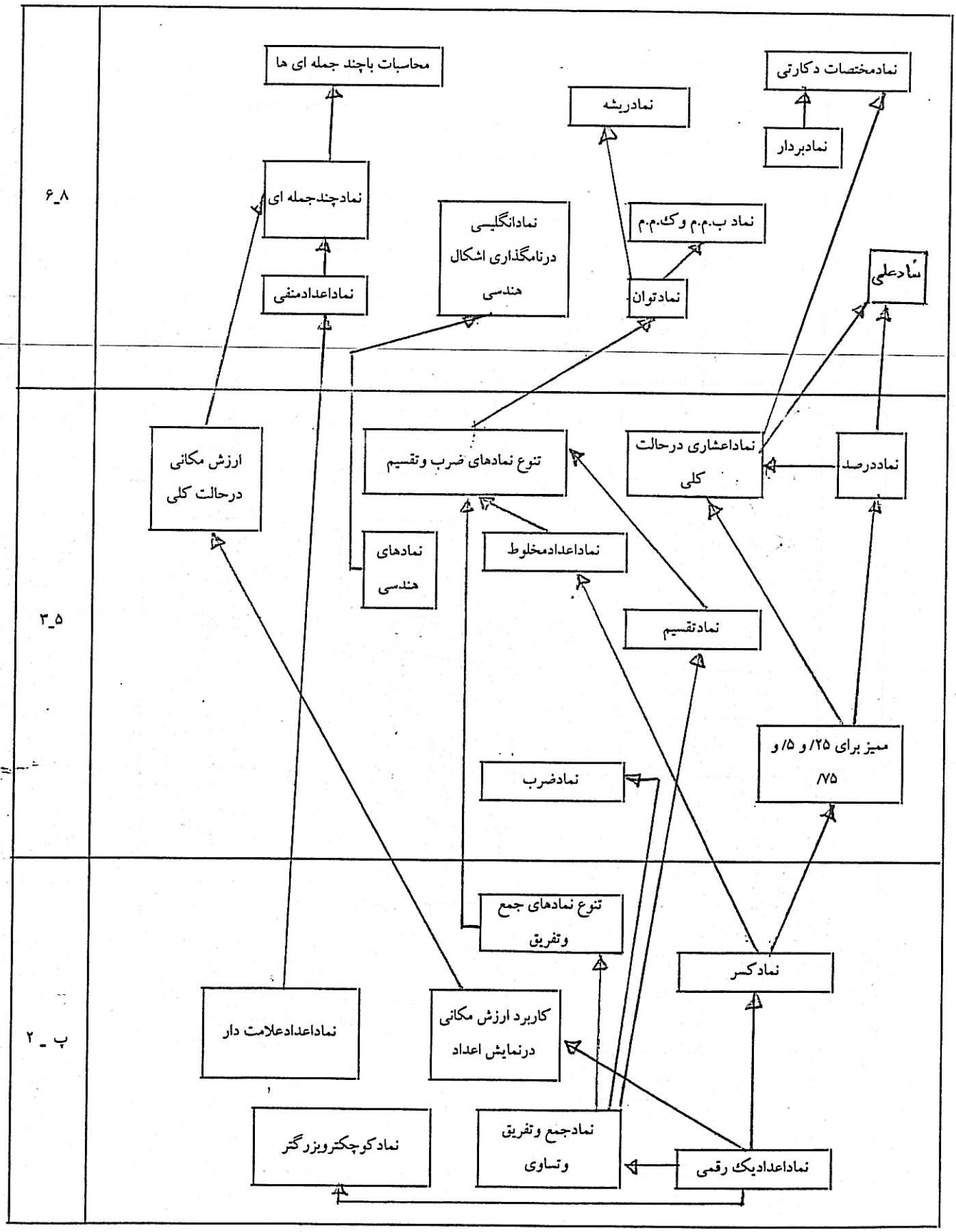
۵- واحدها	۶- الگوهای هندسی و عددی	۷- هندسه مسطحه وفضایی	۸- هندسه تبدیلات	۹- بردار- هندسه تحلیلی	۱۰- تابع و مفهوم متغیر
واحدهای استاندارد واحدهای متریک واحدهای طول واحدهای سطح واحدهای حجم و گنجایش واحدهای دما واحدهای زمان واحدهای جرم (وزن) واحدهای غیر متریک رایج واحدهای غیراستاندارد واحدهای متداول پول تبدیل واحدها	- الگوهای عددی، هندسی و ترکیبی (مثلث خیام پاسکال) - الگو در اشکال متقارن - الگوی دورانی - دنباله‌ها (تصاعد حسابی و هندسی) - عملکردهای حجم و تفریق - ضرب و تقسیم در ساخت الگوهای عددی - مفروش کردن (با استفاده از الگوهای تقارن، دوران و...)	- اشکال هندسی مسطحه - اشکال هندسی فضایی (چند وجهی‌ها) - قضایای هندسه مسطحه - تشابه - سطح و مساحت - حجم و گنجایش - سطح خارجی (جانبی- کل) - زاویه - طول و محیط - انطباق (هم‌نهشتی) - گسترده	- تقارن محوری در صفحه - تقارن مرکزی در صفحه - تقارن چرخشی در صفحه - تقارن نسبت به یک صفحه - دوران حول محور دوران در فضا - تقارن مرکزی در فضا - تجانس (بزرگ‌نمایی) در صفحه - انتقال - اشکال و احجام متقارن	- مفهوم بردار - جمع و تفریق روی محور - انتقال بردار - جمع و تفریق دو بعدی - معادله خط - دستگاه معادلات خطی - حجم و تفریق در صفحه توسط بردارها - ضرب عدد در بردار	- ماشین ورودی و خروجی - جمع و تفریق، ضرب و تقسیم به‌عنوان عملگرد - تبدیلات به‌عنوان عملگرد در صفحه و فضا - توابع خطی - تغییر (مفهوم رشد)

شبکه مفهومی،اهداف دانشی

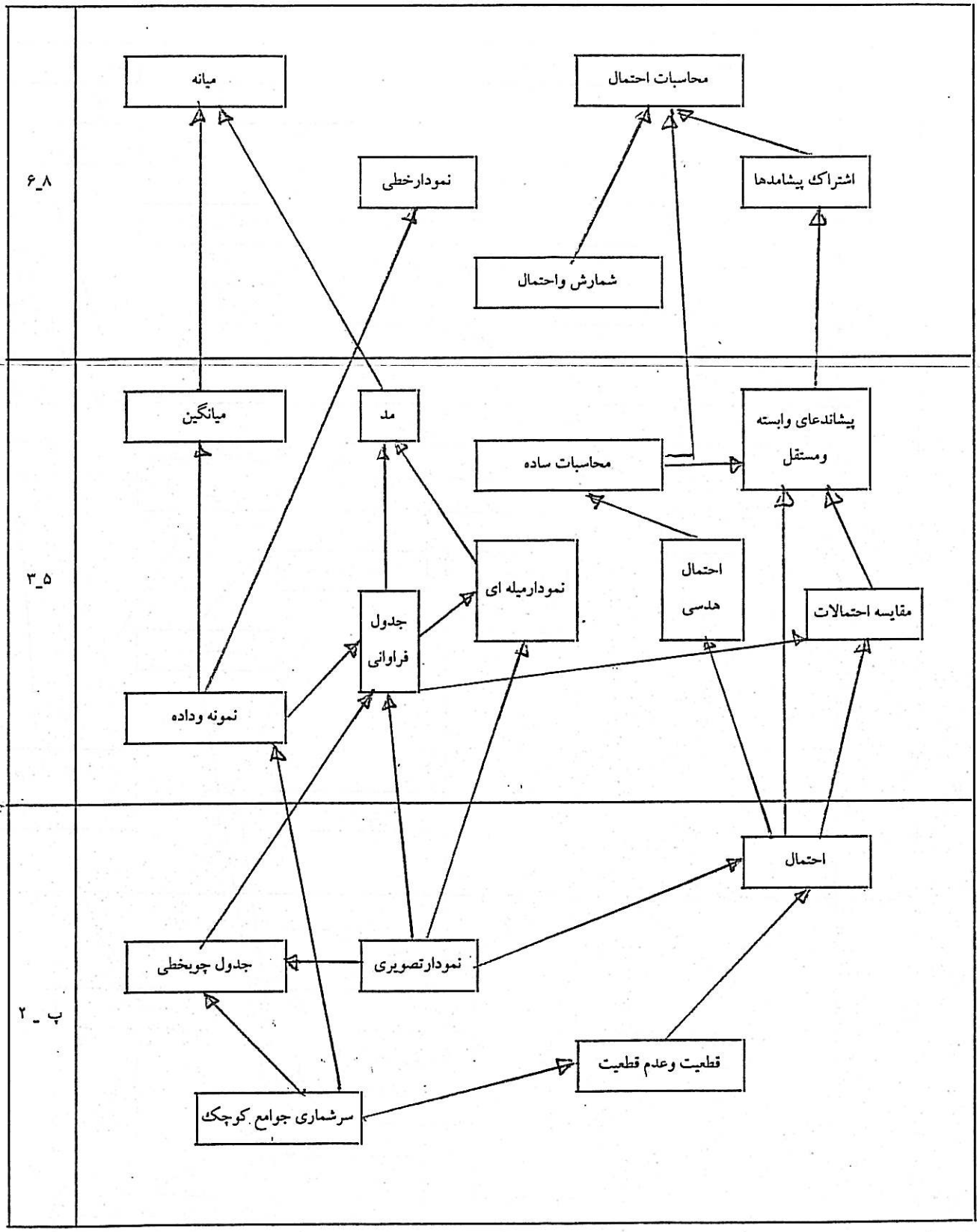
۱ ـ نمایش عدد و محاسبات عددی

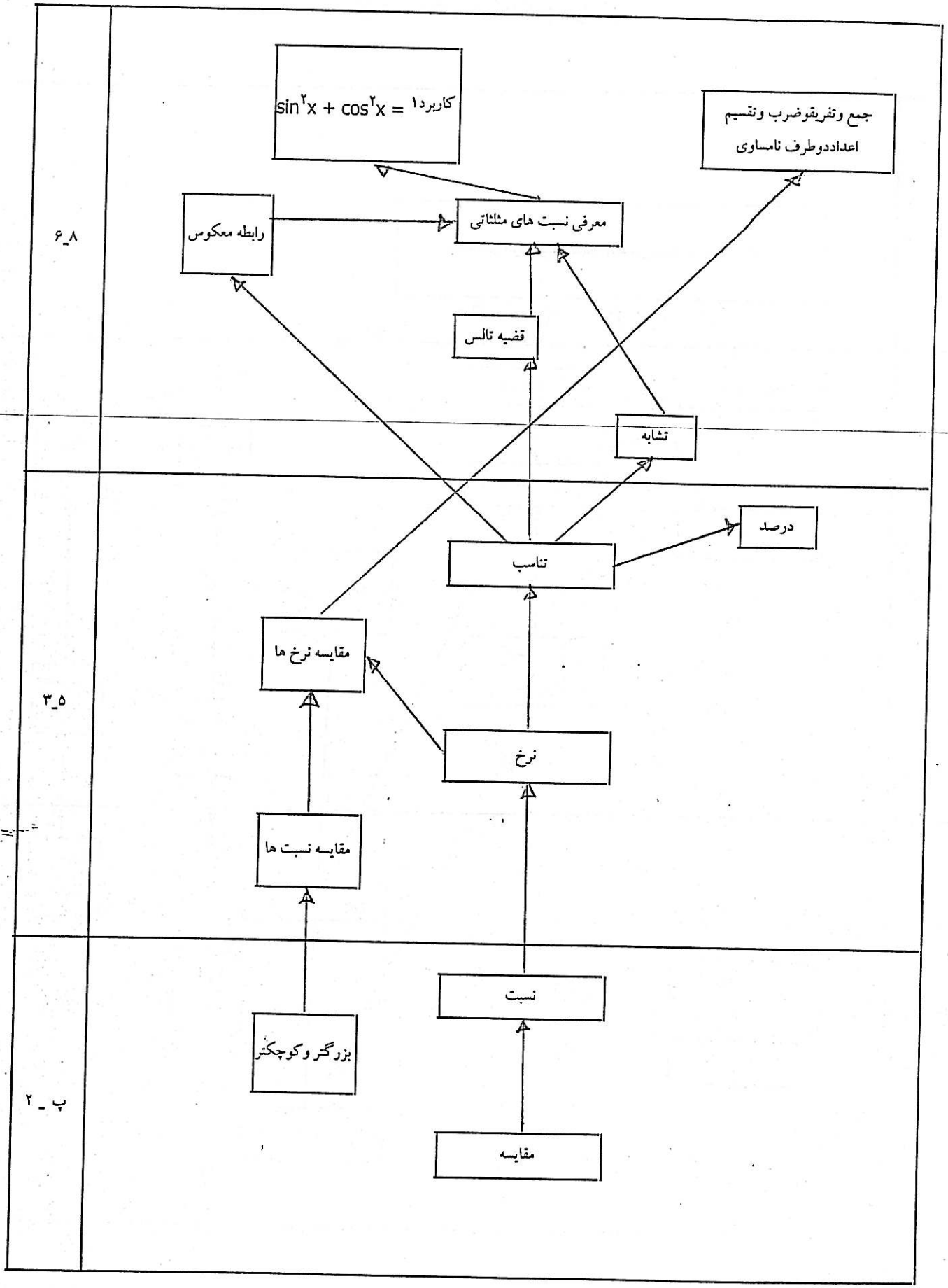


۲ ـ جبرونمایش نمادین

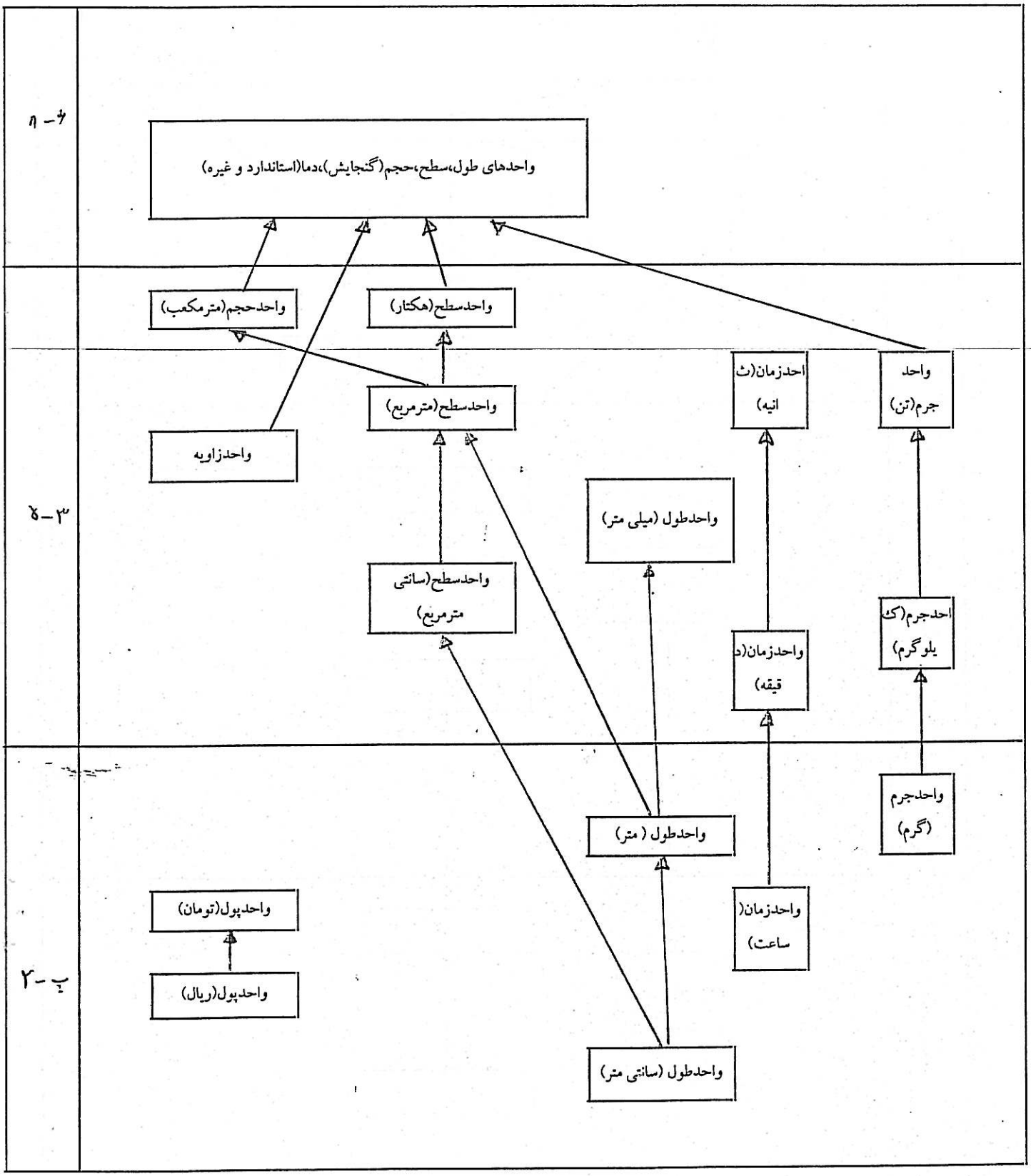


۳ ـ آمار و احتمال

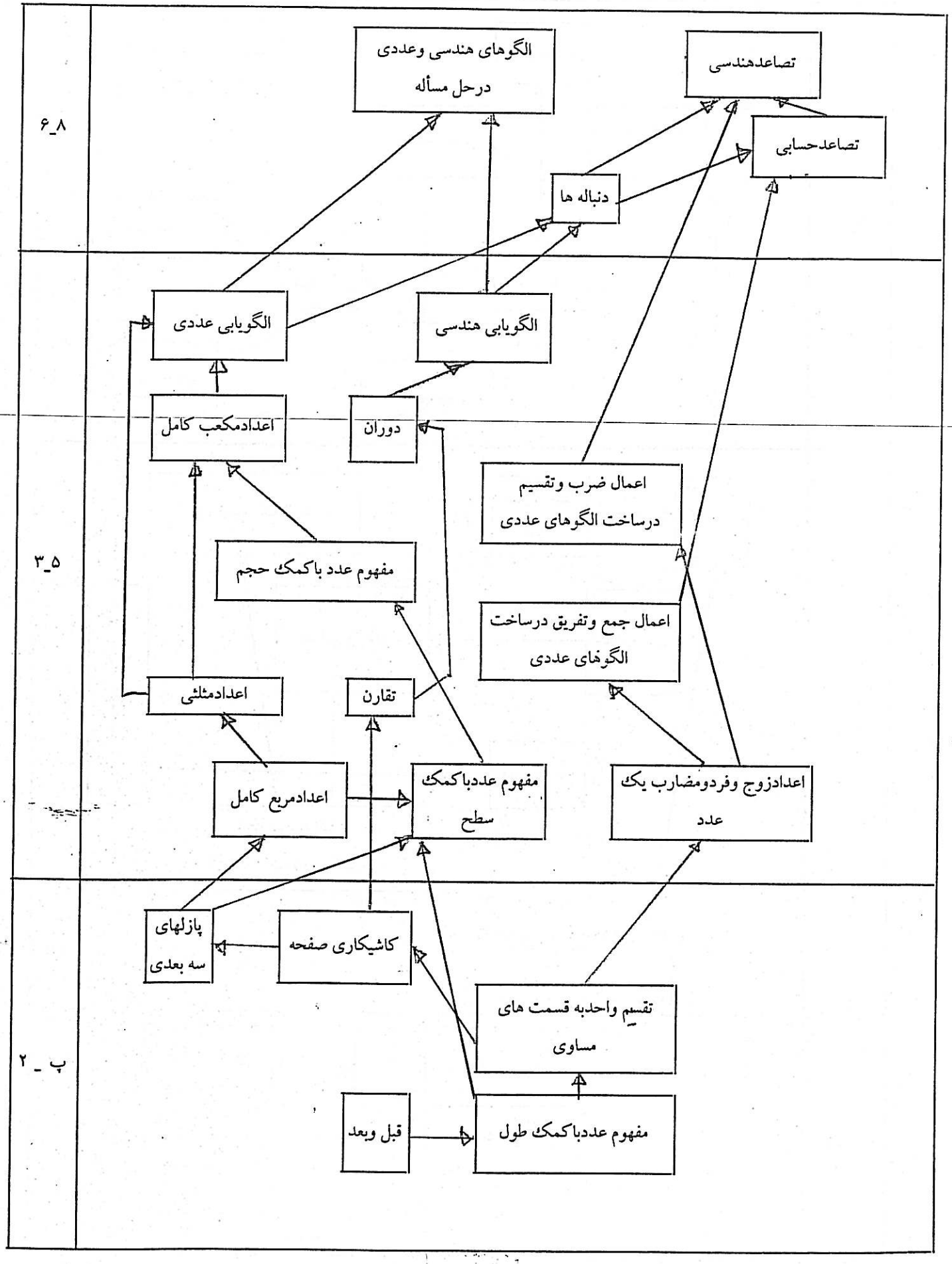


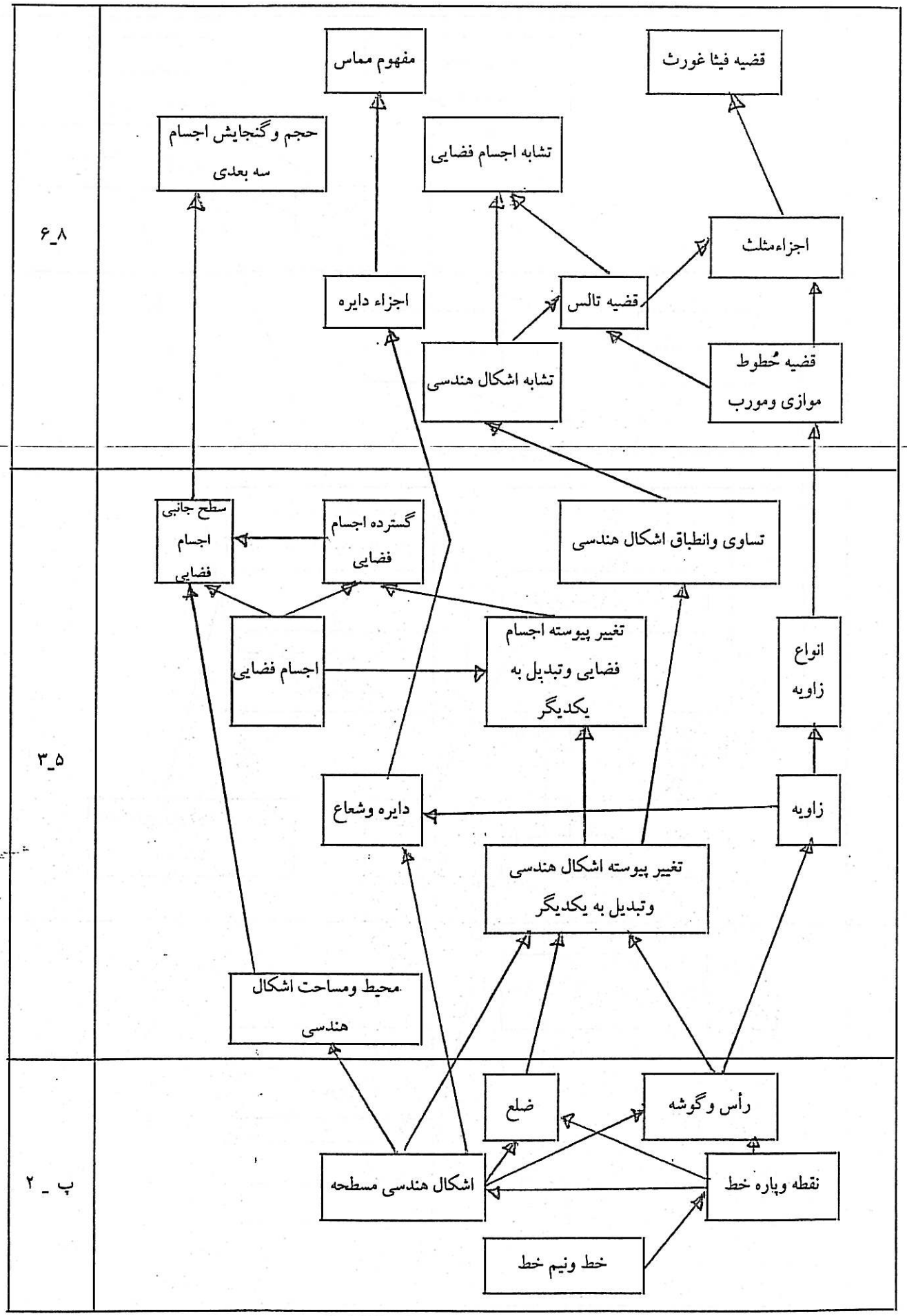

۶_۸
۳_۵
پ _ ۲
کاربرد۱ $\sin^2 x + \cos^2 x =$
جمع وتفریقوضرب وتقسیم اعدادوطرف نامساوی
رابطه معکوس
معرفی نسبت های مثلثاتی
قضیه تالس
تشابه
درصد
تناسب
مقایسه نرخ ها
نرخ
مقایسه نسبت ها
نسبت
بزرگتر وکوچکتر
مقایسه

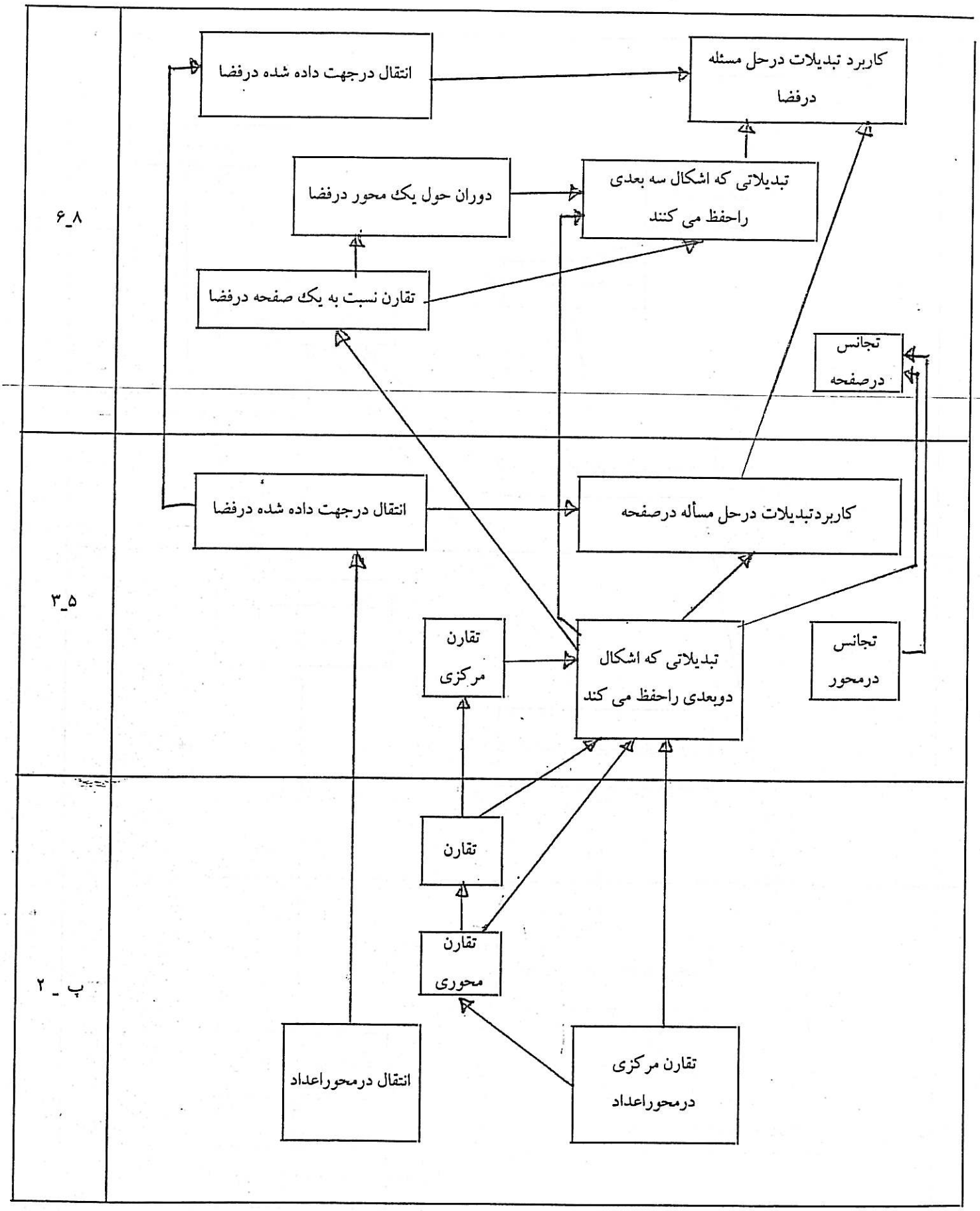
۵ ـ واحدهای استاندارد وپول

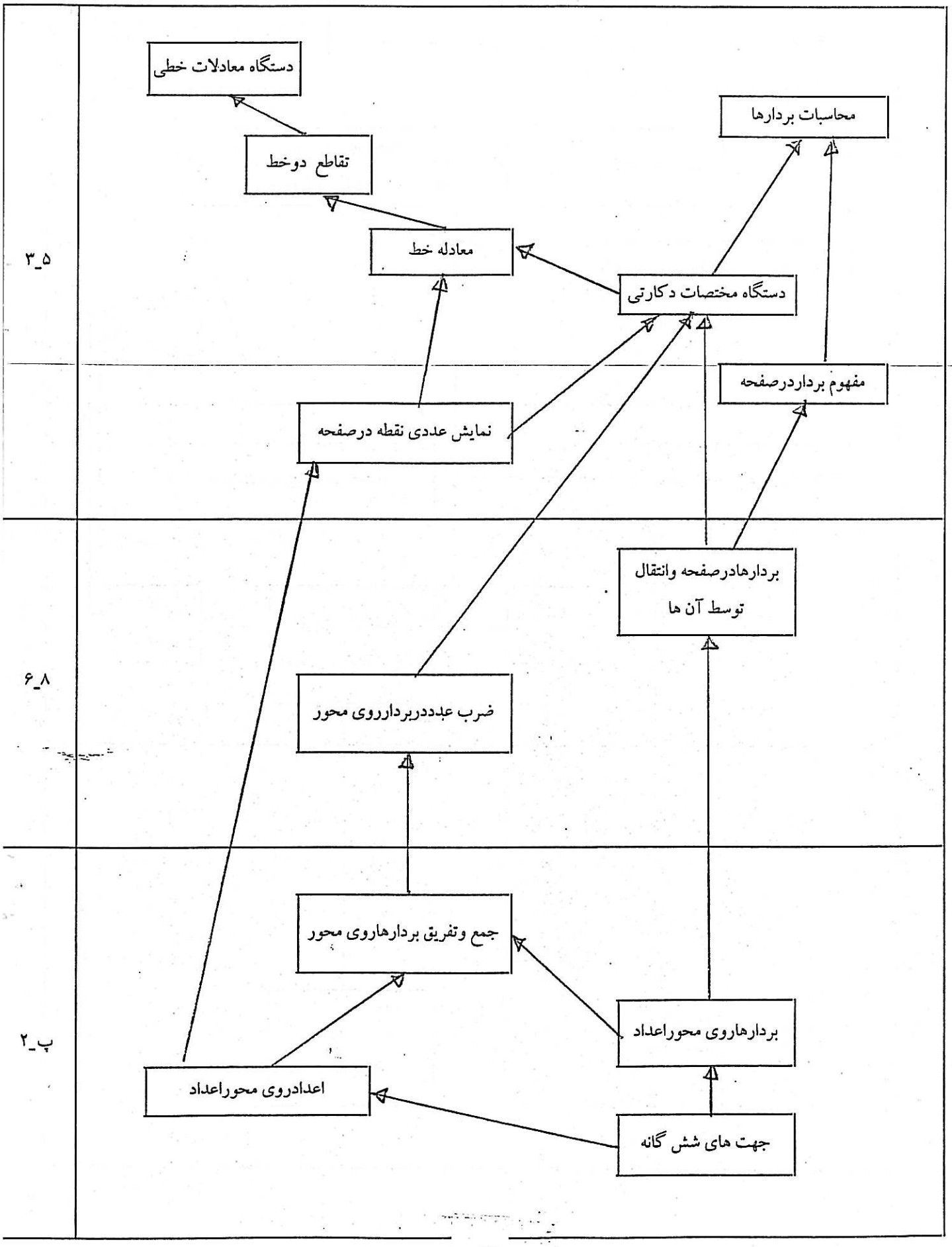


۶ ـ الگوهای هندسی وعددی

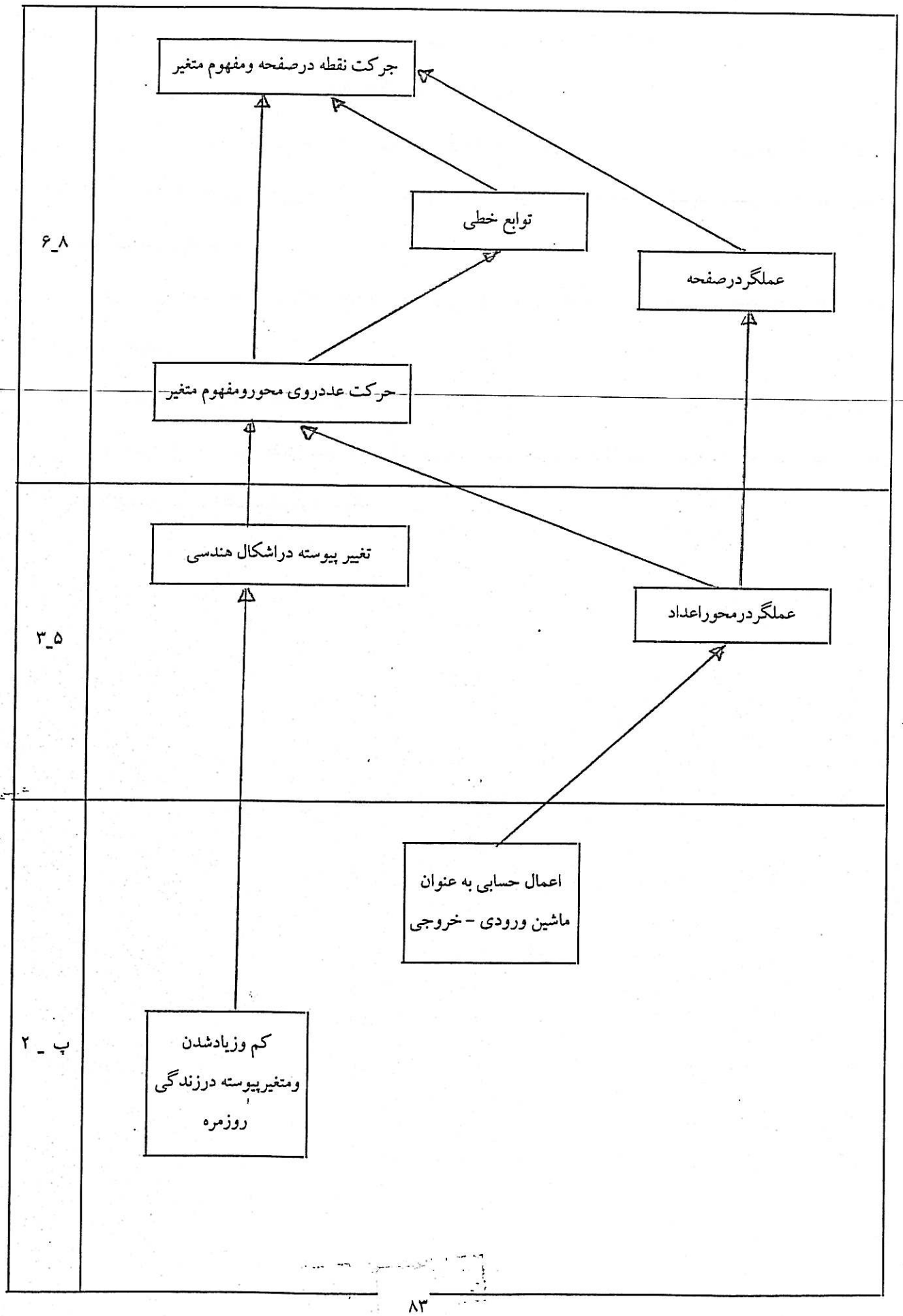



۶_۸
۳_۵
پ _ ۲
مفهوم مماس
قضیه فیثاغورث
حجم و گنجایش اجسام سه بعدی
تشابه اجسام فضایی
اجزاءمثلث
اجزاء دایره
قضیه تالس
تشابه اشکال هندسی
قضیه خطوط موازی ومورب
سطح جانبی اجسام فضایی
گسترده اجسام فضایی
تساوی وانطباق اشکال هندسی
اجسام فضایی
تغییر پیوسته اجسام فضایی وتبدیل به یکدیگر
انواع زاویه
دایره وشعاع
زاویه
تغییر پیوسته اشکال هندسی وتبدیل به یکدیگر
محیط ومساحت اشکال هندسی
ضلع
رأس وگوشه
اشکال هندسی مسطحه
نقطه وپاره خط
خط ونیم خط


۶_۸
۳_۵
پ _ ۲
انتقال درجهت داده شده درفضا
کاربرد تبدیلات درحل مسئله درفضا
دوران حول یک محور درفضا
تبدیلاتی که اشکال سه بعدی راحفظ می کنند
تقارن نسبت به یک صفحه درفضا
تجانس درصفحه
انتقال درجهت داده شده درفضا
کاربردتبدیلات درحل مسأله درصفحه
تقارن مرکزی
تبدیلاتی که اشکال دوبعدی راحفظ می کند
تجانس درمحور
تقارن
تقارن محوری
انتقال درمحوراعداد
تقارن مرکزی درمحوراعداد


دستگاه معادلات خطی
تقاطع دوخط
معادله خط
محاسبات بردارها
دستگاه مختصات دکارتی
مفهوم بردار در صفحه
نمایش عددی نقطه در صفحه
بردارها در صفحه و انتقال توسط آن ها
ضرب عدد در بردار روی محور
جمع و تفریق بردارها روی محور
بردارهای روی محور اعداد
اعداد روی محور اعداد
جهت های شش گانه
۳_۵
۶_۸
پ_۲

۱۰ ـ تابع ومفهوم متغیر



تـــوضیحات

- در نقشه‌ی اهداف نسبت، نرخ و تناسب، منظور از نسبت‌های مثلثاتی cot, tan, cos, sin تعریف هندسی همراه با درک خوش تعریفی این نمادهاست. رابطه‌ی $\sin A+\cos A=1$ تنها به‌عنوان بیان دیگری از قضیه فیثاغورث موردنظر است.

- در نقشه‌ی اهداف الگوهای هندسی و عددی، دوران و تقارن در الگویابی دنباله‌های اشکال هندسی موردنظر است و در دنباله‌ها، ساختن دنباله‌هایی با الگویی از پیش تعیین شده و تشخیص الگوهای تصاعد حسابی و تصاعد هندسی در دنباله‌های داده شده هدف قرار گرفته است.

- در نقشه‌ی اهداف هندسه تبدیلات، منظور تشخیص نوع تقارن‌هایی است که اشکال ملموس دوبعدی و سه‌بعدی از آن برخوردار هستند.

- در نقشه‌ی اهداف بردار و هندسه تحلیلی در سال‌های دبستان، درک تمایز بردار و عدد روی محور اعداد موردنظر نیست.

- در نقشه‌ی اهداف تابع و مفهوم تغییر، هدف این است که اعمال حسابی به‌عنوان تبدیلی سرتاسری که روی همه‌ی محور اعداد یا صفحه عمل می‌کنند، درنظر گرفته شوند.

اهداف مهارتی

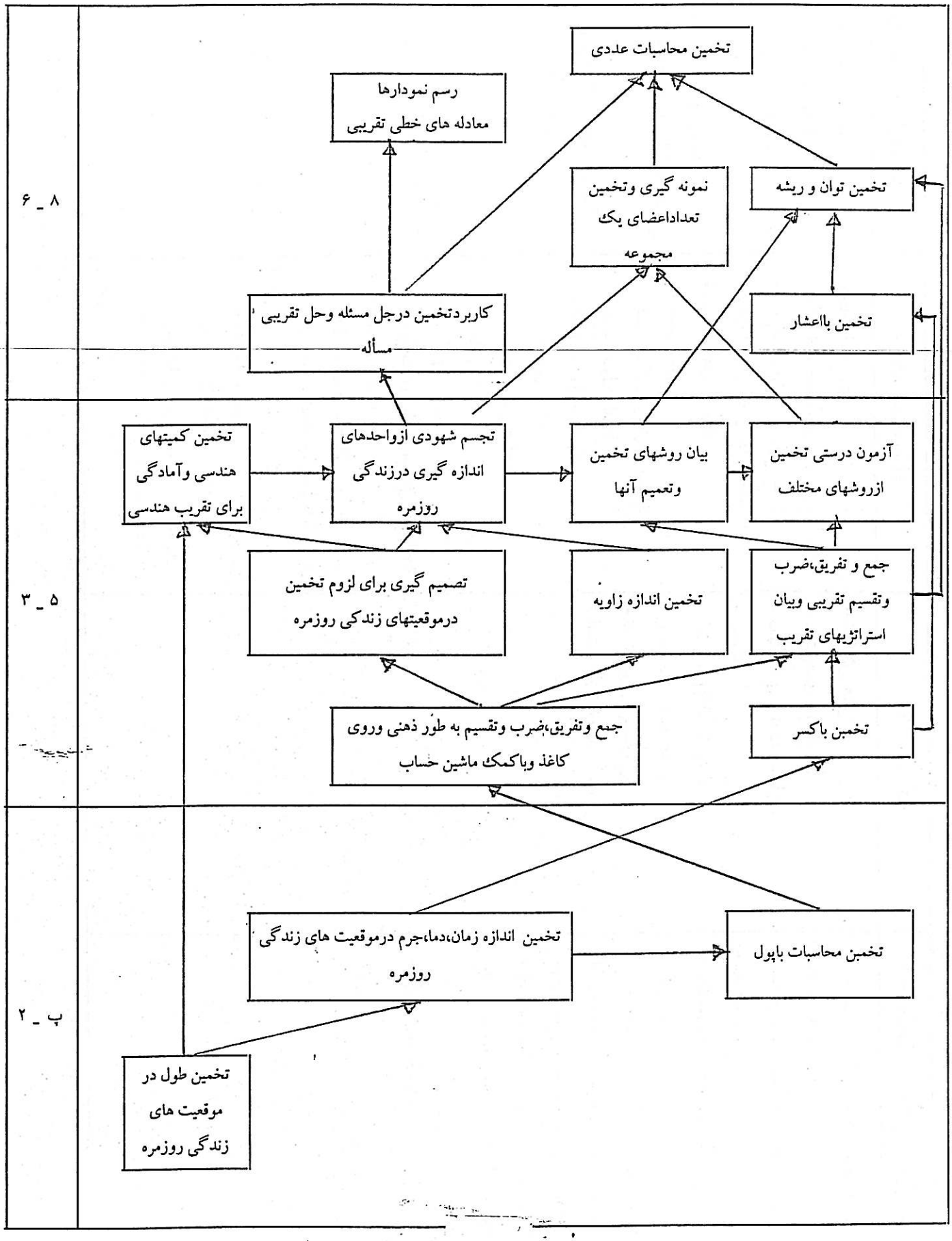
۱- تخمین، تقریب عددی	۲- اندازه‌گیری	۳- استفاده از ابزارها و تکنولوژی
- تخمین محاسبات عددی - تخمین کمیّت‌های هندسی - آزمون درستی تخمین - تخمین اندازه‌ی دما، جرم، زمان، تعداد - تصمیم‌گیری برای لزوم تخمین - کاربرد تخمین در حل مسئله - بیان روش‌های تخمین - بیان استراتژی‌های تقریب - نمونه‌گیری برای تخمین	- اندازه‌گیری کمیت‌های هندسی - اندازه‌گیری زمان- جرم- دما - انتخاب واحد اندازه‌گیری - استاندارد کردن واحد اندازه‌گیری - تبدیل واحدها - استفاده از فرمول و روابط داده شده در اندازه‌گیری - خطای اندازه‌گیری - تجسم شهودی از واحدهای اندازه‌گیری - تعیین ابزار اندازه‌گیری - مقایسه‌ی اندازه‌ها - محاسبات پولی	- درک محدودیت‌های ابزار اندازه‌گیری - دقت ابزار اندازه‌گیری - مهارت در استفاده از ابزارهای رسم هندسی (خط کش، پرگار، گونیا، نقاله) - استفاده از ماشین‌های محاسباتی (چرتکه، ماشین حساب، کامپیوتر) - تصمیم‌گیری در مورد لزوم استفاده از ابزار - کار با ابزارهای اندازه‌گیری زمان - جرم- دما- طول -گنجایش - تصمیم‌گیری در مورد انتخاب ابزار مورد استفاده با توجه به موضوع اندازه‌گیری و محدودیت‌های ابزار - ساختن ابزار - مقایسه توانایی‌های ابزارها

۴- مدل‌سازی، الگویابی، پیش‌بینی	۵- استفاده از نمودارها و شهود هندسی	۶- کشف، استدلال
- کشف الگوهای عددی و بیان آن - کشف الگوهای هندسی و بیان آن - تشخیص الگوهای مشترک - طبقه‌بندی (رنگ، اندازه، شکل و...) - جمع‌آوری و سازمان‌دهی و تحلیل‌داده‌ها - پیش‌بینی پیش‌آمدهای احتمالی - پیش‌بینی رفتار متغیرها - مدل‌سازی جبری - طراحی الگوهای عددی و هندسی - مرتب کردن داده‌ها براساس ویژگی‌های آن‌ها برای تحلیل بهتر - رسم نمودار	- توصیف و تحلیل نمودار - حل معماهای تصویری (تفکر دیداری) - طبقه‌بندی و دسته‌بندی اشکال هندسی - ترکیب اشکال هندسی و ایجاد اشکال ترکیبی - تشخیص و رسم احجام سه بعدی و تصاویر دو بعدی - تبدیل اطلاعات کلامی به تصویری به چند روش و برعکس - استدلال شهودی - برقرار کردن ارتباط هندسی - انتخاب نمودار مناسب	- استدلال استنتاجی - شناسایی و تعمیم الگوها - ارزیابی اطلاعات و استخراج اطلاعات موردنیاز - ارزیابی دلایل ارائه شده - شناسایی ارتباطات بین اطلاعات موجود - تحلیل و نتیجه‌گیری - ارزیابی روند کشف - قابل مشاهده کردن نتایج - ارزیابی انطباق نتیجه نهایی با زندگی واقعی - بیان استدلال به دیگران - بیان روند کشف - انتخاب از بین چند راه مختلف - بررسی حالت‌های خاص - تشخیص و مدل‌سازی روابط جزء و کل - تجربه، استقرا، استدلال - بیان اطلاعات و روابط به زبان ریاضی - برهان خلف - توضیح مستدل

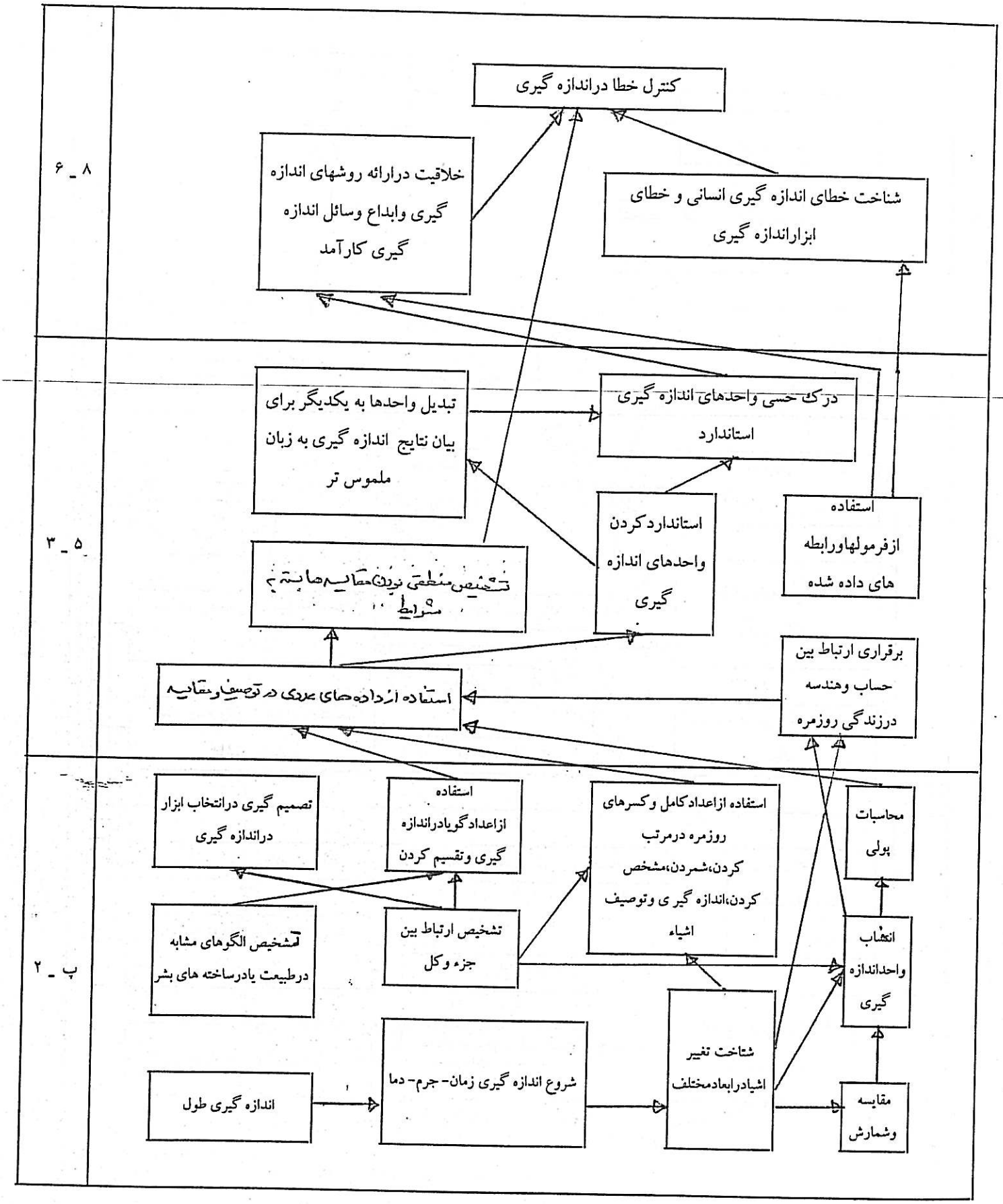
۷- فرضیه‌سازی و نظریه‌پردازی	۸- حل مسئله	۹- شمارش	۱۰- محاسبات عددی و عملیات ذهنی
- بنای فرضیه‌سازی بر تجربه - آزمون فرضیه‌ها و نظریه‌ها - توسعه فرضیات تأیید شده به حوزه‌های گسترده‌تر - تشخیص ارتباط بین دو فرضیه - جرح و اصلاح تئوری‌ها براساس نتایج تجربی - فرضیه‌سازی برای تکنیک‌های محاسباتی - مقایسه قوت و ضعف نظریه‌ها	- انتخاب استراتژی - انتخاب ابزار محاسباتی و روش محاسبه - تصمیم‌گیری براساس نتایج مسئله - استفاده از راهبردهای حل مسئله - فهمیدن صورت مسئله - رسم شکل - فهرست کردن و تهیه جدول - رسم جدول نظام‌دار - انتخاب عمل محاسباتی - دسته‌بندی اطلاعات - حدس و تخمین جواب - الگویابی - حدس و آزمایش - فرمول‌بندی ریاضی مسائل و سؤال‌ها - تشکیل معادله - مدل کردن مسئله با اشیاء - حل مسئله ساده‌تر و مرتبط با مسئله‌ی اصلی - استفاده از فرمول - تقسیم مسئله به زیر مسئله‌ها - تغییر مقادیر برای کشف نقاط دشوار - تفسیر نتایج ریاضی مسئله در دنیای واقعی	- شمارش خطی - دسته‌بندی و شمارش - دسته‌بندی با تعداد مساوی - دستگاه - برقراری تناظر یک‌به‌یک - به‌کار بردن نماد علمی - نمونه‌گیری و شمارش - استفاده از تقارن در شمارش	- رسیدن به درک بهتر از بزرگی و کوچکی اعداد و مقایسه‌ی آن‌ها - انجام عملیات اصلی، معکوس آن‌ها به‌صورت ذهنی - بیان استراتژی‌های محاسباتی و اثبات درستی آن‌ها - درک شهودی از ویژگی‌های جبری اعداد - انجام محاسبات از طریق چند استراتژی‌های مختلف و امتحان آن‌ها - انجام عملیات الگوپذیر مانند شمارش، چند در میان، انجام محاسبات با وارون آن‌ها - تجزیه به عوامل اول

شبکه مفهومی اهداف مهارتی

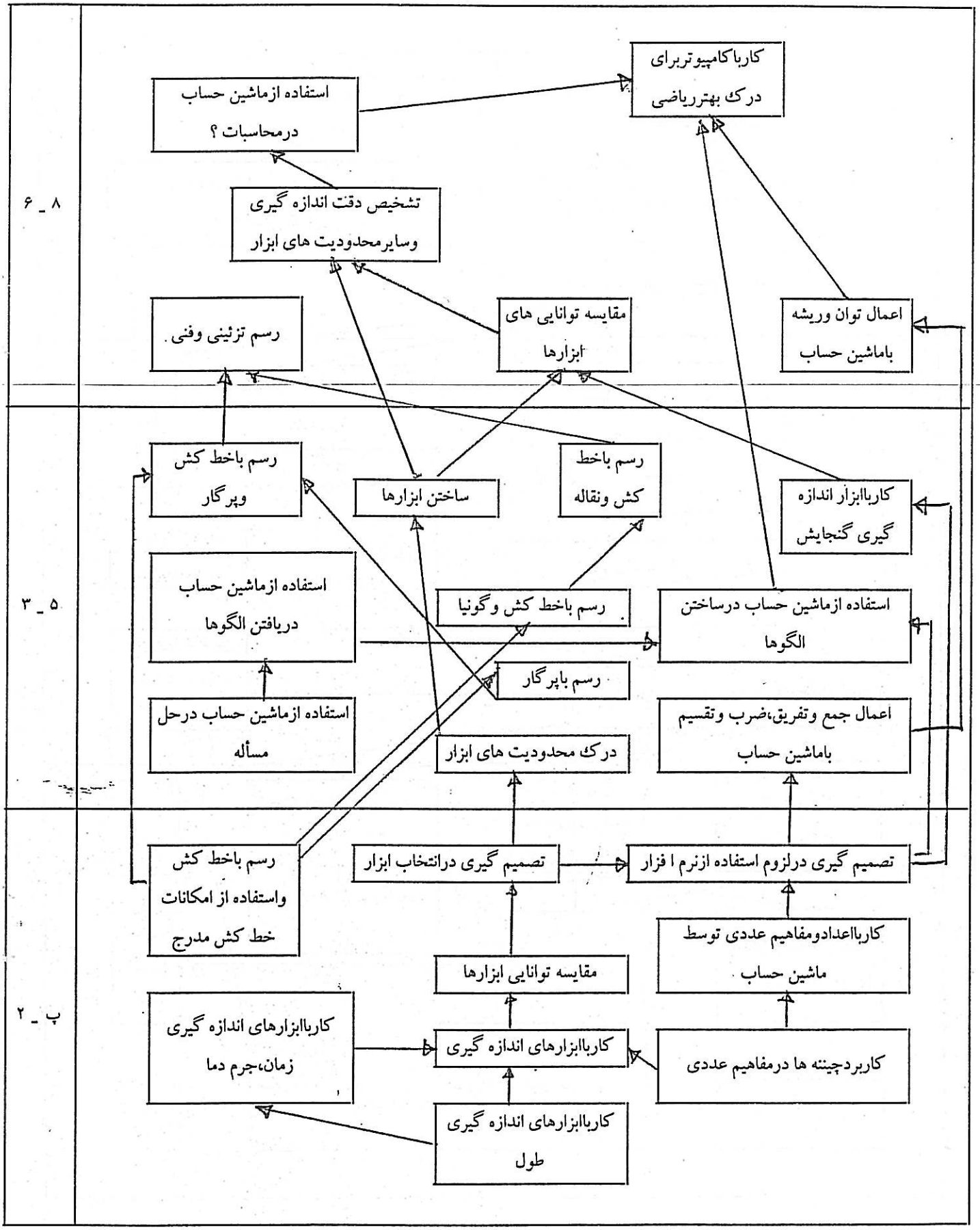
۱ ـ تخمین ، تقریب عددی



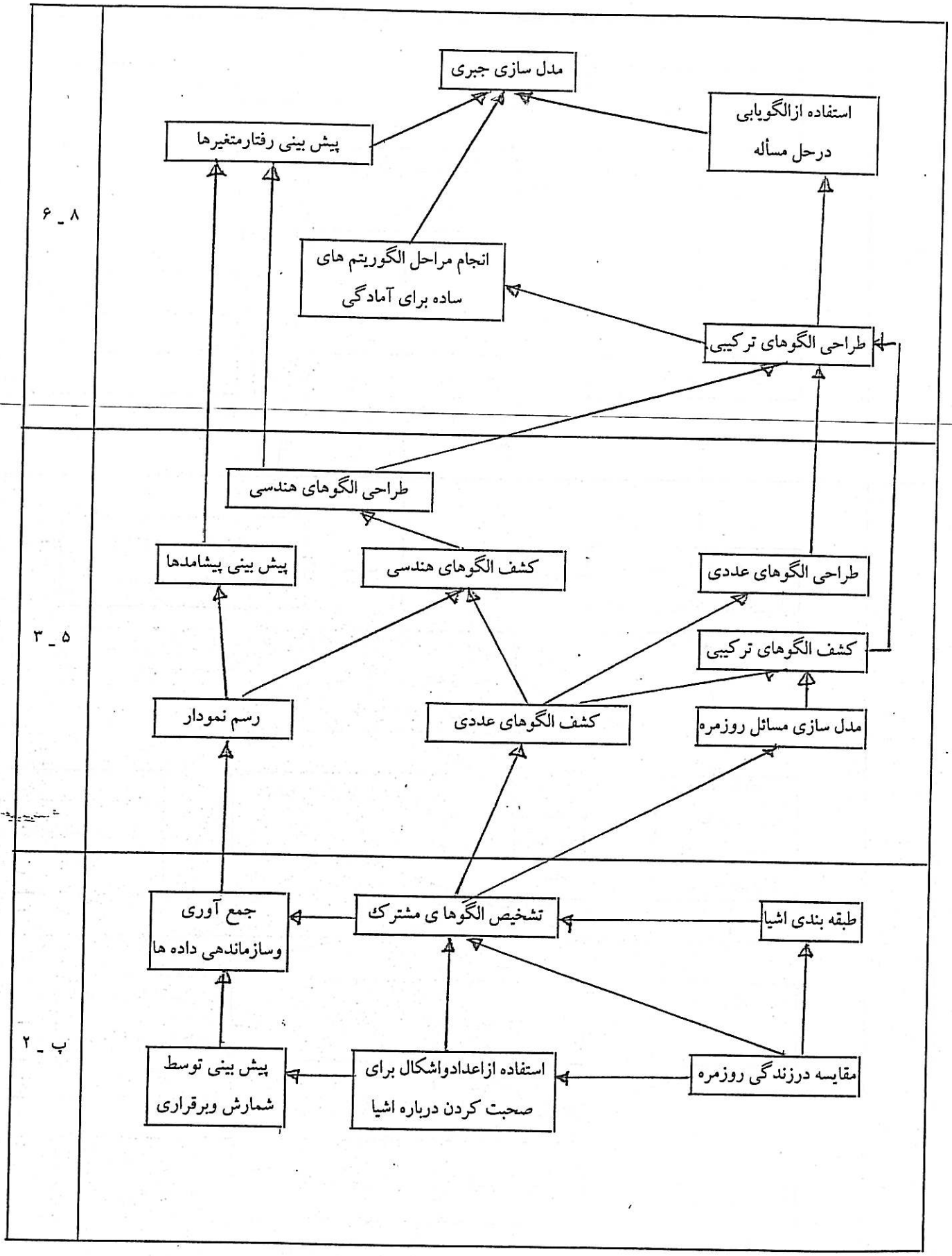
۲ ـ اندازه گیری



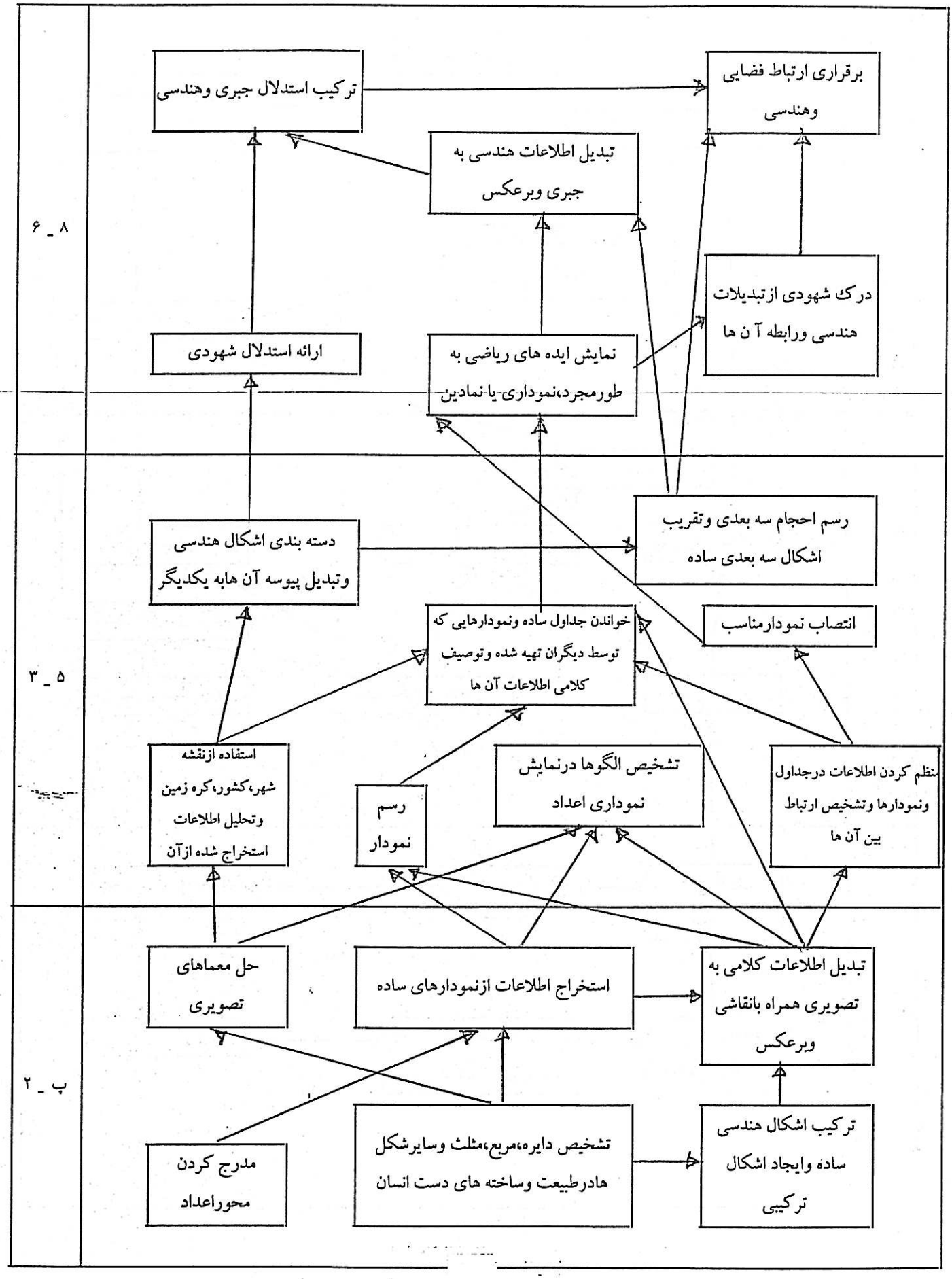
۳ ـ استفاده ازابزارها وتکنولوژی



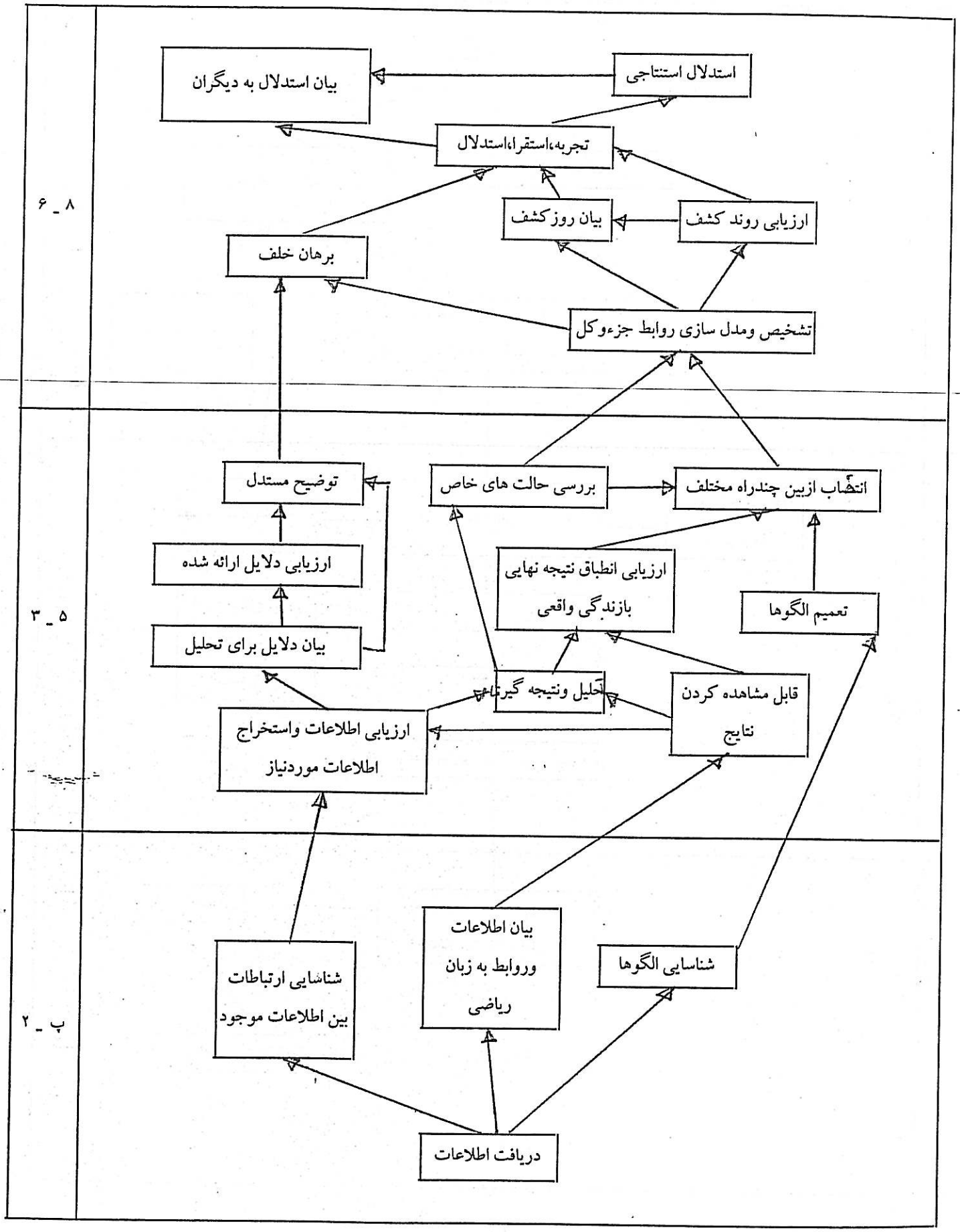
۴ ـ مدل سازی،الگویابی،پیش بینی



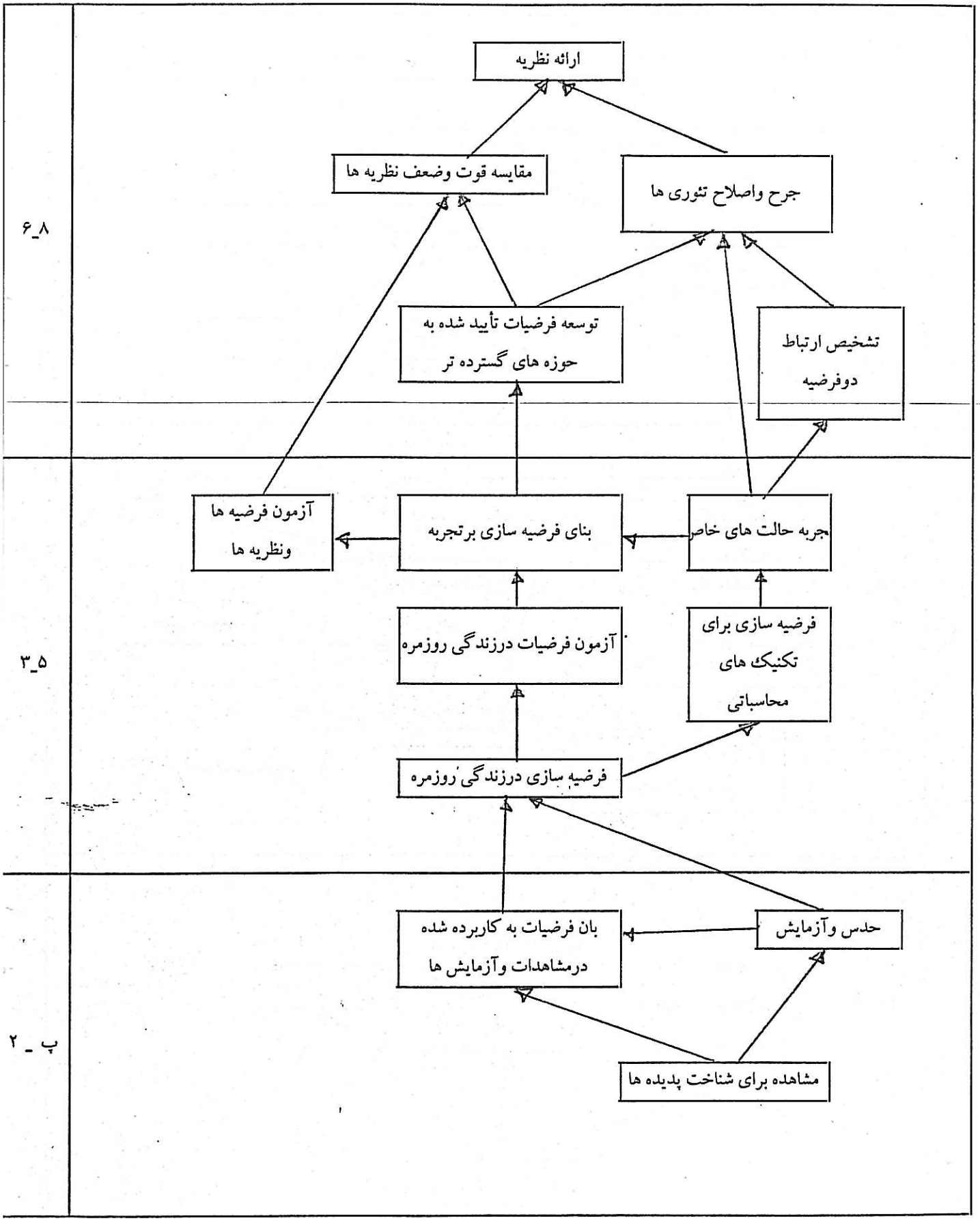
۵ ـ استفاده ازنمودارهاوشهودهندسی



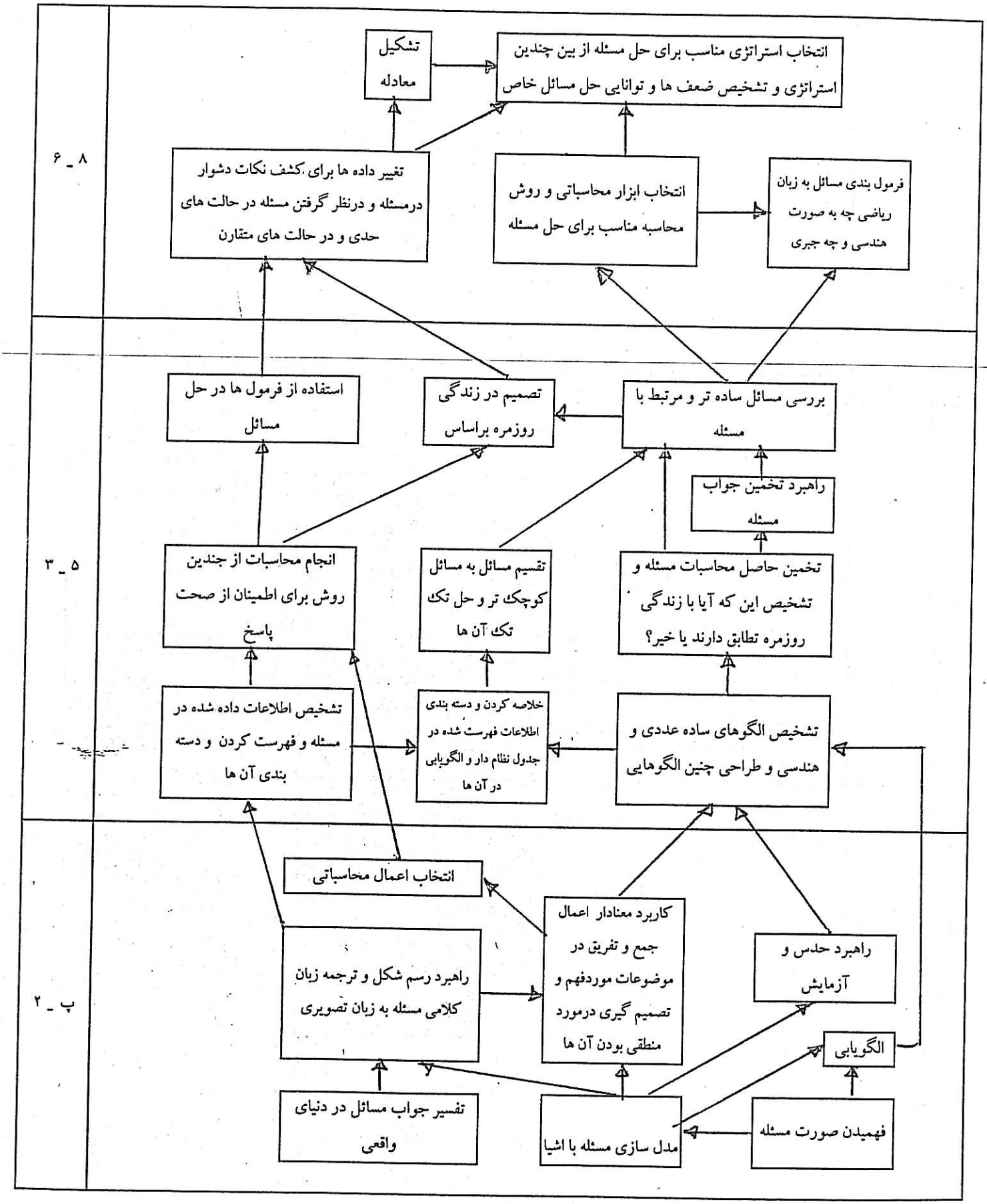
۶ ـ کشف استدلال



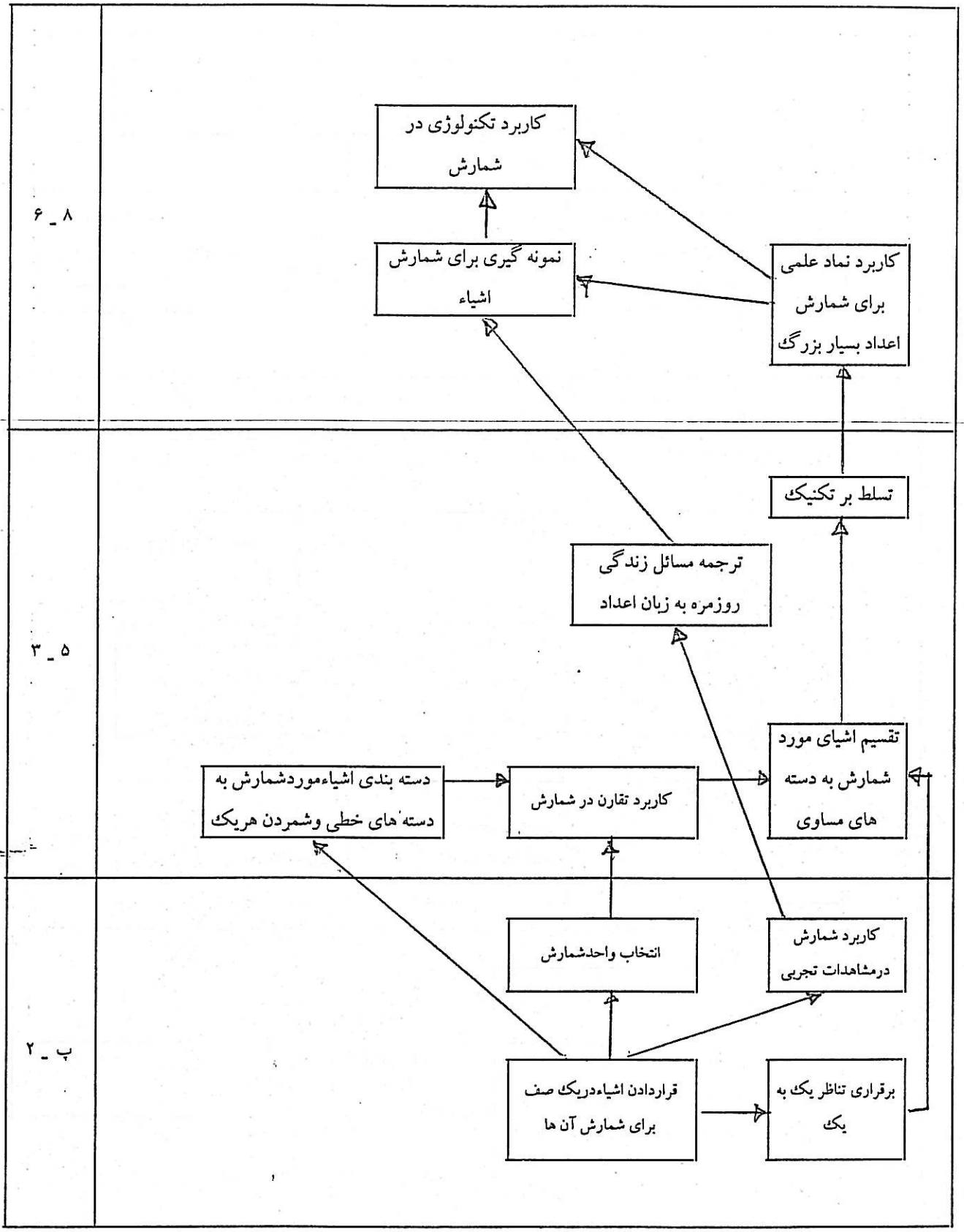
۷ـ فرضیه سازی و نظریه پردازی



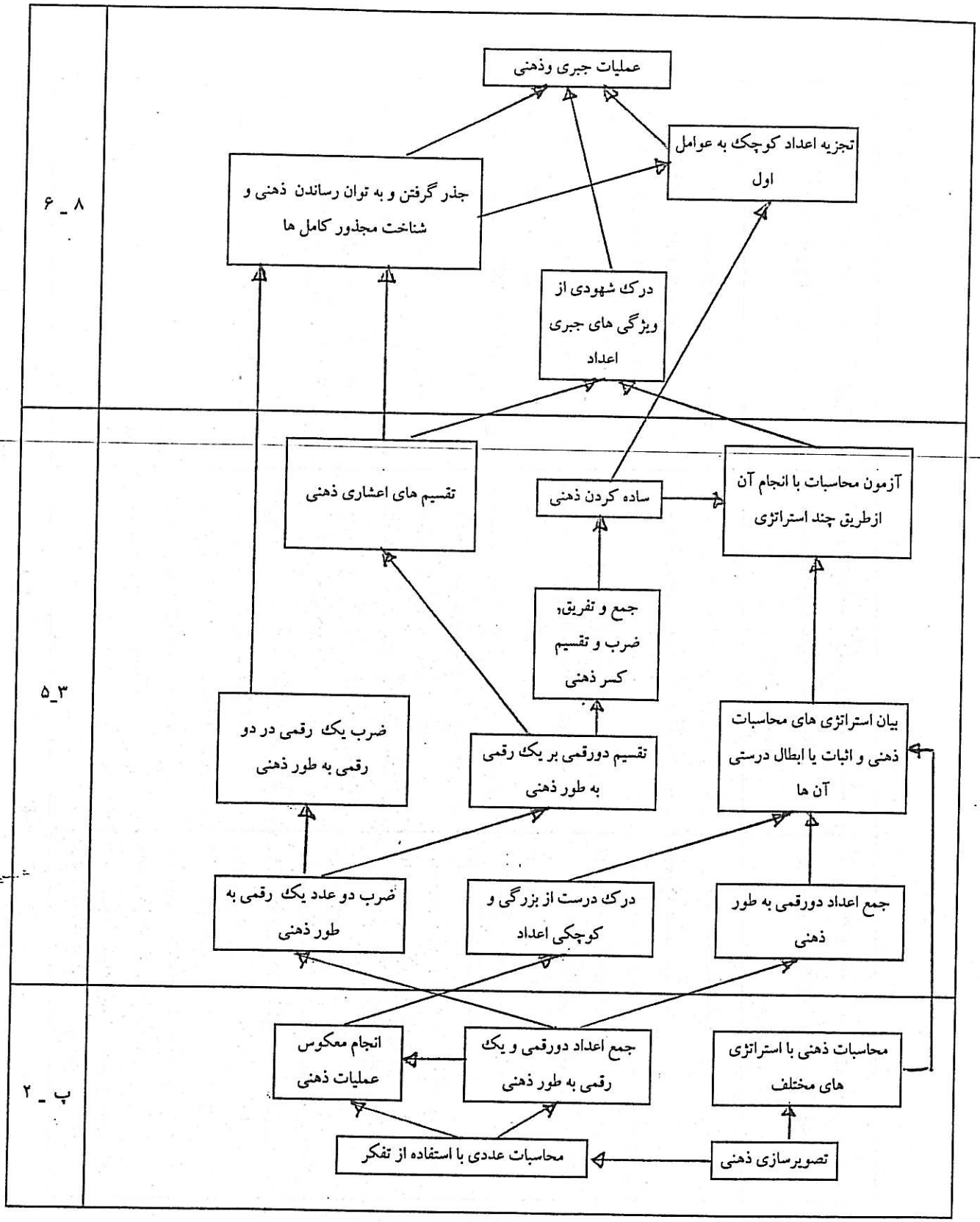
۸ـ حل مسئله


۸ _ ۶
۵ _ ۳
پ _ ۲
تشکیل معادله
انتخاب استراتژی مناسب برای حل مسئله از بین چندین استراتژی و تشخیص ضعف ها و توانایی حل مسائل خاص
تغییر داده ها برای کشف نکات دشوار درمسئله و درنظر گرفتن مسئله در حالت های حدی و در حالت های متقارن
انتخاب ابزار محاسباتی و روش محاسبه مناسب برای حل مسئله
فرمول بندی مسائل به زبان ریاضی چه به صورت هندسی و چه جبری
استفاده از فرمول ها در حل مسائل
تصمیم در زندگی روزمره براساس
بررسی مسائل ساده تر و مرتبط با مسئله
راهبرد تخمین جواب مسئله
انجام محاسبات از چندین روش برای اطمینان از صحت پاسخ
تقسیم مسائل به مسائل کوچک تر و حل تک تک آن ها
تخمین حاصل محاسبات مسئله و تشخیص این که آیا با زندگی روزمره تطابق دارند یا خیر؟
تشخیص اطلاعات داده شده در مسئله و فهرست کردن و دسته بندی آن ها
خلاصه کردن و دسته بندی اطلاعات فهرست شده در جدول نظام دار و الگویابی در آن ها
تشخیص الگوهای ساده عددی و هندسی و طراحی چنین الگوهایی
انتخاب اعمال محاسباتی
کاربرد معنادار اعمال جمع و تفریق در موضوعات موردفهم و تصمیم گیری درمورد منطقی بودن آن ها
راهبرد حدس و آزمایش
راهبرد رسم شکل و ترجمه زبان کلامی مسئله به زبان تصویری
الگویابی
تفسیر جواب مسائل در دنیای واقعی
مدل سازی مسئله با اشیا
فهمیدن صورت مسئله

۹ـ شمارش


۸ _ ۶
۵ _ ۳
۲ _ پ
کاربرد تکنولوژی در شمارش
نمونه گیری برای شمارش اشیاء
کاربرد نماد علمی برای شمارش اعداد بسیار بزرگ
تسلط بر تکنیک
ترجمه مسائل زندگی روزمره به زبان اعداد
تقسیم اشیای مورد شمارش به دسته های مساوی
دسته بندی اشیاءموردشمارش به دسته های خطی وشمردن هریک
کاربرد تقارن در شمارش
انتخاب واحدشمارش
کاربرد شمارش درمشاهدات تجربی
قراردادن اشیاءدریک صف برای شمارش آن ها
برقراری تناظر یک به یک

۱۰ـ محاسبات عددی وعملیات ذهنی



اهداف نگرشی

۱- ریاضیات در پرورش توانایی‌های ذهنی نقش مؤثری دارد.	۲- ریاضیات ابزار مؤثری در نشر فرهنگ جست‌وجوگری علمی و ایجاد روحیه تحقیق است.	۳- در حل مشکلات و مسائل زندگی روزمره می‌توان از ریاضیات استفاده کرد.
- ریاضیات توان‌مندی فرد را در مهارت‌های برقراری ارتباط پرورش می‌دهد. - استراتژی‌های تفکر در زندگی روزمره کاربرد دارند. - ریاضی از عوامل مؤثر در پرورش و رشد توسعه تفکر انتقادی است. - ریاضیات می‌تواند تفکر استنتاجی و منطقی را توسعه دهد. - ریاضیات روند تفکر را منظم می‌نماید. - ریاضیات می‌تواند تفکر خلاق را پرورش دهد. - ریاضیات قوه تخیل را تقویت می‌نماید. - آموزش ریاضی ذهن را برای تفکر مجرد آماده می‌سازد. - تفکر نمادین با آموزش ریاضی توسعه می‌یابد.	- آموزش ریاضیات موجب تقویت روحیه‌ی نقد و بررسی و روحیه‌ی انتقادپذیری می‌شود. - در جست‌وجوگری علمی دانسته‌های خود را بررسی و بین دانسته‌های خود و مسئله ارتباط برقرار می‌کنیم. - توصیف چیزها با دقت ممکن این امکان را به‌وجود می‌آورد که پژوهشگران مشاهداتشان را با هم مقایسه کنند. - یک پژوهشگر در مورد محیط اطراف خود کنجکاوی می‌کند و سؤالات و مسائل جدیدی طرح می‌کند. - شنیدن و تحمل آراء مخالف به پژوهشگر کمک می‌کند، علمی‌تر تحقیق کند. - در مراجعه با یک مسئله از اطلاعات سایرین و سایر اطلاعات در دسترس برای رسیدن به حقیقت استفاده کند.	- ریاضیات به قانون‌مند شدن زندگی روزمره کمک می‌کند. - انسان‌ها در زندگی روزمره از الگوهای ریاضی مشترک پیروی می‌کنند. - بدون دانش ریاضی زندگی روزمره مختل می‌شود. - طرح مسائل نو در دست‌یابی به ناشناخته‌ها کمک می‌کند. - قضاوت کردن در مسائل زندگی روزمره باید مبتنی بر بررسی علمی باشد. - برای حل مسائل زندگی روزمره ناچار به توسعه ریاضیات هستیم. - تغییرات شرایط زندگی موجب پیدایش مشکلات و مسائل جدید می‌شود و ریاضیات می‌تواند به حل این مسائل جدید کمک می‌کند. - پرورش مهارت‌های تفکر کمک به حل مسائل زندگی روزمره می‌کند. - مدل‌سازی ریاضی یک روش اساسی برای حل مسائل زندگی روزمره است.

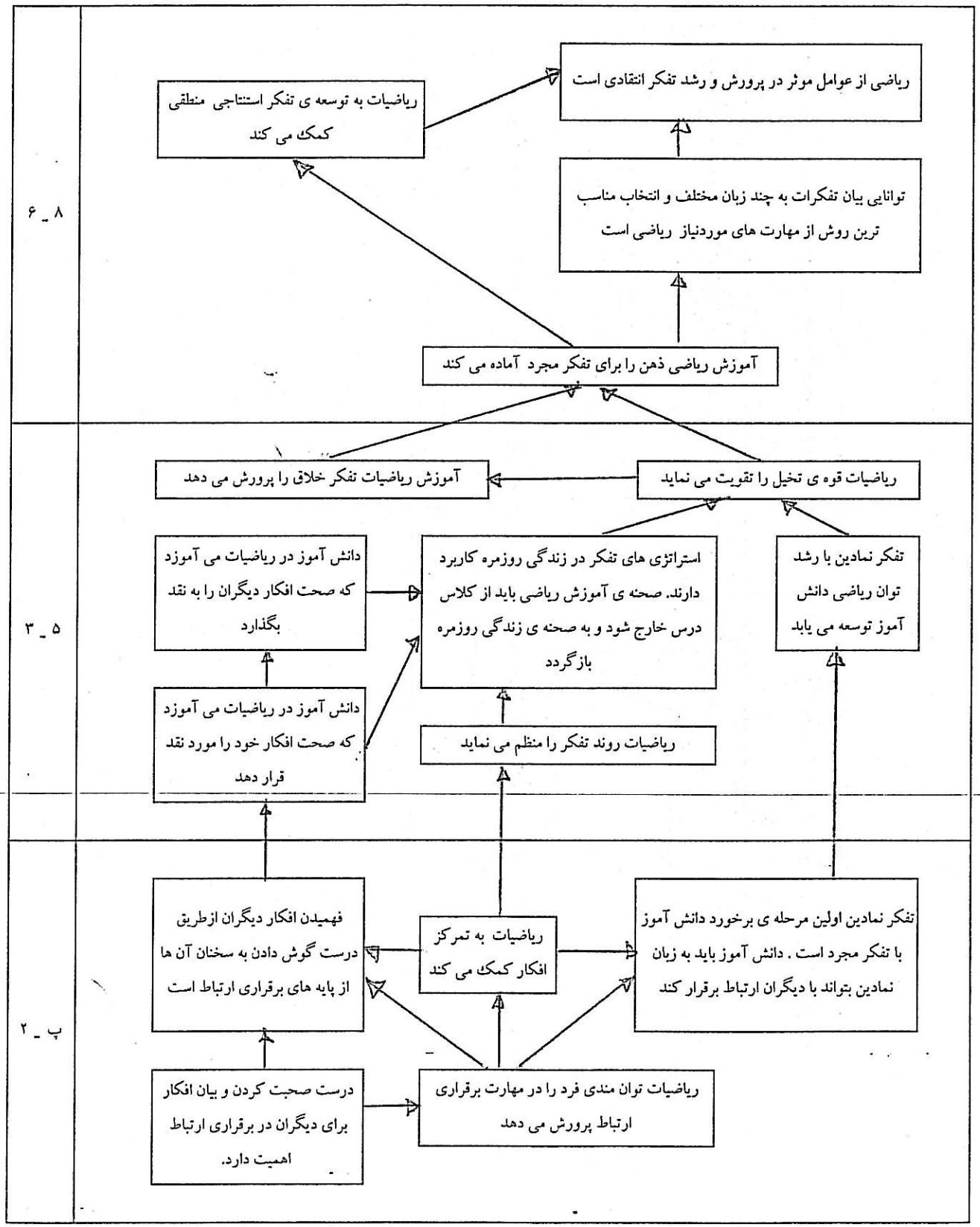
۴- بین طبیعت و دانش ریاضی تعامل وجود دارد.	۵- در یادگیری و توسعه ریاضیات تجربه‌گرایی نقش مهمی ایفا می‌کند.	۶- ابزارها و تکنولوژی با دانش و آموزش ریاضی تعامل دارند.
- بسیاری از ایده‌های ریاضی از طبیعت گرفته شده‌اند. - نیاز به اعداد از نیازهای طبیعی بشر است. - ریاضیات کمک می‌کند طبیعت اطراف خود را بشناسیم و برای شناخت بهتر طبیعت ناچار به توسعه ریاضیات هستیم. - با استفاده از ریاضیات می‌توان در جهت کنترل طبیعت قدم برداشت. - طبیعت همیشه ساده‌ترین راه را انتخاب می‌کند.	- فرضیه‌سازی عمدتاً باید بر تجربه استوار شده باشد. - ایده‌های ریاضی بر فرآیند کسب تجربه‌ی ما تأثیر می‌گذارند و برعکس. - تجربه به درونی شدن آموخته‌ها کمک می‌کند. - برای یقین تجربه کافی نیست. - تجربه‌های تکرارپذیر نقش مهمی در توسعه ریاضیات دارند. - وقتی تحلیل دو پژوهشگر از یک پدیده متفاوت است، باید تجربه نشان بدهد که کدام نظر معتبرتر است.	- تکنولوژی در برابر فراهم کردن امکاناتی که به ما می‌دهد محدودیت‌هایی نیز دارد. - مدل‌های ریاضی بر ساختار تکنولوژی تأثیر می‌گذارند. - ساختن ابزارهای تکنولوژی و توسعه ایده‌های ریاضی بر هم تأثیر متقابل دارند. - تکنولوژی بدون انسان پیشرفت نمی‌کند. - استفاده از تکنولوژی در آموزش بر تفکر آموزشی و چگونگی یادگیری آن مؤثر است.

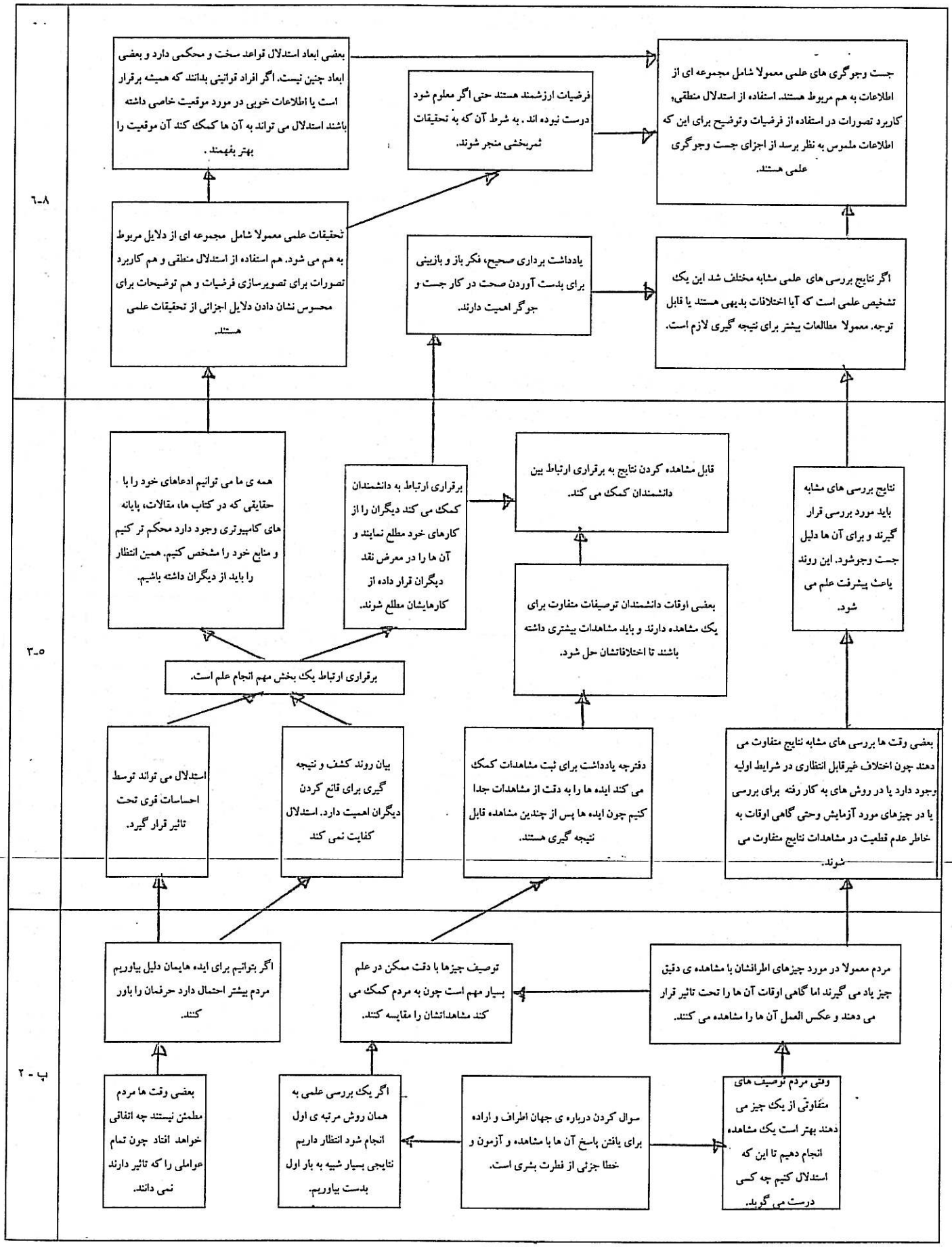
۷- در شناخت، طراحی و ارزیابی سیستم‌ها می‌توان از ریاضیات کمک گرفت.	۸- از مدل‌سازی ریاضی برای حل مسائل زندگی روزمره استفاده می‌کنیم.
- ریاضیات پدیده‌های طبیعی و اجتماعی را به‌عنوان یک سیستم بررسی می‌کند. - معمولاً با تقسیم یک سیستم به چند سیستم کوچک‌تر و بررسی ارتباط آن‌ها می‌توان آسان‌تر آن سیستم را بررسی کرد. - یک سیستم را می‌توان با یک سیستم ساده‌تر شبیه‌سازی کرد و آن‌را به‌طور تقریبی بررسی کرد. - با اثرگذاری روی سیستم و بررسی عکس‌العمل آن می‌توان سیستم را بهتر شناخت. - گاهی یک سیستم را می‌توان تحلیل کرد، به‌گونه‌ای که همان وظایف را ساده‌تر انجام دهد. - از مدل‌سازی ریاضی در شناخت سیستم‌ها استفاده می‌کنیم.	- مدل‌هایی که برای حل یک مسئله ساخته می‌شود برای مسائل مشابه قابل کاربرد است. - مدل‌سازی ریاضی یک روش اساسی برای حل کردن مسائل زندگی روزمره است. - در مدل‌سازی ممکن است بعضی از محدودیت‌ها باعث شود بعضی ویژگی‌ها در حل مسئله نادیده گرفته شود. - مدل‌های ریاضی ساخته شده می‌توانند باعث پیدایش ایده‌های جدید یا توسعه و تعمیم ایده‌های قبل شوند. - در مدل‌سازی یک پدیده طبیعی از ساده‌ترین مدل‌ها که بتواند پدیده‌ها را توصیف کند، استفاده می‌کنیم.

۹- همکاری و مشارکت باعث کارآیی بیش‌تر، تفکر کامل‌تر و یادگیری بهتر می‌شود.	۱۰- ریاضیات، شبکه‌ای به هم مرتبط از ایده‌ها، مفاهیم و مهارت‌ها است.
- در هنگام حل مسئله بحث جمعی به سهولت و صحت حل کمک می‌کند. - مقابله‌ی نظرات مختلف توسط جمع در موضوعات درسی و پرسش و پاسخ به درک بهتر و یادگیری مؤثرتر کمک می‌کند. - عضویت در یک گروه مطالعه در یادگیری کمک می‌کند. - کار گروهی می‌تواند باعث افزایش مجموع توانایی‌های فردی اعضاء گروه شود. - رعایت اخلاق و آداب بحث گروهی در نتیجه‌گیری بهتر مؤثر است.	- یک مسئله را می‌توان با ایده‌های متفاوت حل کرد. - شناسایی شبکه ارتباط مفاهیم و مهارت‌ها موجب عمیق‌تر شدن یادگیری می‌شود. - شبکه ارتباطی به کشف و رسیدن به حقایق که قبلاً نمی‌دانستیم و یا توجه نداشتیم، کمک می‌کند. - شبکه ریاضیات مانند درختی است که هم از ریشه رشد می‌کند و به عمق می‌رود و هم از شاخه و برگ.

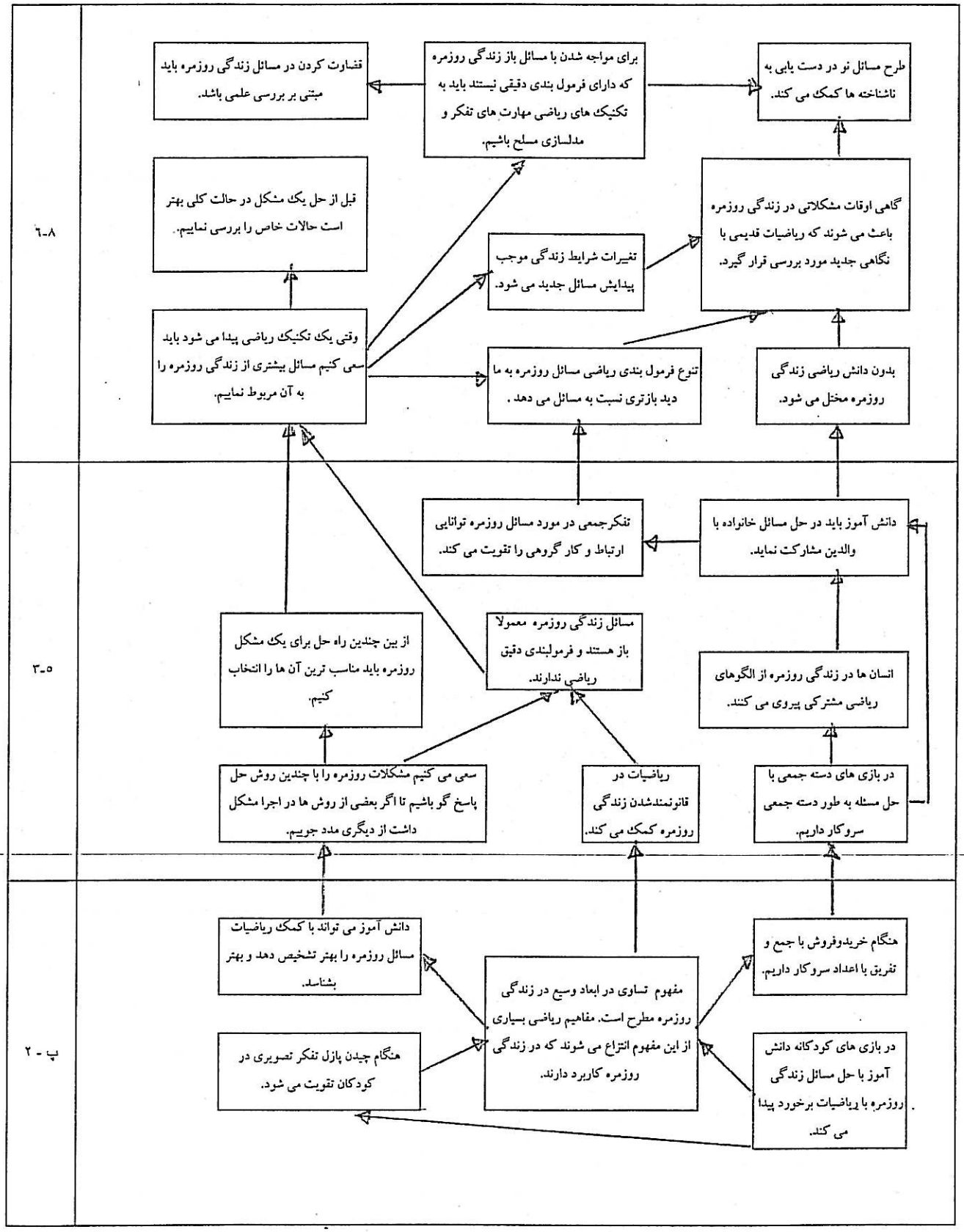
شبکه هدف های نگرشی

۱ ـ ریاضیات در پرورش توانایی های ذهنی نقش موثری دارد

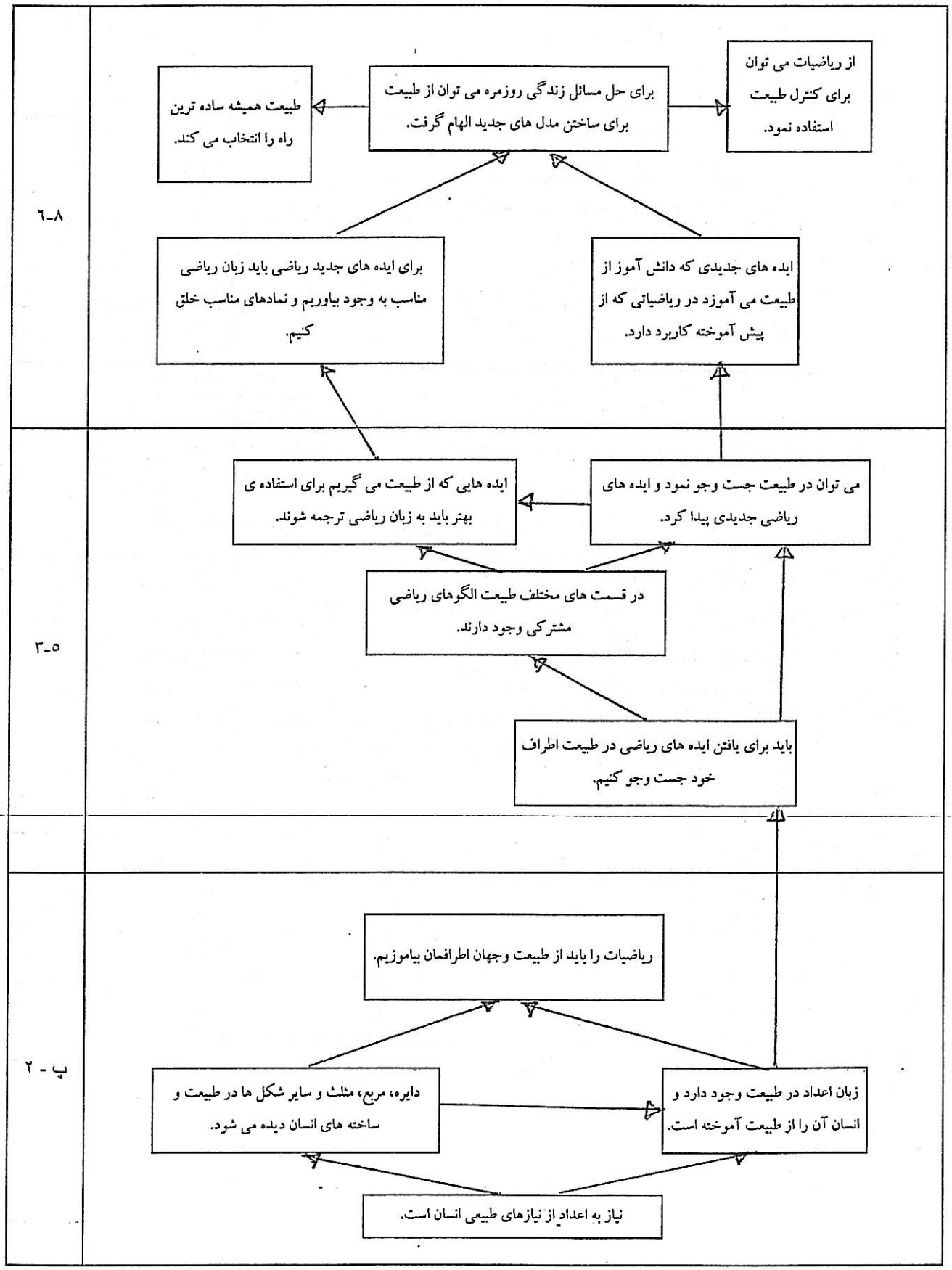


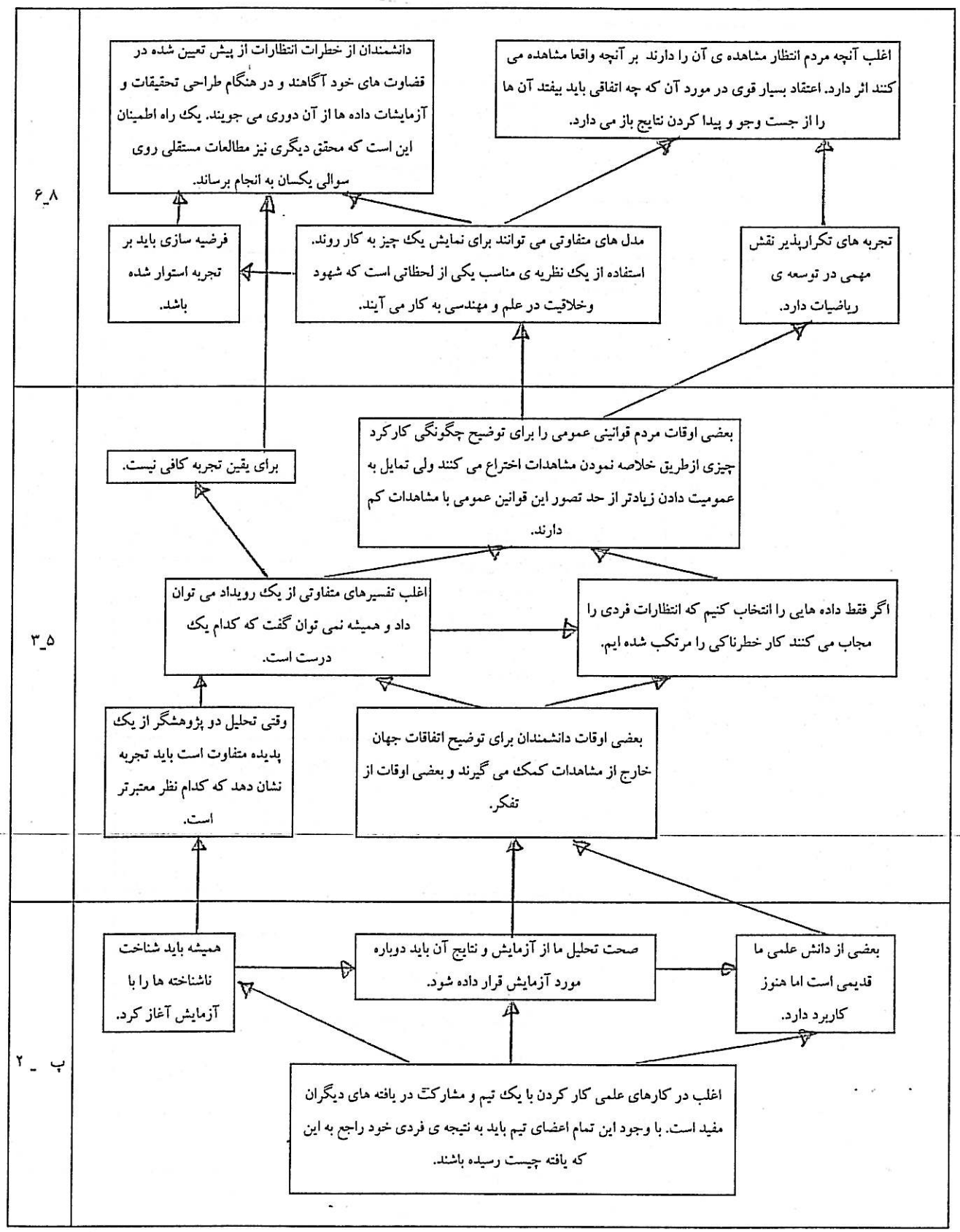

۶-۸
جست وجوگری های علمی معمولا شامل مجموعه ای از اطلاعات به هم مربوط هستند. استفاده از استدلال منطقی، کاربرد تصورات در استفاده از فرضیات وتوضیح برای این که اطلاعات ملموس به نظر برسد از اجزای جست وجوگری علمی هستند.
بعضی ابعاد استدلال قواعد سخت و محکمی دارد و بعضی ابعاد چنین نیست. اگر افراد توانیی بدانند که همیشه برقرار است یا اطلاعات خوبی در مورد موقعیت خاصی داشته باشند استدلال می تواند به آن ها کمک کند آن موقعیت را بهتر بفهمند.
فرضیات ارزشمند هستند حتی اگر معلوم شود درست نبوده اند. به شرط آن که به تحقیقات ثمربخشی منجر شوند.
تحقیقات علمی معمولا شامل مجموعه ای از دلایل مربوط به هم می شود. هم استفاده از استدلال منطقی و هم کاربرد تصورات برای تصویرسازی فرضیات و هم توضیحات برای محسوس نشان دادن دلایل اجزائی از تحقیقات علمی هستند.
یادداشت برداری صحیح، فکر باز و بازبینی برای بدست آوردن صحت در کار جست و جوگر اهمیت دارند.
اگر نتایج بررسی های علمی مشابه مختلف شد این یک تشخیص علمی است که آیا اختلافات بدیهی هستند یا قابل توجه. معمولا مطالعات بیشتر برای نتیجه گیری لازم است.
۳-۵
همه ی ما می توانیم ادعاهای خود را با حقایقی که در کتاب ها، مقالات، پایانه های کامپیوتری وجود دارد محکم تر کنیم و منابع خود را مشخص کنیم. همین انتظار را باید از دیگران داشته باشیم.
برقراری ارتباط به دانشمندان کمک می کند دیگران را از کارهای خود مطلع نمایند و آن ها را در معرض نقد دیگران قرار داده از کارهایشان مطلع شوند.
قابل مشاهده کردن نتایج به برقراری ارتباط بین دانشمندان کمک می کند.
نتایج بررسی های مشابه باید مورد بررسی قرار گیرند و برای آن ها دلیل جست وجوشود. این روند باعث پیشرفت علم می شود.
بعضی اوقات دانشمندان توصیفات متفاوت برای یک مشاهده دارند و باید مشاهدات بیشتری داشته باشند تا اختلافاتشان حل شود.
برقراری ارتباط یک بخش مهم انجام علم است.
استدلال می تواند توسط احساسات قوی تحت تاثیر قرار گیرد.
بیان روند کشف و نتیجه گیری برای قانع کردن دیگران اهمیت دارد. استدلال کفایت نمی کند
دفترچه یادداشت برای ثبت مشاهدات کمک می کند ایده ها را به دقت از مشاهدات جدا کنیم چون ایده ها پس از چندین مشاهده قابل نتیجه گیری هستند.
بعضی وقت ها بررسی های مشابه نتایج متفاوت می دهند چون اختلاف غیرقابل انتظاری در شرایط اولیه وجود دارد یا در روش های به کار رفته برای بررسی یا در چیزهای مورد آزمایش وحتی گاهی اوقات به خاطر عدم قطعیت در مشاهدات نتایج متفاوت می شوند.
پ - ۲
اگر بتوانیم برای ایده هایمان دلیل بیاوریم مردم بیشتر احتمال دارد حرفمان را باور کنند.
توصیف چیزها با دقت ممکن در علم بسیار مهم است چون به مردم کمک می کند مشاهداتشان را مقایسه کنند.
مردم معمولا در مورد چیزهای اطرافشان با مشاهده ی دقیق چیز یاد می گیرند اما گاهی اوقات آن ها را تحت تاثیر قرار می دهند و عکس العمل آن ها را مشاهده می کنند.
بعضی وقت ها مردم مطمئن نیستند چه اتفاقی خواهد افتاد چون تمام عواملی را که تاثیر دارند نمی دانند.
اگر یک بررسی علمی به همان روش مرتبه ی اول انجام شود انتظار داریم نتایجی بسیار شبیه به بار اول بدست بیاوریم.
سوال کردن درباره ی جهان اطراف و اراده برای یافتن پاسخ آن ها با مشاهده و آزمون و خطا جزئی از فطرت بشری است.
وقتی مردم توصیف های متفاوتی از یک چیز می دهند بهتر است یک مشاهده انجام دهیم تا این که استدلال کنیم چه کسی درست می گوید.

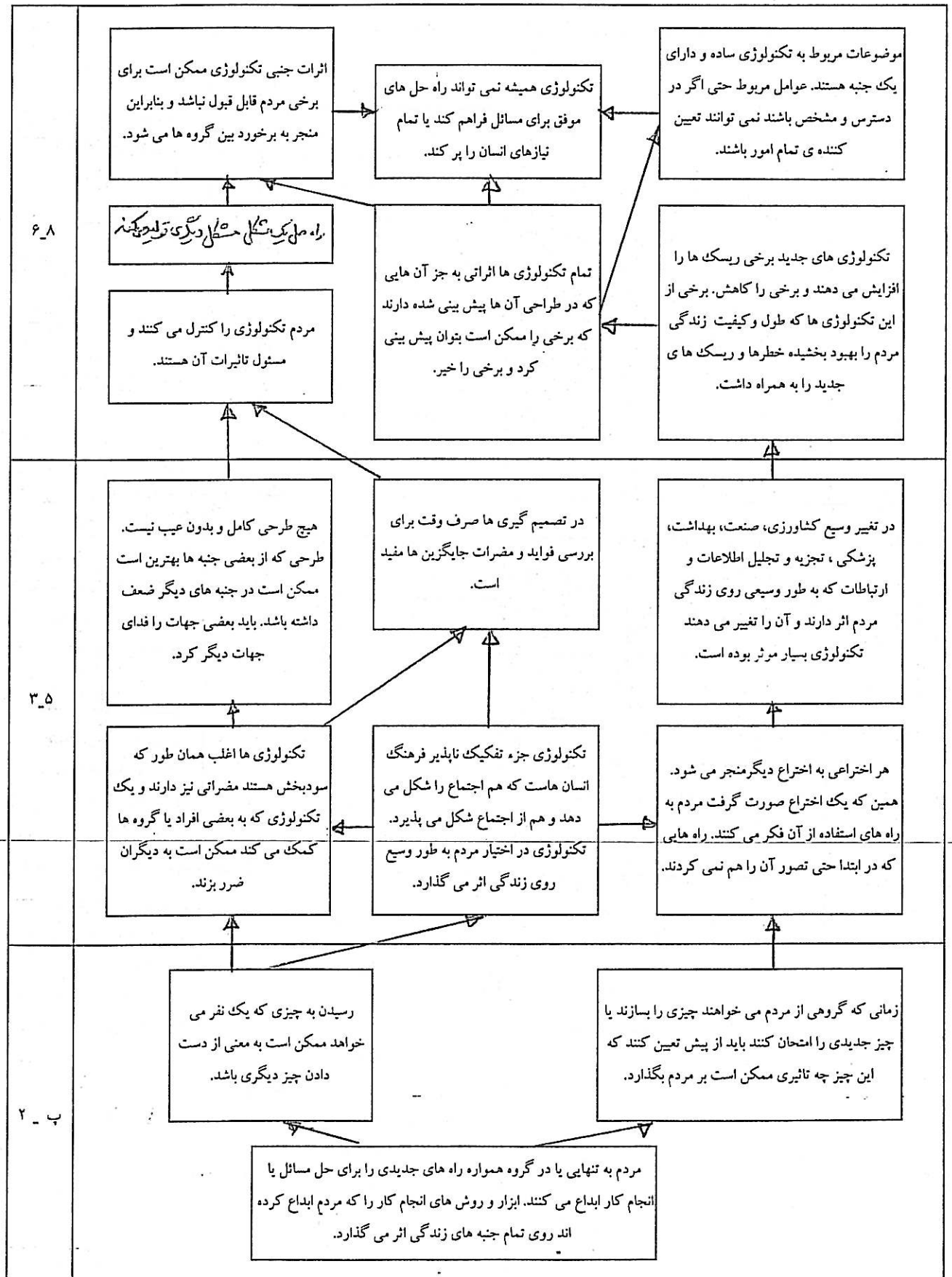
۳ـ در حل مشکلات و مسائل زندگی روزمره می توان از ریاضیات استفاده کرد



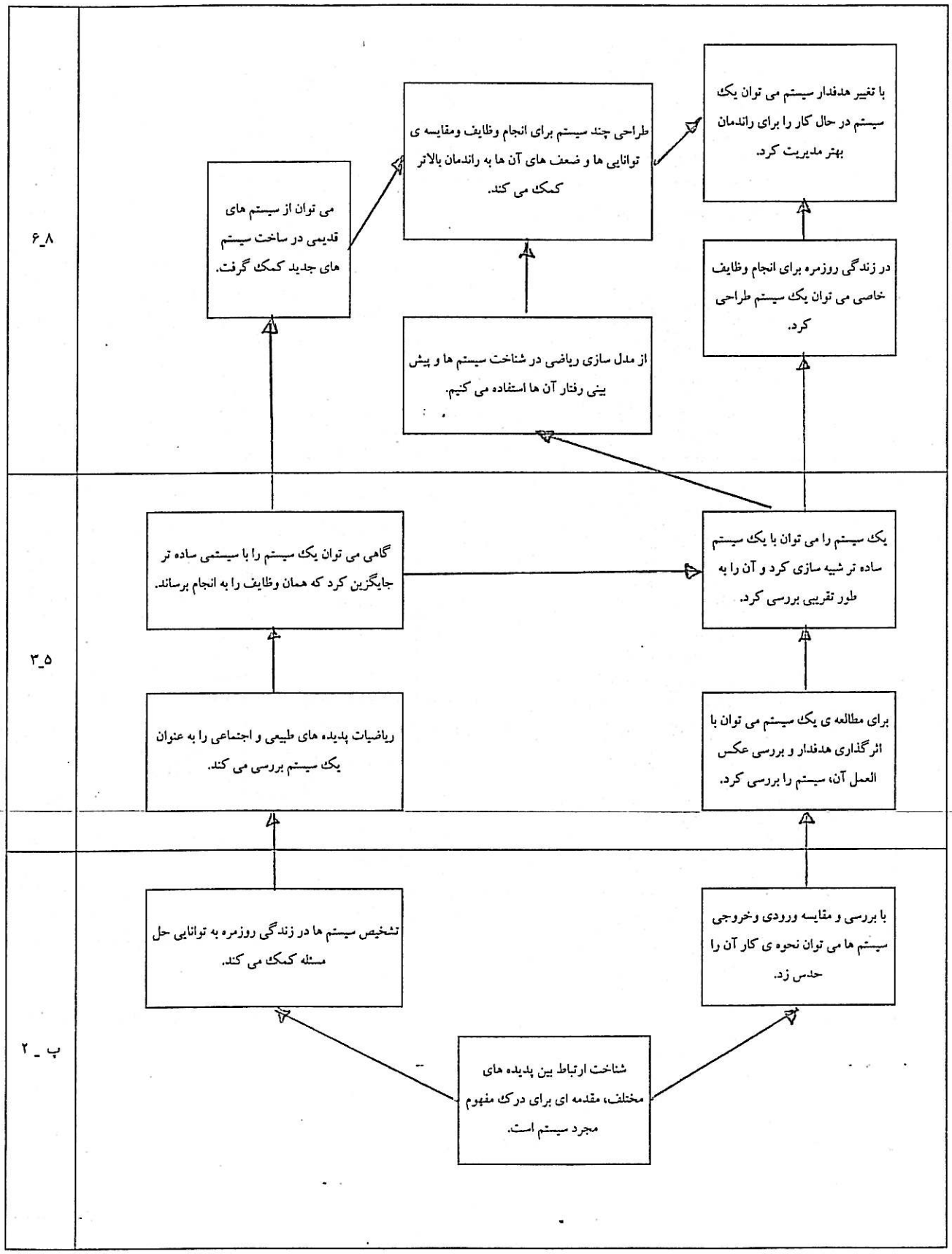
٤ـ بین طبیعت و دانش ریاضی تعامل وجود دارد



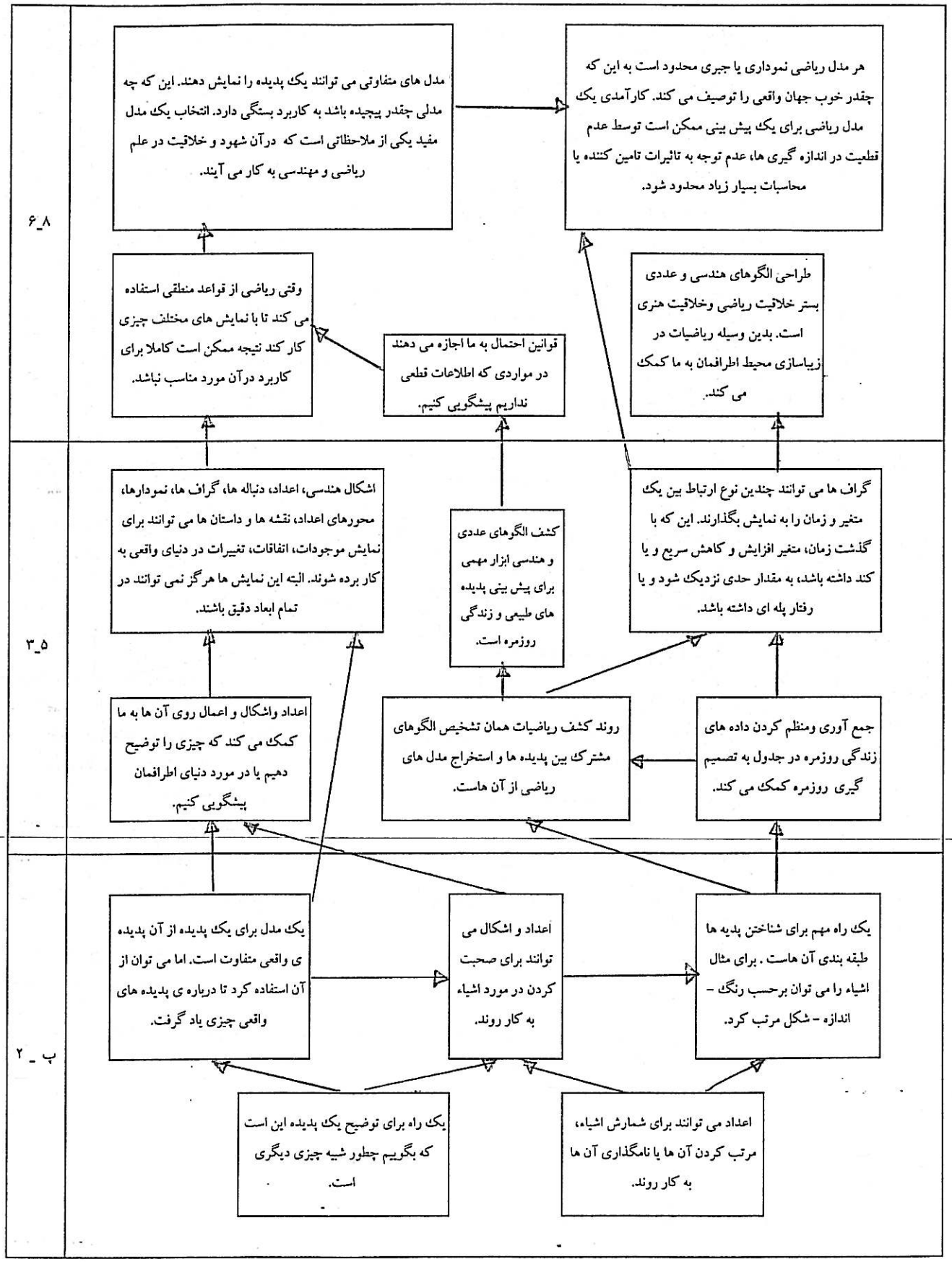

۶_۸
دانشمندان از خطرات انتظارات از پیش تعیین شده در قضاوت های خود آگاهند و در هنگام طراحی تحقیقات و آزمایشات داده ها از آن دوری می جویند. یک راه اطمینان این است که محقق دیگری نیز مطالعات مستقلی روی سوالی یکسان به انجام برساند.
اغلب آنچه مردم انتظار مشاهده ی آن را دارند بر آنچه واقعا مشاهده می کنند اثر دارد. اعتقاد بسیار قوی در مورد آن که چه اتفاقی باید بیفتد آن ها را از جست وجو و پیدا کردن نتایج باز می دارد.
فرضیه سازی باید بر تجربه استوار شده باشد.
مدل های متفاوتی می توانند برای نمایش یک چیز به کار روند. استفاده از یک نظریه ی مناسب یکی از لحظاتی است که شهود وخلاقیت در علم و مهندسی به کار می آیند.
تجربه های تکرارپذیر نقش مهمی در توسعه ی ریاضیات دارد.
۳_۵
بعضی اوقات مردم قوانینی عمومی را برای توضیح چگونگی کارکرد چیزی ازطریق خلاصه نمودن مشاهدات اختراع می کنند ولی تمایل به عمومیت دادن زیادتر از حد تصور این قوانین عمومی با مشاهدات کم دارند.
برای یقین تجربه کافی نیست.
اغلب تفسیرهای متفاوتی از یک رویداد می توان داد و همیشه نمی توان گفت که کدام یک درست است.
اگر فقط داده هایی را انتخاب کنیم که انتظارات فردی را مجاب می کنند کار خطرناکی را مرتکب شده ایم.
وقتی تحلیل دو پژوهشگر از یک پدیده متفاوت است باید تجربه نشان دهد که کدام نظر معتبرتر است.
بعضی اوقات دانشمندان برای توضیح اتفاقات جهان خارج از مشاهدات کمک می گیرند و بعضی اوقات از تفکر.
پ _ ۲
همیشه باید شناخت ناشناخته ها را با آزمایش آغاز کرد.
صحت تحلیل ما از آزمایش و نتایج آن باید دوباره مورد آزمایش قرار داده شود.
بعضی از دانش علمی ما قدیمی است اما هنوز کاربرد دارد.
اغلب در کارهای علمی کار کردن با یک تیم و مشارکت در یافته های دیگران مفید است. با وجود این تمام اعضای تیم باید به نتیجه ی فردی خود راجع به این که یافته چیست رسیده باشند.


موضوعات مربوط به تکنولوژی ساده و دارای یک جنبه هستند. عوامل مربوط حتی اگر در دسترس و مشخص باشند نمی توانند تعیین کننده ی تمام امور باشند.
تکنولوژی همیشه نمی تواند راه حل های موفق برای مسائل فراهم کند یا تمام نیازهای انسان را پر کند.
اثرات جنبی تکنولوژی ممکن است برای برخی مردم قابل قبول نباشد و بنابراین منجر به برخورد بین گروه ها می شود.
تکنولوژی های جدید برخی ریسک ها را افزایش می دهند و برخی را کاهش. برخی از این تکنولوژی ها که طول وکیفیت زندگی مردم را بهبود بخشیده خطرها و ریسک ها ی جدید را به همراه داشت.
تمام تکنولوژی ها اثراتی به جز آن هایی که در طراحی آن ها پیش بینی شده دارند که برخی را ممکن است بتوان پیش بینی کرد و برخی را خیر.
راه حل یک مشکل مشکل دیگری را ایجاد می کند
مردم تکنولوژی را کنترل می کنند و مسئول تاثیرات آن هستند.
۸_۶
در تغییر وسیع کشاورزی، صنعت، بهداشت، پزشکی ، تجزیه و تحلیل اطلاعات و ارتباطات که به طور وسیعی روی زندگی مردم اثر دارند و آن را تغییر می دهند تکنولوژی بسیار موثر بوده است.
در تصمیم گیری ها صرف وقت برای بررسی فواید و مضرات جایگزین ها مفید است.
هیچ طرحی کامل و بدون عیب نیست. طرحی که از بعضی جنبه ها بهترین است ممکن است در جنبه های دیگر ضعف داشته باشد. باید بعضی جهات را فدای جهات دیگر کرد.
هر اختراعی به اختراع دیگرمنجر می شود. همین که یک اختراع صورت گرفت مردم به راه های استفاده از آن فکر می کنند. راه هایی که در ابتدا حتی تصور آن را هم نمی کردند.
تکنولوژی جزء تفکیک ناپذیر فرهنگ انسان هاست که هم اجتماع را شکل می دهد و هم از اجتماع شکل می پذیرد. تکنولوژی در اختیار مردم به طور وسیع روی زندگی اثر می گذارد.
تکنولوژی ها اغلب همان طور که سودبخش هستند مضراتی نیز دارند و یک تکنولوژی که به بعضی افراد یا گروه ها کمک می کند ممکن است به دیگران ضرر بزند.
۵_۳
زمانی که گروهی از مردم می خواهند چیزی را بسازند یا چیز جدیدی را امتحان کنند باید از پیش تعیین کنند که این چیز چه تاثیری ممکن است بر مردم بگذارد.
رسیدن به چیزی که یک نفر می خواهد ممکن است به معنی از دست دادن چیز دیگری باشد.
مردم به تنهایی یا در گروه همواره راه های جدیدی را برای حل مسائل یا انجام کار ابداع می کنند. ابزار و روش های انجام کار را که مردم ابداع کرده اند روی تمام جنبه های زندگی اثر می گذارد.
ب _ ۲

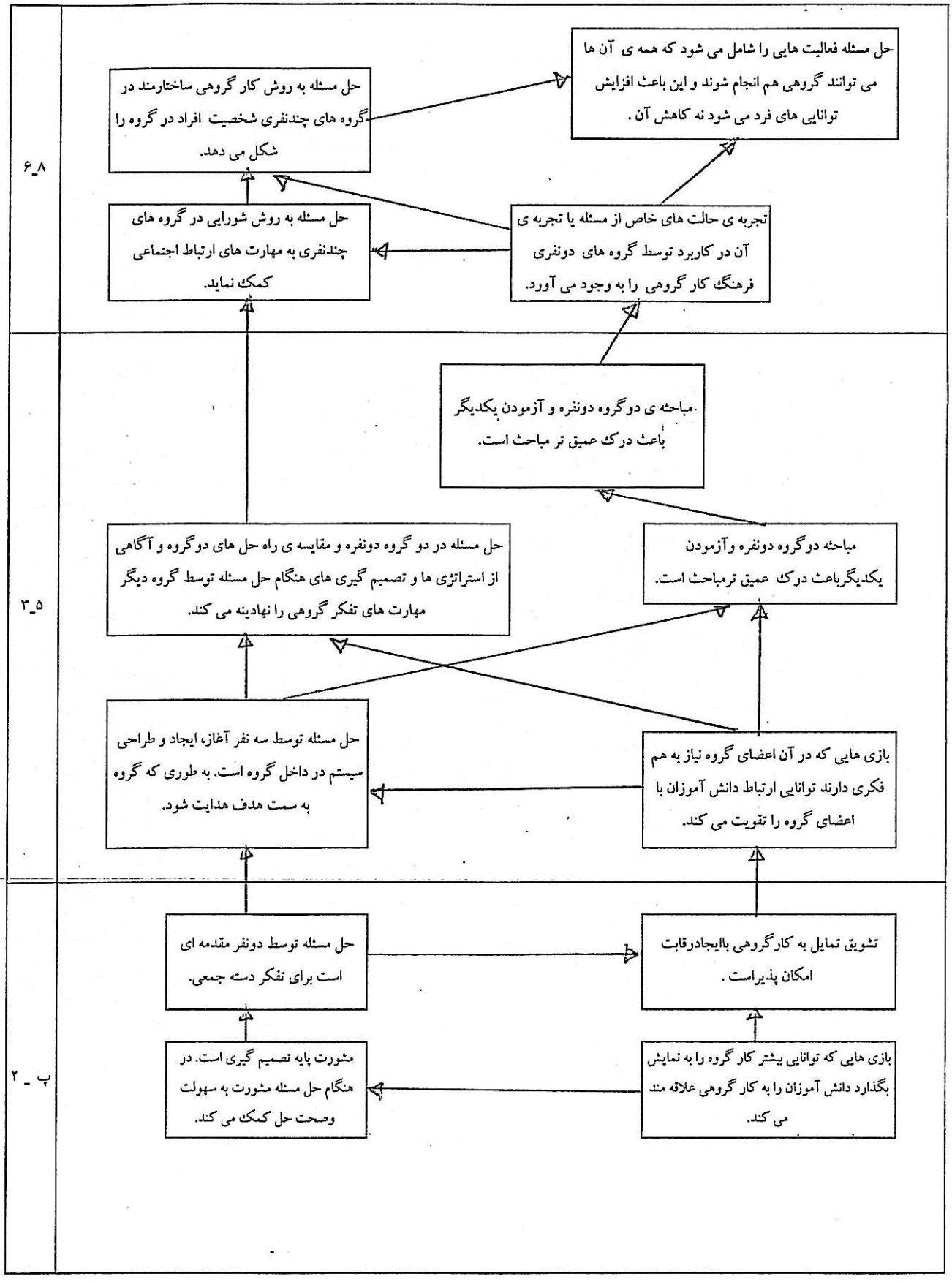
۲ ـ در شناخت، طراحی و ارزیابی سیستم ها می توان از ریاضیات کمک گرفت.



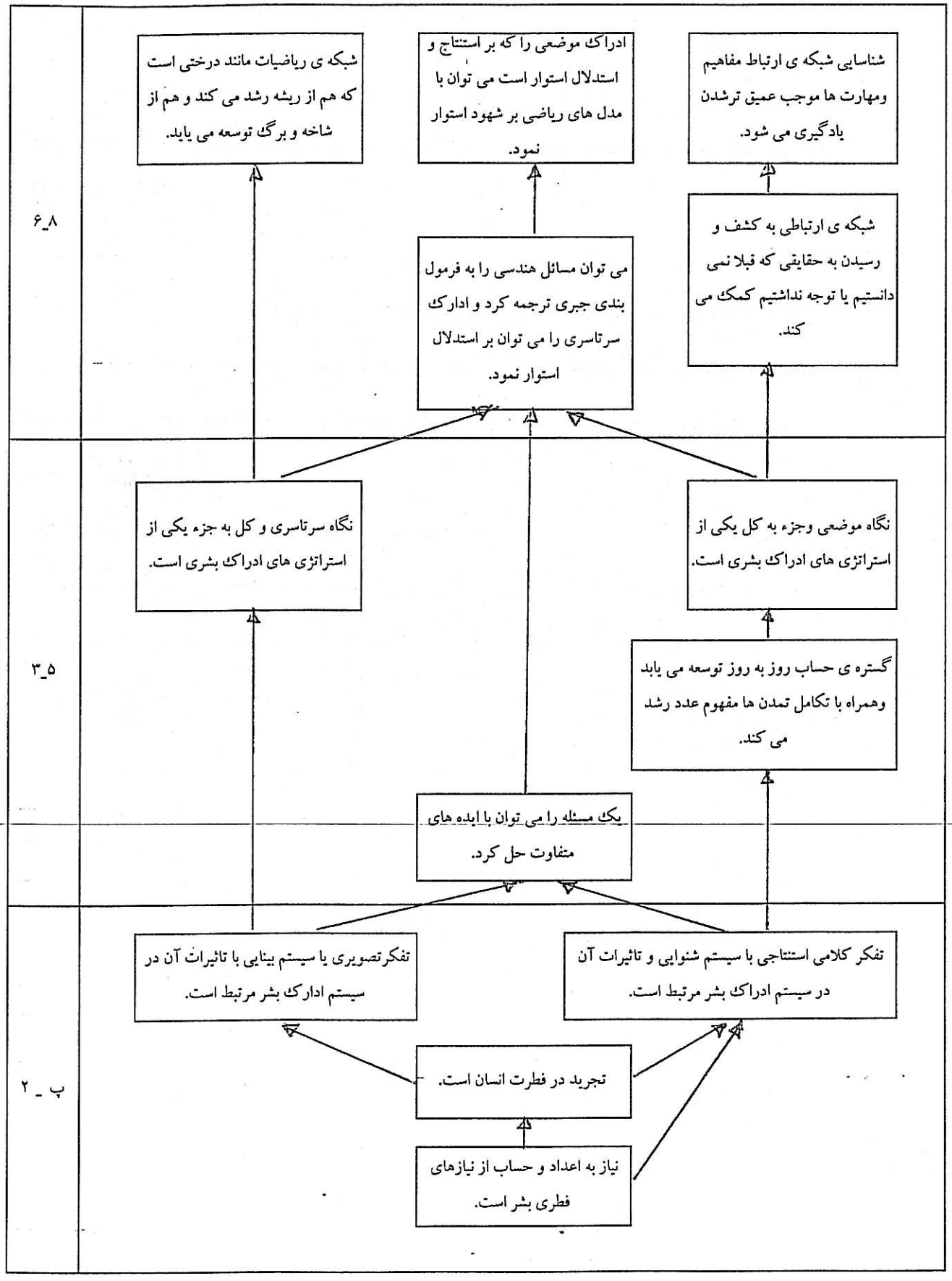
۸- از مدل سازی ریاضی برای حل مسائل زندگی روزمره استفاده می کنیم.



۹ - همکاری ومشارکت باعث کارایی بیشتر، تفکر کامل تر و یادگیری بهتر می شود.



۱۰ ـ ریاضیات شبکه ای به هم مرتبط از ایده ها، مفاهیم و مهارت هاست .



ترکیب حوزه‌های دانشی و مهارتی

تلفیق هدف‌های دانشی و مهارتی در پایه‌های مختلف و ارتباط داخلی این هدف‌ها و شبکه‌های آن باهم به نوعی نزدیک شدن به کار تألیف محسوب می‌شود. برای این تلفیق می‌توان سلایق مختلف را به کار برد. در این قسمت، یک نمونه از تلفیق این هدف‌ها که توسط برنامه‌ریزان تهیه شده است، ذکر می‌گردد. این امکان وجود دارد که برنامه‌ریزی و یا مؤلفی دیگر بتواند با حفظ اصول ترکیبی دیگر از این هدف‌ها تولید کند. این موضوع در صورت انجام طرح چندتألیفی باید مدنظر قرار گرفته شود.

در این‌جا ترکیب هدف‌ها در ۴ بخش انجام شده است.

بخش اوّل شامل هدف‌های مفهومی، نمایش عدد و محاسبات عددی، جبر و نمایش نمادین هندسه سطحه و هندسه تبدیلات است که با هدف‌های مهارتی مدلسازی، الگویابی، پیش‌بینی، تخمین، تقریب، حدس زدن، شمارش، محاسبات عددی و عملیات ذهنی ترکیب شده است و هف‌های جزئی‌تر و به هم مرتبط را ایجاد کرد که در پایه‌های از پیش‌دبستان تا سوم راهنمایی پخش شده‌اند.

بخش‌های دوم، سوم و چهارم نیز به همین ترتیب آورده شده‌اند.

این شبکه، هدف‌ها و توضیحات ضمیمه‌ی آن از پیش‌دبستان تا سوم راهنمایی به هم متصل هستند اما به دلیل نوع تایپ و صفحه‌بندی در صفحات مجزا آورده شده‌اند. برای درک بهتر این ارتباط، باید صفحات مربوط به هر بخش را به دنبال هم مطالعه کرد.

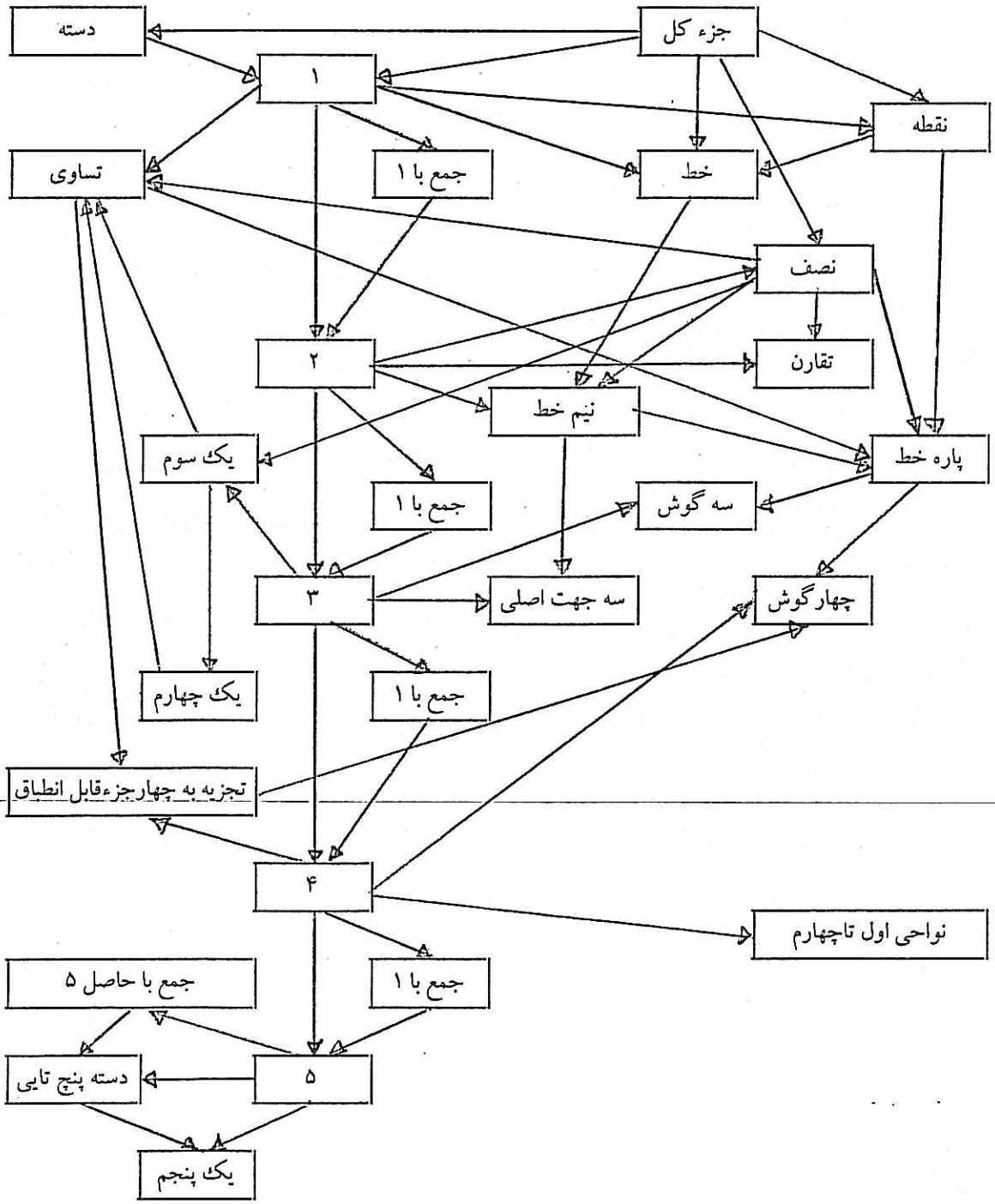
حوزه های مفهومی:

نمایش عددومحاسبات عددی

جبرونمایش نمادین

هندسه مسطحه (پ الی ۲)

هندسه تبدیلات (پ الی ۲)



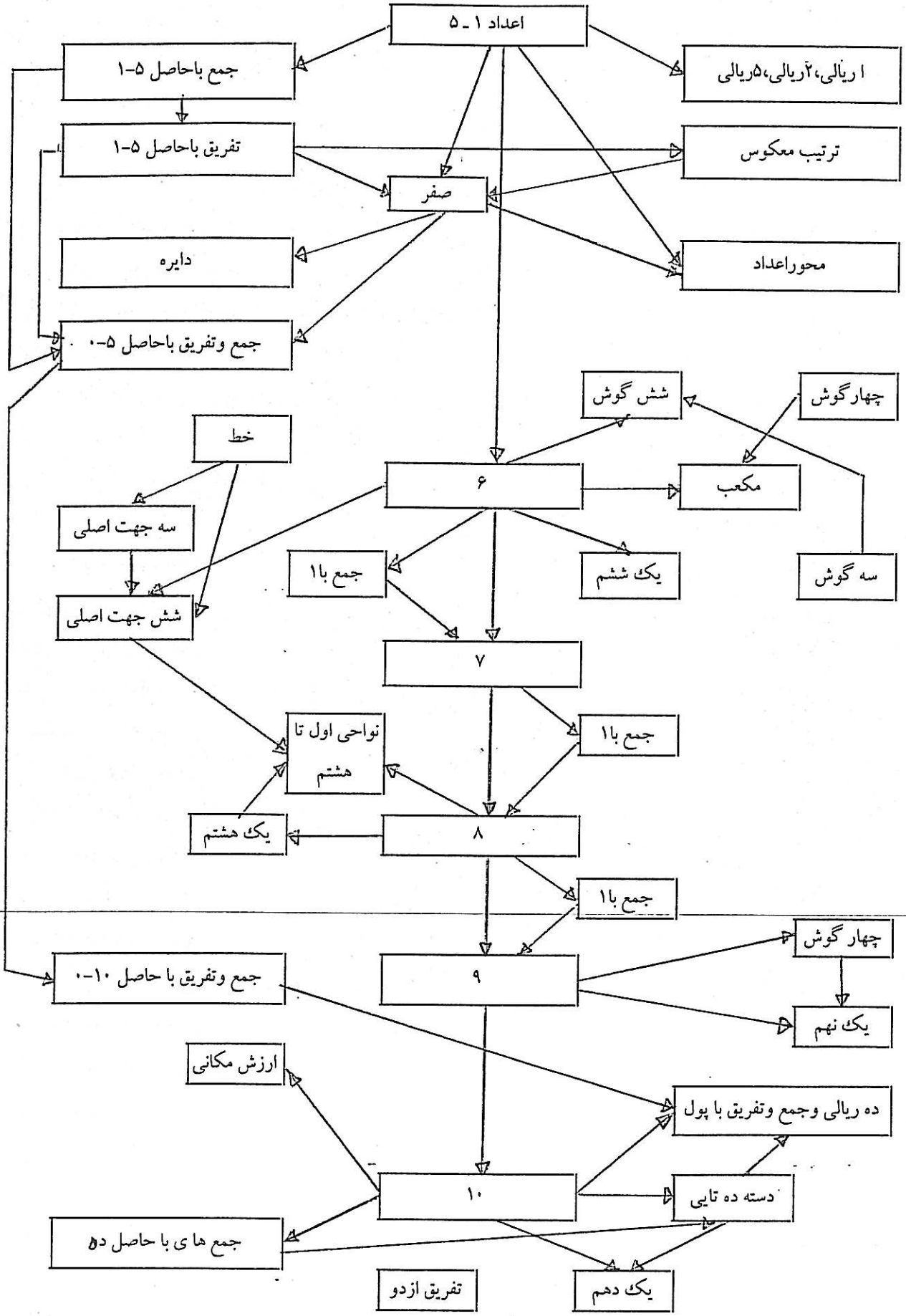
حوزه های مهارتی:

مدلسازی، الگویابی ، پیش بینی
تخمین، تقریب، حدس زدن
شمارش محاسبات عددی و عملیات ذهنی

تشخیص مصداقهای روزمره
شمارش الگوهای عددی در زندگی روزمره
شمارش الگوهای هندسی خطی و غیر خطی
نوشتن نماد اعداد ۱ الی ۵
نوشتن نماد جمع و تساوی
پازلهای دو بعدی
پازلهای تشکیل شده از سه گوش و چهارگوش
طبقه بندی بر حسب تعداد
مرتب کردن برحسب تعداد
نامگذاری با استفاده از اعداد
شمارش الگوهای چینه ای
انتخاب واحد شمارش و کاربرد در شمارش
دست ورزی با اعداد
درک تصویری از اعداد
نوشتن نماد کسر با صورت ۱
استفاده از اعداد در توصیف اشیاء
مدلسازی با اعداد

پ الی ۲

تقریب شکل با پاره خطها
تشخیص تساوی اشکال ساده هندسی
ساختن اعداد به روش افزایشی
حدس زدن تعداد اعضای یک مجموعه با داشتن بعضی خواص
درک گسترده از مفهوم تساوی ریاضی
درک مفاهیم نامتناهی مثل خط و نیم خط


اعداد ۱ ـ ۵
جمع باحاصل ۵-۱
۱ ریالی، ۲ریالی، ۵ریالی
تفریق باحاصل ۵-۱
ترتیب معکوس
صفر
دایره
محوراعداد
جمع وتفریق باحاصل ۵-۰
شش گوش
چهارگوش
خط
۶
مکعب
سه جهت اصلی
جمع با۱
یک ششم
سه گوش
شش جهت اصلی
۷
نواحی اول تا هشتم
جمع با۱
یک هشتم
۸
جمع با۱
چهار گوش
جمع وتفریق با حاصل ۱۰-۰
۹
یک نهم
ارزش مکانی
ده ریالی وجمع وتفریق با پول
۱۰
دسته ده تایی
جمع ها ی با حاصل ده
تفریق ازدو
یک دهم

ساختن اعداد به روش کاهشی

کاربرد جمع و تفریق در شمارش

جمع وتفریق با چینه ها

نوشتن نماد تفریق

جمع و تفریق با ترازو و اعداد ۱ الی ۵ به عنوان جرم

جمع و تفریق با اعداد به عنوان تعداد اعضای دسته

جمع و تفریق روی محور اعداد

جمع وتفریق معنی دار و تصمیم گیری در مورد منطقی بودن جواب

نوشتن نماد اعداد ۶ تا ۹

شمارش الگوهای عددی در زندگی روزمره

تشخیص مصداقهای روزمره

شمارش الگوهای هندسی خط و غیرخطی

طبقه بندی برحسب تعداد

پ الی ۲

مرتب کرن برحسب تعداد

پازلهای تشکیل دهنده از شش گوش

شمارش الگوهای چینه ای

انتخاب واحد شمارش و کاربرد در شمارش

دست ورزی با اعداد

درک تصویری از اعداد

نوشتن نماد۱۰و کاربرد جدول ارزش مکانی

تشکیل دسته های ده تایی

نوشتن نماد اعشار

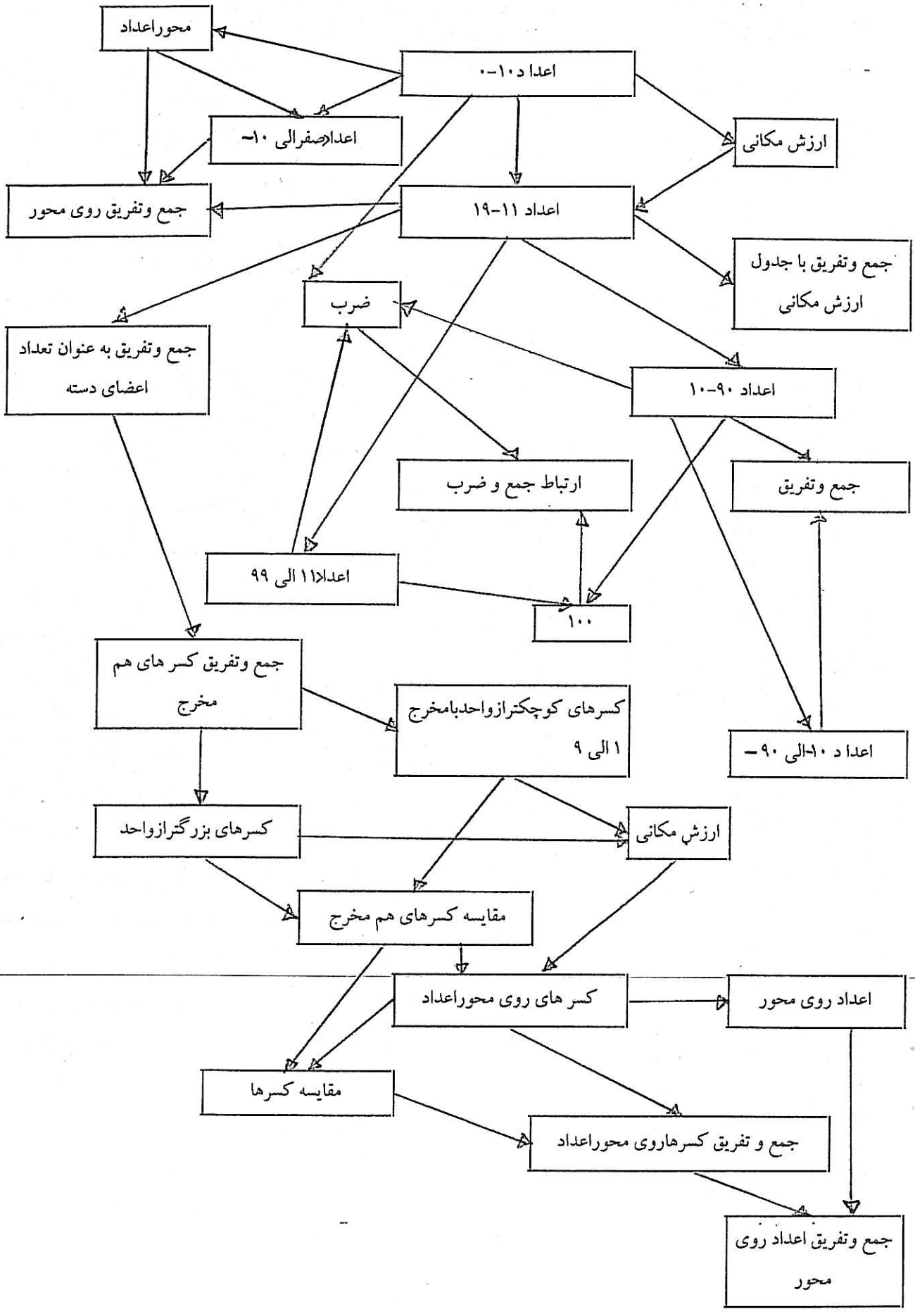
طبقه بندی اشکال هندسی

استفاده از اشکال هندسی در توصیف اشیاء

مدلسازی با اشکال هندسی

کاربرد اعداد منفی در زندگی روزمره

جمع وتفریق با پول


محوراعداد
اعدا د ۱۰-۰
اعدادصفرالی ۱۰-
ارزش مکانی
جمع وتفریق روی محور
اعداد ۱۱-۱۹
جمع وتفریق با جدول ارزش مکانی
ضرب
جمع وتفریق به عنوان تعداد اعضای دسته
اعداد ۹۰-۱۰
ارتباط جمع و ضرب
جمع وتفریق
اعدادا۱۱ الی ۹۹
۱۰۰
جمع وتفریق کسر های هم مخرج
کسرهای کوچکترازواحدبامخرج ۱ الی ۹
اعدا د ۱۰الی ۹۰-
کسرهای بزرگترازواحد
ارزش مکانی
مقایسه کسرهای هم مخرج
کسر های روی محوراعداد
اعداد روی محور
مقایسه کسرها
جمع و تفریق کسرهاروی محوراعداد
جمع وتفریق اعداد روی محور

کاربرد جمع وتفریق در شمارش

جمع و تفریق با اعداد به عنوان تعداد اعضای دسته

جمع و تفریق روی محور اعداد

شمارش الگوهای هندسی

انتخاب واحد شمارش و کاربرد در شمارش

نوشتن نماد کسر

کاربرد نماد اعشار در محاسبات

جمع و تفریق در جدول ارزش مکانی

جمع و تفریق اعداد دو رقمی باکمک جبر

جمع وتفریق مضارب ۵ و ۱۰

خواندن ساعات و جمع وتفریق روی ساعات

شمارش چندتا چندتا ونماد ضرب

جمع و تفریق با چینه ها

کسرها روی محور اعداد

پ الی ۲

جمع وتفریق کسرها روی محور اعداد

کسرها و جزء وکل وجمع و تفریق آنها

مضارب یک کسر (ساختن)

مضارب اعداد کمتر از ۱۰ (ساختن)

مضارب یک عدد و جمع و تفریق آنها

محاسبه با ماشین حساب

جمع آوری و منظم کردن داده ها

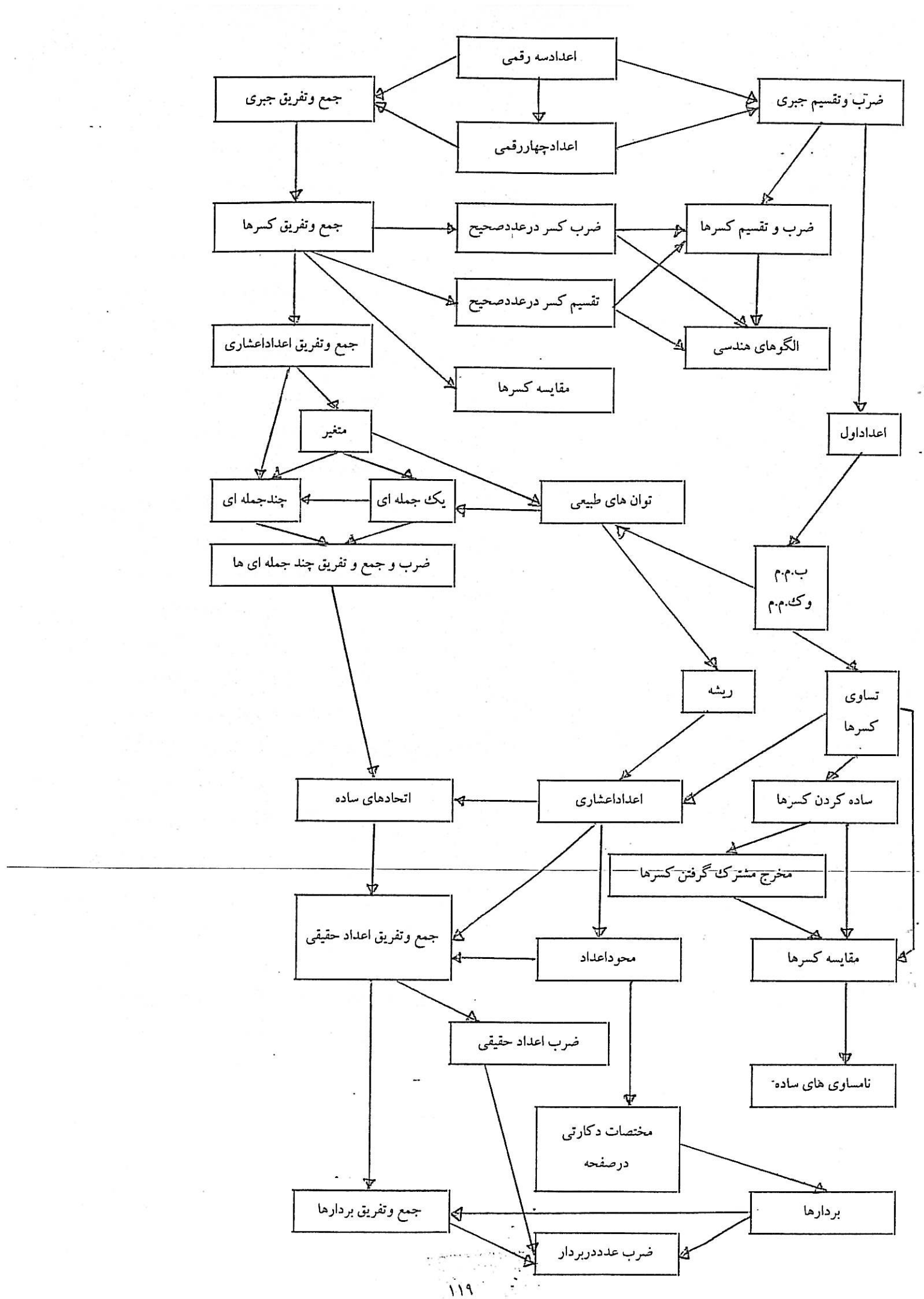
نمایشهای عددی مختلف برای یک پدیده

جمع وتفریق تقریبی

جمع و تفریق ذهنی

نماد درصد

استدلال برای صحت عملیات ذهنی که خود ساخته اند


اعدادسه رقمی
جمع وتفریق جبری
ضرب وتقسیم جبری
اعدادچهاررقمی
جمع وتفریق کسرها
ضرب کسر درعددصحیح
ضرب و تقسیم کسرها
تقسیم کسر درعددصحیح
جمع وتفریق اعداداعشاری
الگوهای هندسی
مقایسه کسرها
متغیر
اعداداول
چندجمله ای
یک جمله ای
توان های طبیعی
ضرب و جمع و تفریق چند جمله ای ها
ب.م.م
وک.م.م
ریشه
تساوی
کسرها
اتحادهای ساده
اعداداعشاری
ساده کردن کسرها
مخرج مشترک گرفتن کسرها
جمع وتفریق اعداد حقیقی
محوداعداد
مقایسه کسرها
ضرب اعداد حقیقی
نامساوی های ساده
مختصات دکارتی
درصفحه
جمع وتفریق بردارها
بردارها
ضرب عدددربردار

نوشتن نماد تقسیم

کاربرد نماد اعشار در محاسبات

جمع وتفریق در جدول ارزش مکانی

جمع و تفریق به کمک جبر

مقایسه کسرها

درک هندسی در جمع وتفریق و ضرب و تقسیم کسرها ۳ الی ۵

ساختن اعداد طبیعی از روی تعدادی عدد اول

به توان رساندن و ریشه گرفتن توسط ماشین حساب

تشخیص الگوهای عددی مشترک بین پدیده ها

جمع آوری و منظم کردن داده ها

نمایشهای عددی مختلف برای یک پدیده

جمع وتفریق تقریبی

جمع و تفریق ذهنی

تخمین تعداد اعضای یک مجموعه در موقعیتهای زندگی روزمره

ضرب و تقسیم تقریبی

ضرب و تقسیم تقریبی ذهنی

ترجمه اطلاعات زندگی روزمره به زبان اعداد

شمارش در ساختن ابزارها اهمیت دارد

بیان استراتژیهای محاسباتی و اثبات آنها بطور کلامی

تشکیل معادله و حل آن ۶ الی ۸

نماد علمی و کاربرد آن در زندگی روزمره

نماد توان و ریشه

نماد چند جمله ای

نمادمعادله و اتحاد

طراحی الگوهای هندسی و عددی

جمع بردارهای در زندگی روزمره و مفهوم فیزیکی آن

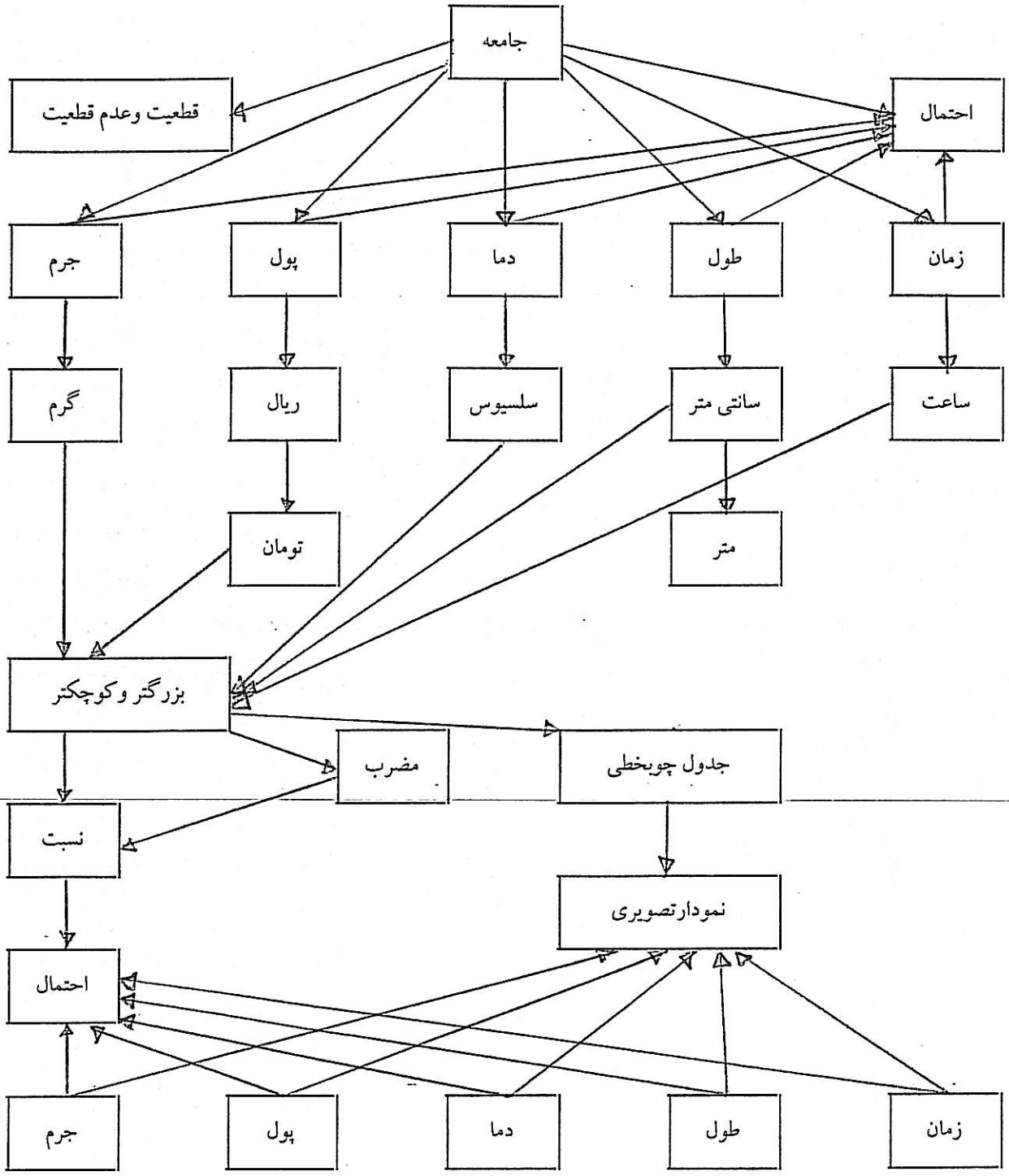
کار با دستگاههای مختصات در حال حرکت

حوزه های مفهومی:

آمارواحتمال(پ الی ۲)

نسبت،نرخ، تناسب

واحدهای استاندارد وپول



حوزه های مهارتی:

- مدلسازی،الگویابی،پیش بینی
- استفاده از نمودارها و شهود هندسه
- اندازه گیری
- فرضیه سازی و نظریه پردازی

درک ملموس از واحدهای استاندارد

توصیف اشیاء با واحدهای استاندارد

سعی در معرفی واحدهای غیر استاندارد

مرتب کردن برحسب زمان طول دما قیمت جرم

طبقه بندی کردن برحسب زمان طول دما قیمت جرم

تبدیل واحدها به یکدیگر

تحلیل نمودار تصویری و جدول چوبخطی

کاربرد نسبت در زندگی روزمره

کاربرد احتمال در زندگی روزمره

تشخیص پیشامدهای قطعی و غیرقطعی

کسب مهارتهای خرید و فروش

کسب مهارتهای رسم نمودار

تبدیل اطلاعات کلامی به تصویری و برعکس

پ الی ۲

استخراج اطلاعات از نمودارهای ساده

انتخاب واحد مناسب با کاربرد در زندگی روزمره

مقایسه واحد با شی مورد اندازه گیری

مقایسه واحد با پدیده مورد اندازه گیری

فرضیات در مورد اطلاعات را بتواند به طور کلامی بیان کند

صحت فرضیه را با نمودار امتحان کند

استفاده از تکنیکهای شمارشی در اندازه گیری

مقایسه ذهنی طول ها، زمانها، جرم ها

بررسی صحت تخمین ذهنی با اندازه گیری

آشنایی با روشهای مختلف جمع آوری داده

جرم
کیلوگرم
تن
طول
سطح
حجم
سانتی مترمربع
سانتی مترمکعب
مترمربع
مترمکعب
میلی متر
کیلومتر
میلی مترمربع
کیلومترمربع
هکتار
زمان
دقیقه
ثانیه
جمع وتفریق
نمایش اعشاری
درصد
جمع وتفریق
نسبت ها
جمع وتفریق نرخ ها
مقایسه نرخ ها
تناسب
نرخ
مقایسه نسبت ها
نسبت
تالس
تشابه
نسبت های مثلثاتی
رابطه معکوس
جرم
پول
حجم
سطح
طول
زمان

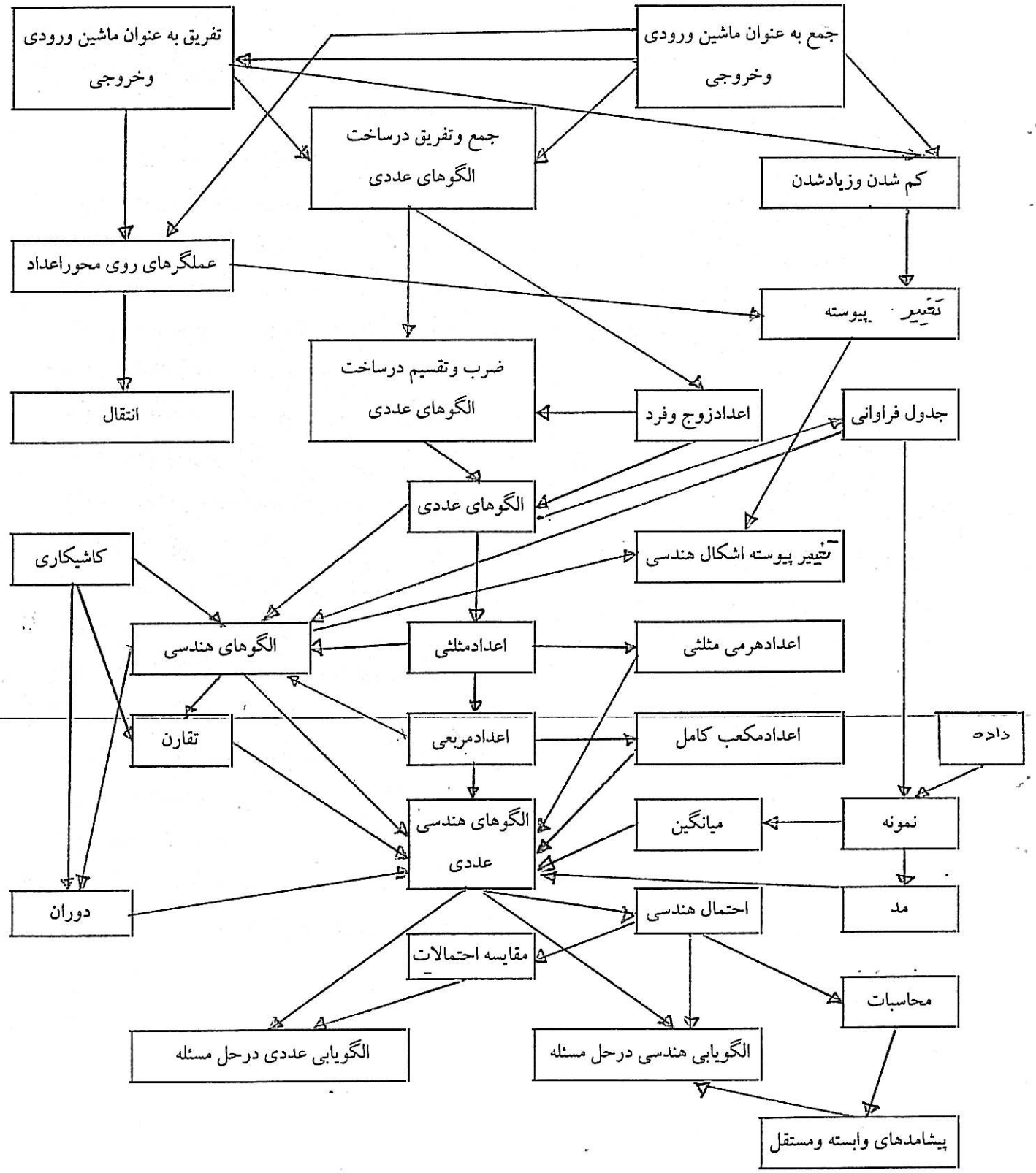
کاربرد اندازه گیری در زندگی روزمره	
جمع و تفریق ساعت دقیقه ثانیه	
جمع و تفریق طول و ارتباط با نماد اعشاری	
درک ملموس از واحدهای اندازه گیری استاندارد	
تبدیل واحدها	
محاسبات نسبت و نرخ در کاربردهای روزمره	
خواندن نقشه و درک مقیاس نقشه	
توصیف یک پدیده با اندازه گیری	
منظم کردن داده ها در جدول و تصمیم گیری	۳ الی ۵
نمایش نموداری و تشخیص الگوهای عددی	
خواندن نمودارهایی که توسط دیگران تهیه شده	
توصیف کلامی اطلاعات نمودارها	
استفاده از فرمولها در اندازه گیری کمیتها	
تصمیم گیری برای لزوم تخمین در زندگی روزمره	
انتخاب ابزار مناسب برای اندازه گیری	
جمع و تفریق نسبتها و نرخها	
تشخیص هم نسبت بودن	
کاربرد تناسب در رابطهٔ معکوس در زندگی روزمره	
کاربرد تالس در زندگی روزمره	
کاربرد نسبتهای مثلثاتی در محاسبات مساحت	
کنترل خطا در اندازه گیری	۶ الی ۸
برقراری ارتباط بین چند نسبت	
تناسب مقدمه ای بر تشکیل معادله	
تناسب روشی برای نشان دادن ارتباط بین دو متغیر	
کاربرد تناسب در مفاهیم فیزیک روزمره	

حوزه های مفهوم:

الگوهای هندسی وعددی

تابع ومفهوم متغیر

آمارواحتمال (۳ الی ۵)،(۶ الی ۸)



حوزه های مهارتی:

استفاده از نمودارها و شهود هندسی

اندازه گیری

کشف، استدلال

راهبردهای حل مسئله

مدلسازی، الگویابی، پیش بینی (۶ الی ۸

)

توصیف تغییرات با الگوهای عددی

توصیف تغییرات با الگوهای هندسی

استخراج اطلاعات از نمودارهای ساده

توصیف ماشینهای ورودی و خروجی

آشنایی با مثالهای زندگی روزمره از ماشینهای ورودی – خروجی

ساختن الگوهای عددی با ماشین ورودی – خروجی

ساختن الگوهای هندسی با ماشین ورودی – خروجی

تشکیل واحد شمارش با الگوهای هندسی

کشف نحوه عمل ماشینهای ورودی – خروجی از الگوی داده شده

انتقال کاشیکاری

توصیف تغییرات با الگوهای هندسی و عددی

تغییر پیوسته اشکال هندسی به یکدیگر

تغییر پیوسته اشکال هندسی درون رده خاصی از آنها ۳ الی ۵

تشخیص الگوهای تغییر در نمایش نموداری

توصیف پدیده ها با استفاده از شاخص های عددی (میانگین)

تغییر پیوسته اشکال هندسی مقدمه ای برای درک حرکت مجرد

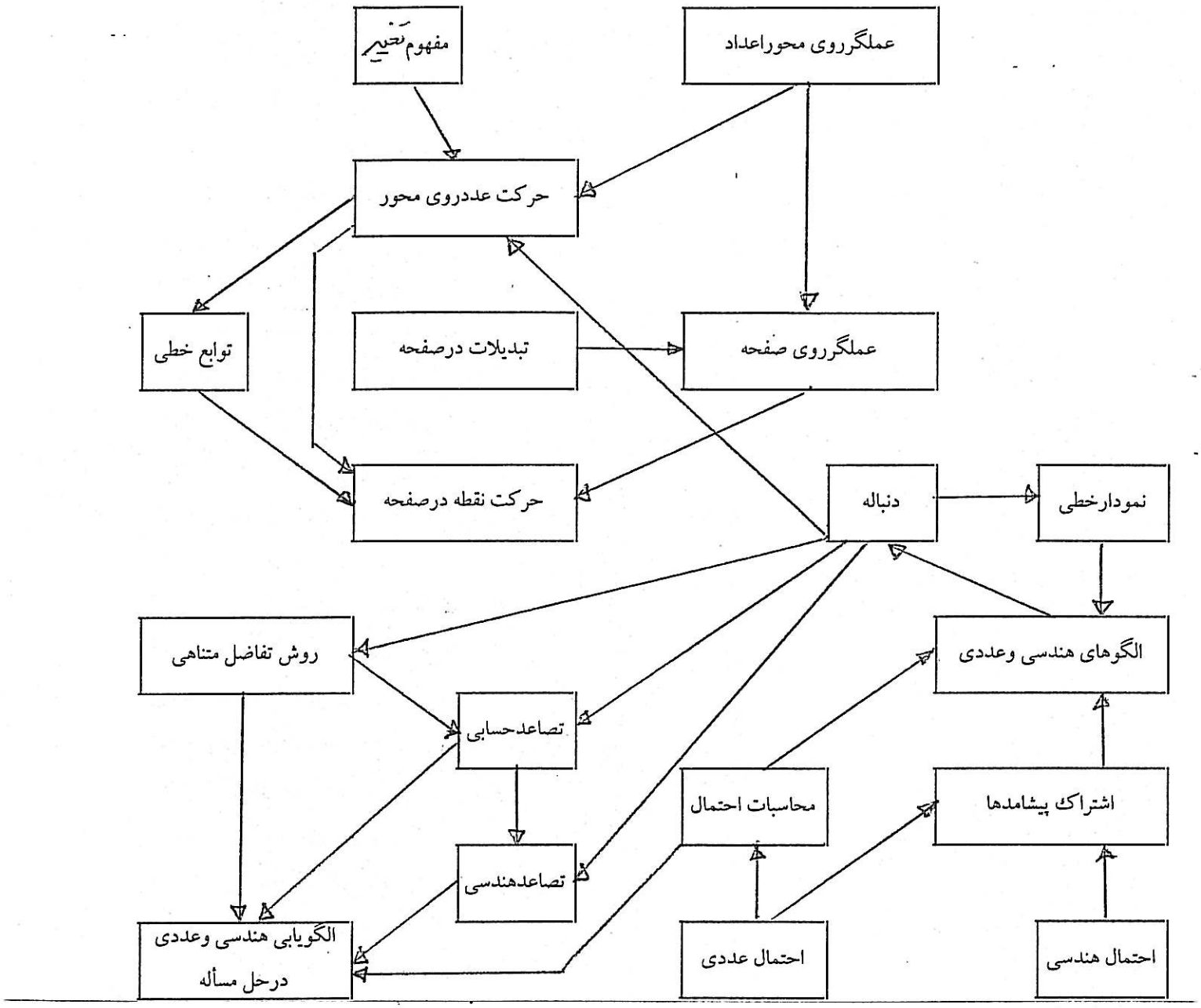
ترجمه اطلاعات مدلهای تغییر به زندگی روزمره

اندازه گیری پدیده های متغیر

تشکیل سیستم بسته و در نظر گرفتن مفهومی از متغیر برای آن

کمی نمودن متغیر

پیش بینی از روی نمودار


مفهوم تغییر
عملگرروی محوراعداد
حرکت عددروی محور
توابع خطی
تبدیلات درصفحه
عملگرروی صفحه
حرکت نقطه درصفحه
دنباله
نمودارخطی
روش تفاضل متناهی
الگوهای هندسی وعددی
تصاعدحسابی
محاسبات احتمال
اشتراک پیشامدها
تصاعدهندسی
الگویابی هندسی وعددی
درحل مسأله
احتمال عددی
احتمال هندسی

تقریب زدن نمودار با خط

انتقال الگوهای عددی روی محور اعداد

انتقال دوران تقارن مرکزی الگوهای هندسی در صفحه

مدلسازی رشد طول، سطح، حجم

تقریب زدن یک الگوی عددی با خط

طراحی الگوهای عددی

طراحی الگوهای هندسی عددی

یافتن تصاعد حسابی و هندسی در طبیعت

تشخیص قطعیت و عدم قطعیت در موقعیتهای زندگی روزمره

تشخیص الگوهای خطی و غیرخطی از هم

ترجمه موقعیتهای روزمره به زبان احتمال ۶ الی ۸

تشخیص مسائل مربوط به احتمال در زندگی روزمره

شمارش الگوهای عددی

کاربرد ایده های احتمال در حل مسئله

کاربرد هندسه در احتمال هندسی

محاسبات احتمال از روی داده ها

کار با محور اعداد به عنوان مدلی برای تغییر پیوسته

کشف الگوهای عددی با روش تفاضل متناهی

مدلسازی زبان با محور اعداد

درک بسیار کوچک ها و بسیار بزرگها روی محور اعداد

مهارت در تست هوش هندسی

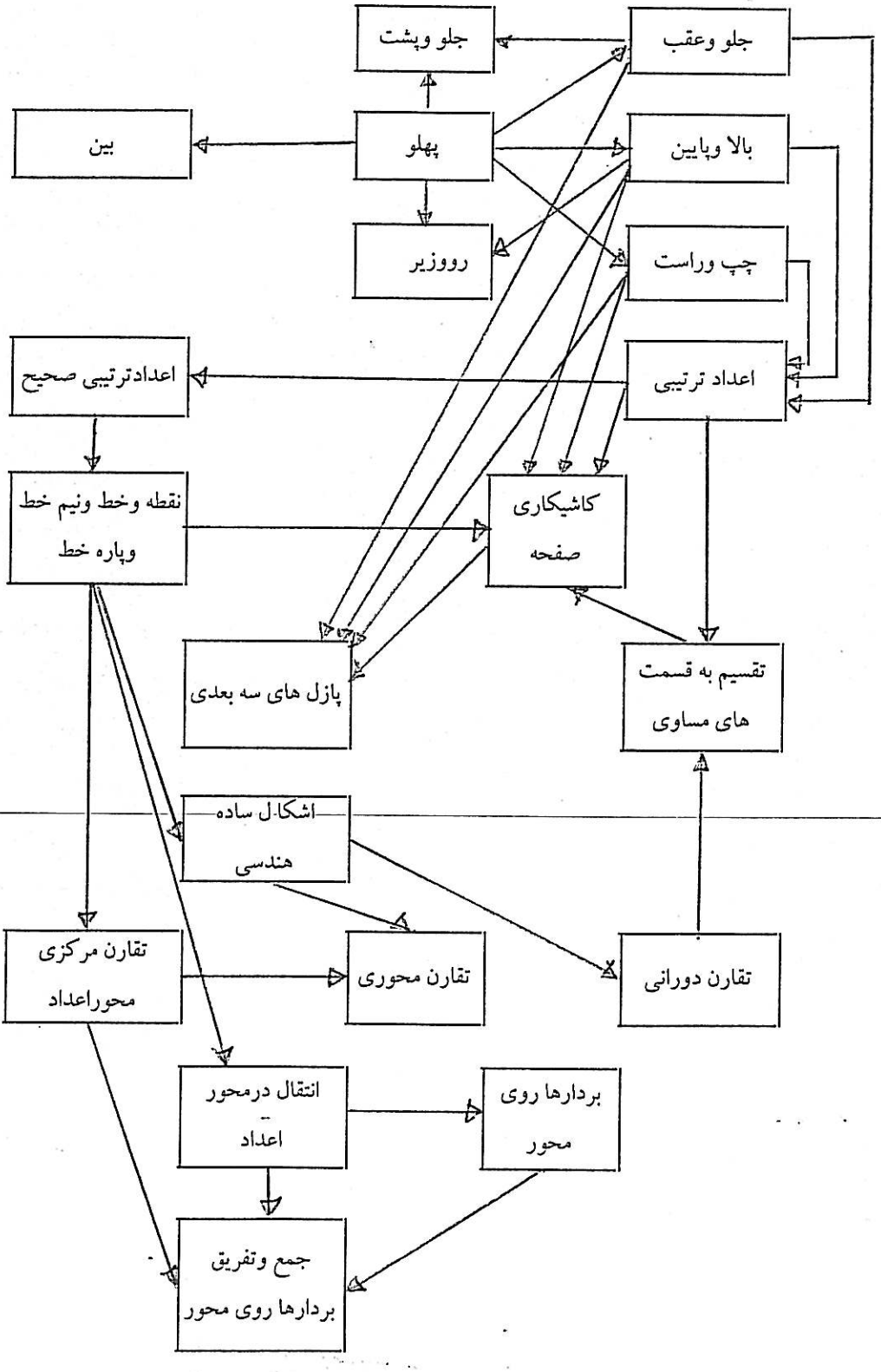
حوزه های مفهومی:

الگوهای هندسی وعددی

هندسه مسطحه وفضایی

هندسه تبدیلات

بردار وهندسه تحلیلی



حوزه های مهارتی:

- استفاده از نمودارها و شهود هندسی
- استفاده از ابزارهای و تکنولوژی
- کشف، استدلال
- فرضیه سازی و نظریه پردازی
- راهبردهای حل مسئله

یافتن اشکال ساده هندسی در طبیعت و ساخته های بشر

حل معماهای تصویری

مهارت در تجسم سه بعدی از روی تصویر

رسم اشکال ساده هندسی با خط کش و گونیا

کسب حس جهت یابی در کوچه و خیابان

تقسیم به اجزاء مساوی و کاربرد در زندگی روزمره

دست ورزی با اشکال سه بعدی

ساختن اشکال ساده هندسی با محتوا

کاربرد تقارن در زندگی روزمره

درک تقارن محوری با کاغذ و تا

یافتن پاره خط در موقعیتهای زندگی روزمره

طراحی پازلهای سه بعدی و دو بعدی

تشخیص اشکال هندسی در زندگی روزمره

تقریب یک نقاشی با پاره خطها

تقریب یک شکل با اشکال هندسی ساده

درک تقارن دورانی با طلق و پونز

درک تقارن محوری با پشت و رو کردن

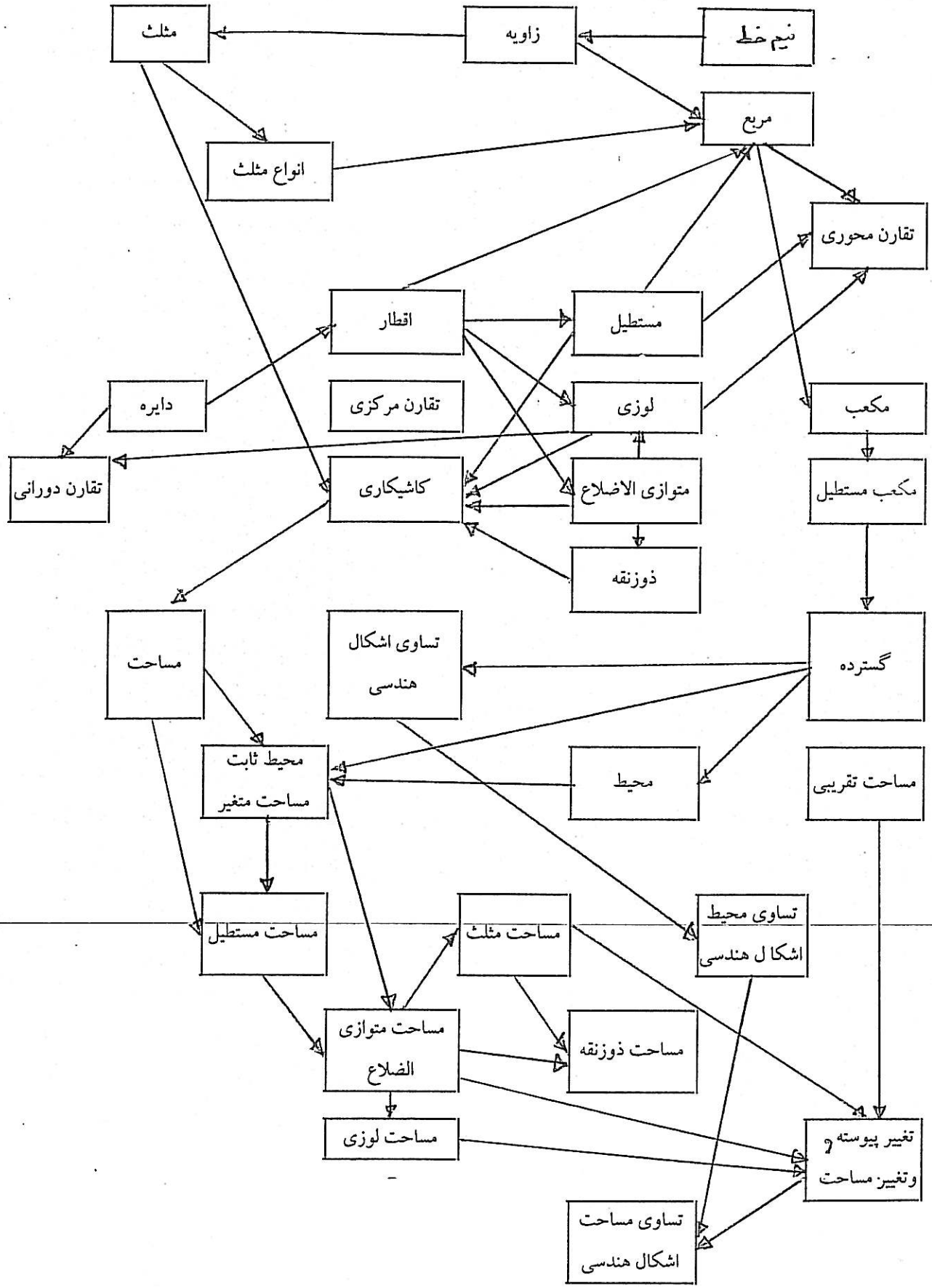
جمع و تفریق روی محور با کمک انتقال

انتقال روی محور توسط بردار

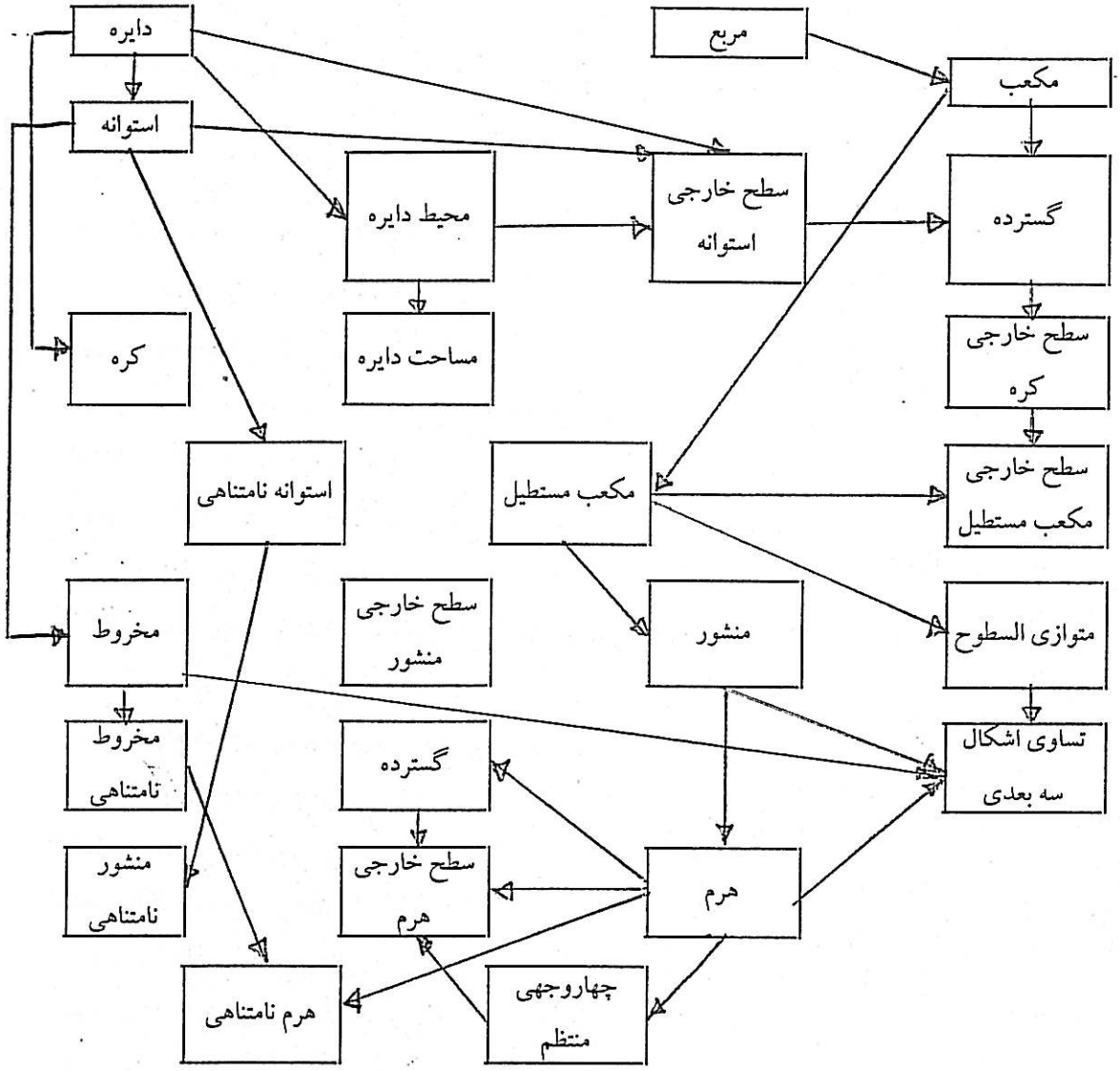
تقارن نسبت به مرکز روی محور اعداد

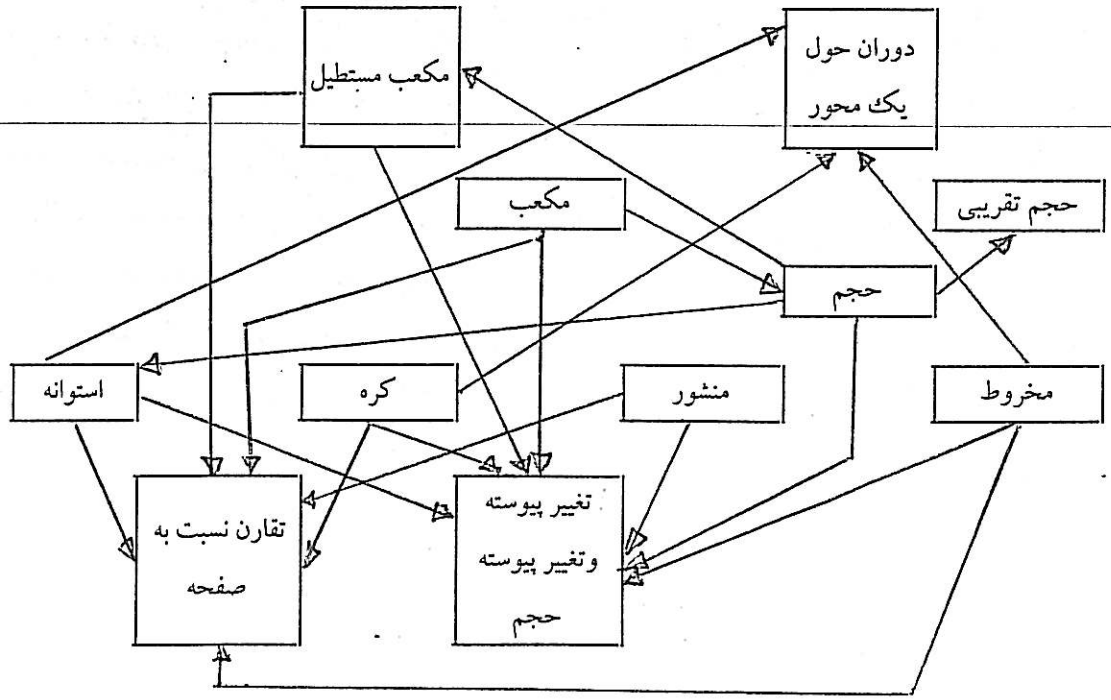
ساخت کاشیکاری در صفحه

دست ورزی با اشکال ساده هندسی


مثلث
زاویه
نیم خط
مربع
انواع مثلث
تقارن محوری
اقطار
مستطیل
دایره
تقارن مرکزی
لوزی
مکعب
تقارن دورانی
کاشیکاری
متوازی الاضلاع
مکعب مستطیل
ذوزنقه
مساحت
تساوی اشکال هندسی
گسترده
محیط ثابت مساحت متغیر
محیط
مساحت تقریبی
مساحت مستطیل
مساحت مثلث
تساوی محیط اشکال هندسی
مساحت متوازی الضلاع
مساحت ذوزنقه
مساحت لوزی
تغییر پیوسته و تغییر مساحت
تساوی مساحت اشکال هندسی

کشف خواص اشکال هندسی ساده	
ساختن اشکال سه بعدی از روی گسترده	
رده بندی مثلث ها	
رده بندی زاویه ها	
تقریب مساحت با مربع های کوچک	
ساختن مدلهایی که تغییر پیوسته اشکال هندسی	
طراحی کاشیکاری	
گسترده های مختلف برای مکعب و ساختن	
ساختن گسترده برای شکل داده شده	
تشخیص اشکال هندسی ساده در زندگی روزمره	
مقایسه طول، محیط مساحت اشیاء	
رسم و ساختن اشکال هندسی با مقوا	
تجزیه و ترکیب اشکال هندسی	
بزرگ و کوچک کردن شکل با مقیاس داده شده	۳ الی ۵
تشخیص اشکال با محیط مساوی و تغییر پیوسته	
تشخیص اشکال با مساحت مساوی و تغییر پیوسته	
تقریب مساحت با مثلثهای کوچک	
تقریب محیط با پاره خطها	
انطباق با انتقال و دوران	
تجزیه شکل هندسی به پاره خطها و ترکیب دوباره	
تجزیه شکل هندسی به سایر شکلهای هندسی	
ترکیب اشکال هندسی و ساختن اشکال هندسی ساده	
تقریب حجم با مکعب	
کاربرد ابزارها در رسم نمودارها	
تجزیهٔ مکعب به مکعب مستطیل و برعکس	
تشکیل مکعب از مکعب مستطیلهای داده شده	
تغییر پیوسته اشکال هندسی با تغییر زاویه و طول	


دایره
مربع
مکعب
استوانه
محیط دایره
سطح خارجی استوانه
گسترده
کره
مساحت دایره
سطح خارجی کره
استوانه نامتناهی
مکعب مستطیل
سطح خارجی مکعب مستطیل
مخروط
سطح خارجی منشور
منشور
متوازی السطوح
مخروط نامتناهی
گسترده
تساوی اشکال سه بعدی
منشور نامتناهی
سطح خارجی هرم
هرم
هرم نامتناهی
چهاروجهی منتظم


مکعب مستطیل
دوران حول یک محور
مکعب
حجم تقریبی
حجم
استوانه
کره
منشور
مخروط
تقارن نسبت به صفحه
تغییر پیوسته وتغییر پیوسته حجم

محاسبه سطح خارجی کره

تقریب اشکال سه بعدی با احجام ساده هندسی

ساختن اشکال سه بعدی ساده از روی سه تصویر

رده بندی چهاروجهی ها

قطور کردن اشکال هندسی ساده

محاسبه سطح خارجی اشکال ساده

تغییر پیوسته احجام هندسی ساده با حفظ طولها

تغییر پیوسته احجام هندسی ساده با حفظ حجم ها

تجزیه وترکیب احجام هندسی ساده

تشخیص احجام هندسی با حجم های مساوی

انطباق با انتقال و دوران حول محور

اشکال ساده نامتناهی به عنوان مدلهایی برای دوران اشکال حول یک محور

تقارن اشکال نسبت به یک صفحه آینه ای

تجزیه احجام هندسی ساده به چهاروجهی ها

ساختن احجام ساده با مقوا

کشف خواص احجام هندسی ساده

ساخت الگوهای هندسی ساده توسط احجام

تشخیص اشکالی که مرکز تقارن دارند

تجزیه شکل نامتقارن به اجزاء متقارن

مقایسه نسبت سطح خارجی و حجم بین اشکال مختلف

طراحی الگوهای سه بعدی

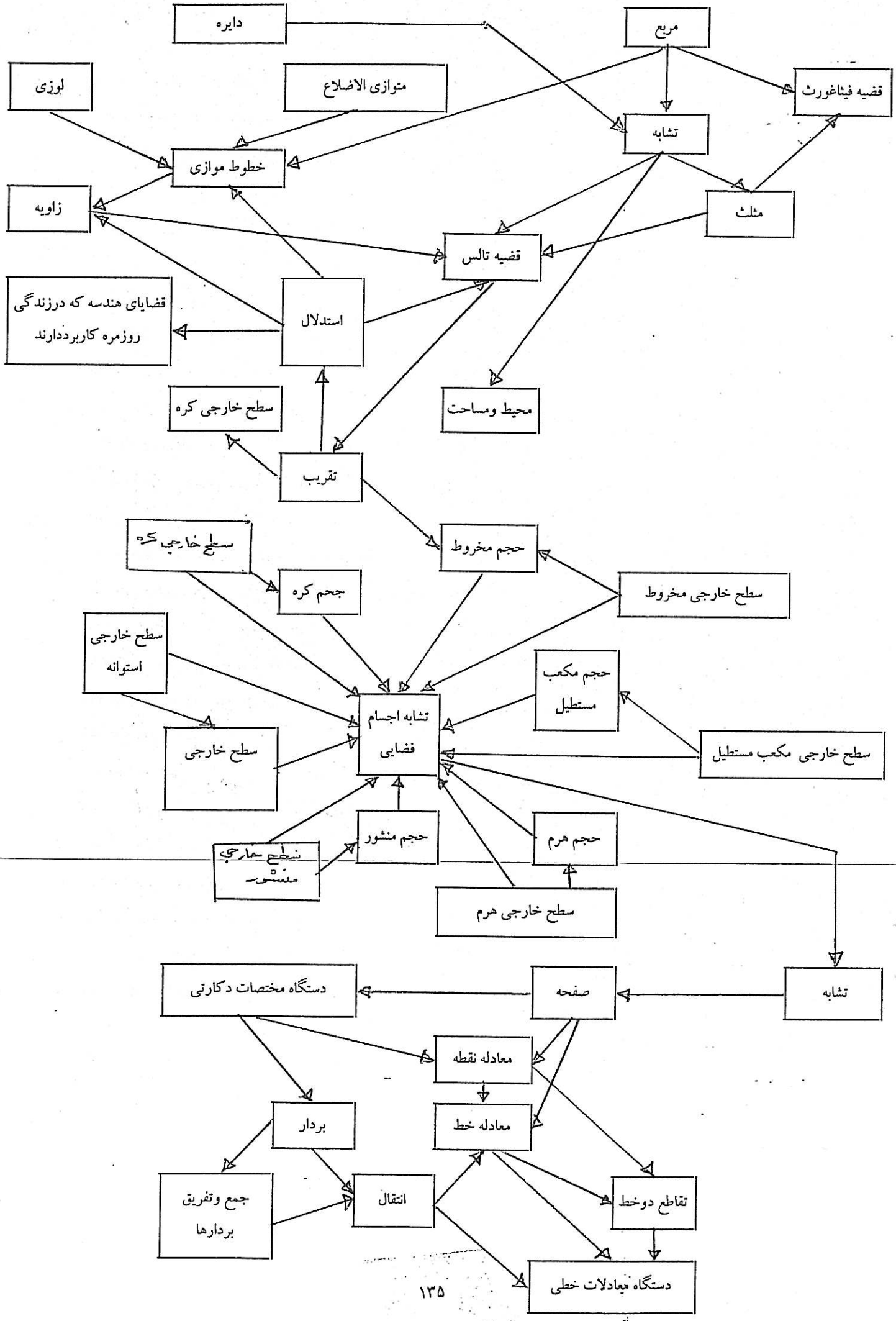
محاسبه احجام اشکال ساده سه بعدی

محاسبه احجام مخروط و کره

بررسی و محاسبه حجم در حالتهای حدی

بررسی و محاسبه مساحت در حالتهای حدی

محاسبه حجم تولید شده توسط دوران یک سطح


دایره
مربع
لوزی
متوازی الاضلاع
قضیه فیثاغورث
تشابه
خطوط موازی
زاویه
مثلث
قضیه تالس
قضایای هندسه که درزندگی روزمره کاربرددارند
استدلال
سطح خارجی کره
محیط ومساحت
تقریب
حجم مخروط
جحم کره
سطح خارجی مخروط
سطح خارجی استوانه
حجم مکعب مستطیل
تشابه اجسام فضایی
سطح خارجی
سطح خارجی مکعب مستطیل
حجم منشور
حجم هرم
سطح خارجی هرم
دستگاه مختصات دکارتی
صفحه
تشابه
معادله نقطه
بردار
معادله خط
جمع وتفریق بردارها
انتقال
تقاطع دوخط
دستگاه معادلات خطی

تجزیه خصوصیات اشکال هندسی با رسم

محاسبه تجانس برمحیط و مساحت اشکال

روند کشف را مقدم بر جستجو برای استدلال دیدن

برقراری ارتباط بین خطوط و زوایا و فاصله ها

کاربرد قضایای هندسه در زندگی روزمره

استدلال تصویری

استدلال استنتاجی

محاسبات عددی در مثلث

محاسبات عددی در دایره

برقراری ارتباط بین قضایای مختلف

محاسبه اثر تجانس بر سطح خارجی و حجم اشکال

تقریب زدن حجم اشکال سه بعدی

تشخیص احجامی که مرکز تقارن دارند

تجزیه شکل نامتقارن به اجزاء متقارن و برعکس

تشخیص خطوط موازی متقاطع متنافر در زندگی روزمره

تشخیص خطوط عمود برهم در فضا

بیان اشکال هندسی برحسب اعداد

کاربرد بردار در زندگی روزمره

تشکیل معادله خطی

حل معادلهٔ خطی

حل مسائل زندگی روزمره با تشکیل معادله خطی

پیشگویی با استفاده از معادلهٔ خط در نمودار خطی

جمع و تفریق هندسی بردارها

ترکیب انتقال ها توسط جمع بردارها

محاسبه نقطه تقاطع دو معادله خط

نوشتن معادله خط از روی دو نقطه از آن

فصل پنجم- روش‌های تدریس و نقش معلّم در اجرای برنامه درسی ریاضی

- شهود ریاضی مقدمه‌ی تجرید
- درک و فهم ریاضی
- نگاهی به نقش اثبات در کلاس درس
- چه موقع باید اثبات را ارائه کنیم؟
- کدام قالب و رویکرد برای نوشتن اثبات‌ها معتبر است؟
- پیشنهادهای ناشی از پژوهش روی اثبات برای تدریس
- تدریس مهارت‌های استنتاجی باتوجّه به موقعیت‌های زندگی روزمره
- پیشنهادهایی برای تدریس باتوجّه به استدلال ریاضی
- پیشنهادهایی برای تدریس باتوجّه به تفکر انتقادی
- باورهای دانش‌آموز و یادگیری ریاضی
- باورهای معلمین بر روش تدریس آن‌ها مؤثّر است.
- کار گروهی در کلاس، مقدمه‌ای برای روش‌های نوین آموزشی
- تأثیر آموزش براساس فراشناخت بر سیستم باوری دانش‌آموزان
- به کارگیری نوشتن در آموزش بر پایه‌ی فراشناخت
- رسالت معلّم در آموزش و پرورش دانش‌آموزان
- معلّم ریاضی و اجرای برنامه‌ی درسی
- مدل‌های ارتباط معلّم و دانش‌آموز

شهود ریاضی مقدمه‌ی تجرید

طیف بین اساس‌گرایی و انسان‌گرایی نماینده‌ی این حقیقت است که ابتدا بشریت ریاضیات را به‌عنوان یک فعالیت مجرد و سپس بعد از رشد و تکامل و مربوط شدن آن به زندگی روزمره به ریاضیات به‌عنوان یک پدیده‌ی انسانی نگاه می‌کند. این نکته باید در آموزش هم ملحوظ شود. بنابراین، در ابتدا تأکید روش‌های تدریس بر استخراج مفاهیم مجرد از زندگی روزمره و ساختارگرایی تأکید دارد اما به تدریج به سوی کاربرد در زندگی روزمره و فراشناخت گرایش پیدا می‌کند.

اگر به انجام دادن ریاضی بنگریم همه جا سروکله شهود هویداست. شهود را در ادبیات ریاضی و کشف ریاضی مورد بررسی قرار می‌دهیم. یک مثال مشهود و تاریخی نامهٔ رامانوجان به هاردی است که شامل فرمول‌هایی متحیرکننده برای سری‌ها، حاصل ضرب‌ها، کسرها و ریشه‌ها بود. این نامه به باکِر و هابسون نیز ارسال شده بود و آن‌ها آن را رد کرده بودند. ولی هاردی آن را رد نکرد. فرمول‌های رامانوجان همراه با اثبات نبود! در صورتی که در آن زمان تفکر افراطی اثبات صوری ریاضی بر جامعه ریاضی سلطه داشت و جالب‌تر این‌که هاردی دیدگاهی افراطی و محض نسبت به ریاضی داشت، ولی بدون اثبات یک داوری درست انجام داد و سپس اظهار کرد که رامانوجان یک نابغه است. سؤال این است که هاردی چگونه چنین قضاوتی کرد؟ او فرمول‌ها را با اثبات کامل نیازمود، بلکه به وسیله استعداد فکری وابسته به ریاضیات، قضاوت کرد. آیا داوری هاردی یک داوری ریاضی بود؟ جواب این است که یقیناً چنین بود. این یک حادثه استثنایی بود که با کار داوری هر روز مقاله‌های ریاضی، تفاوت اساسی دارد. این استعداد فکری و توانایی ذهنی در این‌گونه داوری‌ها «شهود ریاضی» نامیده می‌شود. شهود ریاضی، باورها و نتایج ریاضی را بدون فرمول‌بندی صوری مورد قضاوت قرار می‌دهد و می‌پذیرد یا رد می‌کند.

شهود بخش اساسی ریاضیات است و مساوی با فلسفه ریاضی که می‌تواند شهود ریاضی را نادیده بگیرد، نیست. واژه شهود همان‌گونه که ریاضی‌دان‌ها آن را به کار می‌برند بار گرانی از اسرار و ابهام را حمل می‌کند. گاهی اوقات به‌صورت نامشروع جایگزین اثبات دقیق می‌شود که بسیار خطرناک است و گاهی چنان بصیرت و روشنایی می‌تاباند که گویی ره صد ساله را یک شبه میسر می‌کند. به جهت این‌که شهود ریاضی در اولین گام‌های کشف ریاضی، مفهومی دشوار و لغزان است، فهرستی از معانی و کاربرد این واژه را ارائه می‌کنیم تا درک بهتری درمورد آن داشته باشیم:

۱- شهود در نقطه مقابل «دقت ریاضی» قرار دارد. این بیان کاملاً آشکار نیست، زیرا معانی دقت ریاضی به‌صورت صریح داده نشده است. در این بیان می‌توان گفت که شهود یعنی فقدان دقت. هنوز هم معنی «دقت ریاضی» به‌طور شهودی!(این‌جا یعنی کم‌دقّت) تعریف شده است و تعریف دقیقی از آن ارائه نشده است.

۲- شهودی یعنی بصری (دیداری) هندسه یا توپولوژی شهودی با هندسه یا توپولوژی دقیق از دو راه تفاوت دارد. از یک طرف نسخه شهودی دارای یک معنی و یک مرجع (در غیاب نسخه انتزاعی همراه با دقت صوری) در حوزهٔ خم‌ها و رویه‌های دیداری شده می‌باشد در این حالت شهود، تشخیص‌دهنده یک کیفیت با ارزش در فقدان نسخه

دقیق است. از طرف دیگر بصری کردن ممکن است ما را از یک فکر روشن با گزاره‌های خود - گواه که مشکوک یا نادرست هستند، منحرف کند. مقاله‌ای از هاهن (Hahn) تحت عنوان «بحران در شهود» یک گردایه زیبا از این‌گونه گزاره‌هاست.

۳- شهودی یعنی محتمل، یا قانع کردن در غیاب اثبات: یک معنی مرتبط عبارتست از «آنچه که می‌توان انتظار داشت که در این‌گونه موقعیت‌ها، براساس تجربه با موقعیت‌های مشابه درست باشد.» شهوداً محتمل یعنی بعنوان یک حدسیه علمی معقول یا کاندیدی برای اثبات.

۴- شهودی یعنی ناکامل: اگر بدون استفاده از قضیه تسلطی لبگ از تابع تحت انتگرال حد بگیرید یا اگر یک تابع را بدون آزمودن شرایط تحلیلی بودن، به یک سری توانی بسط دهید آنگاه می‌دانید که شکافی منطقی به وسیله این روش شهودی خواهید داشت.

۵- شهودی یعنی مبتنی بر یک الگوی فیزیکی و یا براساس مثال‌های خاص: این روش نزدیک به «راهیاب» (Hirustic) است.

۶- شهودی یعنی کُل‌نگری یا تلفیقی: به همان صورتی که در برابر جزءنگری یا تحلیلی قرار دارد. هنگامی که در یک سطح کلان به یک قضیه فکر می‌کنیم، موقعی که از بعضی چیزها خاطرجمع هستیم به دلیل این‌که با چیزهای دیگری که می‌دانیم تطبیق می‌کند. در این مواقع، در حال تفکر شهودی هستیم. «دقت» مستلزم یک زنجیر استدلالی است که قدم به قدم به هدف نزدیک‌تر می‌شود. اگر زنجیر خیلی طولانی باشد اثبات دقیق و خشک می‌تواند بی‌تردید ترک شود و ارائه نشود. واقعاً ممکن است از یک روش شهودی قانع بشویم.

در همهٔ این موارد و کاربردها، شهود، مبهم و سربسته است. از یک مورد به مورد دیگر تغییر می‌کند. دارای مناظر خوشایند و ناخوشایند است. به‌هر حال اگر کارتان ریاضیات نیست ولی آن‌هایی را که به کار ریاضی مشغول هستند، تماشا کنید و یا تلاش کنید تا بفهمید که ریاضی‌دان‌ها مشغول انجام دادن چه چیزی هستند، به‌طور اجتناب‌ناپذیری با شهود سروکار دارید. هرش ادعا می‌کند که:

۱- همه دیدگاه‌های فلسفی استاندارد روی بعضی از مفاهیم شهود تکیه می‌کنند.

۲- یک تحلیل واقع‌گرایانه از شهود ریاضی بایستی یک هدف محوری فلسفه ریاضی باشد.

۳- هیچ‌کدام از آن‌ها طبیعت شهودی را که ادعا می‌کنند، توضیح نمی‌دهند.

۴- در نظرگرفتن شهود - همان‌گونه که واقعاً تجربه شده است - با یک مفهوم مشکل و پیچیده که لاینحل نیست، سروکار دارد.

درک و فهم ریاضی

جنبه‌های گوناگون درک و فهم ریاضی نیز وابسته به شهود ریاضی است. درک و فهم ریاضی از مواردی است که به‌صورت دقیق تعریف نشده است و شاید نتوان آن را با «دقت ریاضی» تعریف کرد. فروید‌نتال نه تنها پیچیدگی دانش و فهم ریاضی، بلکه تفاوت حساس بین درک و فهمی که یک معلم باید جویای آن باشد وانکه می‌خواهیم دانش‌آموزان فرا گیرند را این‌طور جمع‌بندی می‌کند: «فهمیدن در ریاضیات گونه‌های بسیار دارد. شما ممکن است هر لحظه فکر کنید به فهم نهایی فلان مطلب رسیده‌اید، چنان که دیگر چیزی نمی‌توان از آن دریافت. اما در ریاضیات فهم نهایی وجود ندارد. هر مسئله‌ای را می‌توان در بافتی هر دم گسترده‌تر و از نقطه‌نظری بالاتر فهمید آنچه پایین‌ترین می‌نماید، شاید بالاترین باشد و در آخر این که می‌توان آن را از چشم‌انداز یادگیرنده فهمید.»

بااین حال باید با جوانب مختلف درک و فهم ریاضی آشنا بود. دسته‌بندی زیر می‌تواند تسهیل‌کننده باشد.

۱- درک معنا شناختی یعنی شناخت اطلاعات مندرج در مفاهیم و قضایا.

۲- درک منطقی یعنی شناخت پیوندها و رابطه‌های منطقی قضایایی که به‌صورت حقایق پذیرفته شده شخصی در آمده‌اند.

۳- درک شهودی یعنی قانع شدن واقعی به درستی یک قضیه و توانایی به‌کارگیری صحیح مفاهیم، بدون توسل به تعاریف رسمی و وارسی مکانیکی.

۴- درک ریاضی یعنی آگاهی از مقاصد درونی ابزارهای ریاضی، مثلاً ساده کردن یک عبارت گویا برای تسهیل محاسبه مقدار عددی آن به ازای مقادیر مختلف متغیرها، یا توسل به فرض‌های غیربدیهی به‌عنوان اصل پذیرفته شده، برای ساده کردن یک موقعیت.

۵- درک ریاضی یعنی آگاهی از کاربرد پذیری بیرونی بالقوه ریاضیات.

نگاهی به نقش اثبات در کلاس درس

نقش اثبات در کلاس درس همانند نقش آن در پژوهش ریاضی نیست. در تحقیقات ریاضی اثبات برای متقاعد کردن و رسمیت بخشیدن یک ایده است. در صورتی که در کلاس درس اثبات برای توضیح دادن، روشن کردن یک مفهوم یا یک حکم، موردنیاز است؛ توضیح برای این‌که چرا قضیه‌ای درست است. در کلاس اثبات به مفهوم منطق صوری نیست. در کلاس اثبات‌های غیررسمی، غیر صوری یا نیمه‌صوری با زبان طبیعی (معمولی) ارائه می‌شود و می‌توانند در درون خود، زیر اثبات‌های صوری یا محاسبات را به کار گیرند.

بعضی از معلمین خیال می‌کنند که: «اگر کلاس ریاضی است، باید ثابت کرد. اگر چیزی ثابت نمی‌شود. آن ریاضی نیست!» این تصور و باور یک پیامد مستقیم در تدریس دارد. زیرا اگر اثبات، ریاضی است و ریاضی ،اثبات است. آن‌گاه مأموریت معلم در کلاس، اثبات کردن است. در این صورت، بیش‌تر وقت کلاس به اثبات می‌گذرد؛ اثبات‌های راستین و دقیق تا احساس کنند کلاس واقعاً وجود دارد! در این دیدگاه ارائه اثبات به دانش‌آموز انگیزشی است ناخردمندانه و ناآگاهانه! اگر معلم دلیلی بهتر از این‌که «ریاضی یعنی این» ارائه ندهد، دانش‌آموز می‌داند که تنها یک اثبات دیده است، اما نه چرایی آن.

هرش این دیدگاه را «مطلق‌گرا» می‌نامد و ادامه می‌دهد: «اگر ریاضیات یک دستگاه از حقایق مطلق است و مستقل از دانش یا ساختن انسان است، آن‌گاه اثبات‌های ریاضی بیرونی، ازلی و جاودانه، متحیرکننده و اعجاب‌انگیز خواهند بود. معلم مطلق‌گرا تنها هدفش ثابت کردن است و دانش‌آموزان را برای این هدف آماده می‌کند. او تلاش می‌کند تا کوتاهترین راه‌ها و کلی‌ترین روش‌ها را در اثبات به کار گیرد. در این رویکرد هدف از اثبات توضیح دادن نیست، بلکه پذیرش آن به‌عنوان یکی از حقایق مطلق است.» هرش می‌گوید: دیدگاه من حامی انسان‌گرایی است. برای یک انسان‌گرا ریاضیات بخشی از معرفت اوست که می‌تواند آن‌را به کار بگیرد. ابزاری برای شناخت اوست و برای رفع مشکلات زندگی‌اش. آنچه او درک می‌کند و می‌فهمد مال اوست. در این دیدگاه درک و فهم ریاضی نقش اصلی دارد. بنابراین اثبات به تنهایی نمی‌تواند هدف باشد، بلکه در صورتی که به‌وسیله آن بتوان حکمی را توضیح داد و یا به‌طور کامل آشکار کرد مورد توجه خواهد بود. وقتی توضیح کامل مورد نیاز است، اثبات ترجیح دارد. معلم انسان‌گرا به روشنگرانه بودن اثبات توجه می‌کند و در صورتی که کوتاهترین روش‌ها و کلی‌ترین آن‌ها کمکی به وضوح و روشنگری نکنند مورد توجه نخواهند بود. حتی ممکن است یک روش طولانی انتخاب شود. بعضی از اثبات‌ها توضیح بیشتر نمی‌دهند، بلکه یک کلک و حُقّه مانند «خرگوش از زیر کلاه در آوردن» هستند. این‌گونه روش‌ها مورد اعتنا نیستند. بنابراین «فهمیدن» خط‌مشی اصلی دیدگاه انسان‌گرایی درمورد ریاضیات است که در آن، دقیق‌کردن، مختصر کردن اهمیت ندارد. اکنون سؤال‌هایی مطرح است. آیا

معنی «فهمیدن» را درک کرده‌ایم؟ آیا برای پروراندن «درک و فهم» تدریس می‌کنیم؟ در پاسخ گوئیم که ما فهمیدن را شناسایی کرده‌ایم ولی نمی‌توانیم به‌طور صریح بگوئیم که چیست.»

یوری لِرون ایدهٔ «اثبات ساخت‌یافته» را از کامپیوتر اقتباس کرد. یک اثبات ساخت‌یافته شبیه یک برنامه ساخت‌یافته است. به‌جای شروع با تعدادی لم که در پایان اهمیت و ارزش آن‌ها ظاهر می‌شود، اثبات، ابتدا به قطعات بزرگ شکسته می‌شود. سپس هر بخش به قطعات کوچکتر تجزیه می‌شود و لم‌ها در پایان ظاهر می‌شوند و در انتها آورده می‌شوند با این روش چرایی لم‌ها آشکار می‌شود.

در کلاس درس عمومی، شعار این است که: اثبات ابزاری در خدمت معلم و کلاس است، نه یک قید و بند برای مهار کردن آن‌ها. در تدریس ریاضیدانانِ آینده «اثبات ابزاری در خدمت تحقیق است و نه قید وبندی برای تصور و تخیل ریاضیدانان.

بنابراین اثبات می‌تواند توضیح دهنده و روشن‌کننده و متقاعد کننده باشد. در تحقیق، قانع کردن در اولویت است، در صورتی که در دبیرستان و دوره‌های کارشناسی تشریح کردن و توضیح دادن مقدم است. درواقع معلّم تصمیم‌گیرنده‌ی واقعی در مورد صلاح آموزشی دانش‌آموزان خود می‌باشد و این وظیفه را به هیچ‌وجه نمی‌تواند به‌عهده‌ی کتاب درسی یا محتوای آموزشی گذاشت.

چه موقع باید اثبات را ارائه کنیم؟

در برنامه‌ی درسی ریاضی، اختلاف‌هایی بر سر آغاز زمانی که باید اثبات ارائه شود، وجود دارد. سوپز بیان می‌کند: «توانایی نوشتن اثبات ریاضی مربوط، حتی در بیش‌تر سطوح مقدماتی به‌طور طبیعی توسعه پیدا نمی‌کند و باید یک موضوع آموزشی (تربیت) آشکار باشد. کینگ یک مطالعه با دانش‌آموزان سال ششم را رهبری کرد و نتیجه گرفت [یافت] که آن‌ها قادر بودند درک یک اثبات را بروز (نشان) بدهند. طبق کارهای سوپز و بینفورد، هیل و لیستر (۲۱) پیش‌نهاد زیر به‌نظر می‌رسد:

- فعالیت‌های ریاضی وابسته به اثبات باید ارائه گردد و این به وسیله‌ی دانش‌آموزان سال‌های آخر ابتدایی قابل درک است.

کدام قالب و رویکرد برای نوشتن اثبات‌ها بهتر است؟

هاربک و سوما تأثیر جریان-اثبات را در برابر قالب اثبات دوستونی مورد بررسی قرار دادند. اگرچه دانش‌آموزانی که قالب جریانی را به کار می‌برند به‌طور معناداری نگرش‌های سازگارتری [مطلوب‌تری] به آن قالب داشتند، ون اکین قالب پاراگرافی را در برابر قالب دوستونی مورد مطالعه قرار داد و دریافت که اختلاف معناداری در دستیابی به حقایق هندسی یا

توانایی استلال منطقی وجود ندارد.

کارول تلاش کرد بهترین روش طرح‌ریزی اثبات‌ها را تعیین کند. او ترکیب (شروع با فرض‌ها و دلیل برای نتیجه)، تجزیه [موشکافی] (شروع با نتیجه و کار روبه عقب برای فرض‌ها) یا ترکیبی از هردو را مورد استفاده قرار داد. تحقیق توصیف زیر را پیش‌نهاد می‌کند.

- قالب به کار گرفته شده برای نوشتن اثبات‌ها - جریانی، پاراگرافی و دوستوی- تأثیر معناداری در دستیابی به اثبات‌نویسی یا توسعه‌ی استدلال استنتاجی ندارد.
- در طرح‌ریزی اثبات‌ها، ترکیب یا تلفیقی از تجزیه و ترکیب بهتر از روش تجزیه‌ی به تنهایی نمایان شدند.

پیش‌نهادهای ناشی از پژوهش روی اثبات برای تدریس

سنک بیان می‌کند: «بسیاری از موفقیت‌های دانش‌آموزان در نوشتن اثبات‌های هندسی به عوامل درون کنترل مستقیم معلّم و برنامه‌ی درسی مربوط است. او پیش‌نهاد می‌کند که پژوهش در آموزش ریاضی به تشخیص شناختی و پیش‌نهادهای مؤثر برای انجام اثبات‌ها و فنونی [تکنیک‌هایی] برای کمک به دانش‌آموزان تا پیش‌نیازها را کسب کنند، نیاز دارد.

به‌منظور توسعه آمادگی دانش‌آموز برای اثبات، معلمین ابتدایی و راهنمایی باید فعّالیت‌هایی ایجاد کنند یا متن‌هایی انتخاب کنند تا به وسیله‌ی فعّالیت‌های آمادگی برای اثبات هندسی به دانش‌آموزان کمک کنند تا در سطوح وَن هایله حرکت کنند.

پژوهش‌های گزارش شده‌ای که به مشکلات دانش‌آموزان با اثبات اشاره دارد، بیان می‌کند که توصیه‌ی زیر می‌تواند به معلمین کمک کند آموزش‌هایشان را بهبود بخشند.

- موقعیت (وضعیت)هایی طراحی کنید تا اثبات روزانه را با معنای اثبات در ریاضیات مقابله دهد. بحث را ادامه دهید و ایده‌های کلیدی منطق و اثبات را با هندسه یا درس‌های دیگر توسعه دهید.
- توسعه‌ی فعّالیت‌های آماده‌سازی در هندسه تا به دانش‌آموزان کمک می‌کند با وضعیت‌هایی که نیاز به افزودن شکل‌ها و خط‌های کمکی دارند، بهتر کار کنند.
- پیرامون کمک به دانش‌آموزان برای یادگیری شروع اثبات‌ها، تلفیق ترکیب و تجزیه در مرحله‌ی طرح‌ریزی تمرکز کنید.
- مطالعات کلاس درس‌هایی که در آن دانش‌آموزان به‌طور مؤثر توانایی‌های اثبات‌نویسی را توسعه داده‌اند، راهنمایی برای توسعه دادن مواد و روش‌های مفید تهیه خواهد کرد. معلمین و دیگران باید بخشی از مواد و روش‌هایی را که در آموزش اثبات مؤثرند، مورد آزمایش و ارزیابی قرار دهند.

تدریس مهارت‌های استنتاجی باتوجّه به موقعیت‌های زندگی روزمره

به‌نظر می‌رسد چند جواب قطعی برای این سؤال وجود دارد اما مطالعه جالبی اخیراً به‌وسیله چنگ، هلایواک، نیس‌بت و اولیور انجام شده که نویددهنده دستوراتی عملی است. در این مطالعه، به‌طور طبیعی ایده اکتسابی که یک شخص نباید قبل از اطمینان از درستی q، عمل p را انجام دهد (آن را طرحواره مجاز بنامید) را به‌کار ببرند تا کمک کنند دانش‌آموزان الگوهای استنتاجی قیاس استثنایی منفی (نقیض انتزاع) و قیاس استثنایی مثبت (انتزاع) را بیاموزند و آن‌ها را در موقعیت‌های مجرد و دنیای واقعی به‌کار می‌برند.

● دانش‌آموزان ممکن است قواعد استدلالی لازم را دراختیار داشته باشند. اما ممکن است در دیدن موقعیت‌هایی که به طریقی می‌تواند این‌گونه قوانین را به‌کار بیاندازند یا مورد استفاده قرار دهند، شکست بخورند. به‌کارگیری طرحواره‌های طبیعی دانش‌آموزان می‌تواند یادگیری و انتقال را تسهیل کند.

پیش‌نهادهایی برای تدریس باتوجّه به استدلال ریاضی

تحقیقات پیش‌نهادهای زیر را برای معلمین دارد:

● معلمین نوجوانان می‌توانند بلوک‌های حامل (قوانین استنتاج منطقی) و دیگر مواد منطقی را برای کمک به کودکان به‌کار بگیرند و توانایی‌های استدلال استنتاجی را توسعه دهند. حول و حوش ۱۱ سالگی، بیش‌تر فعّالیّت‌های آموزشی که برای کمک به دانش‌آموزان مورد استفاده قرار می‌گیرد بایستی دربرگیرنده استدلال شرطی و استدلال مجموعه‌ای (کلاسی) معتبر باشد.

از ۱۲ سالگی تا ۱۵ سالگی، تأکید بیش‌تری‌برای کمک به دانش‌آموزان صورت می‌گیرد تا الگوی استنتاجی نقیض انتزاع برای به‌دست آوردن نتایج ممکن از این روش را به‌کار بگیرند. بایستی الگوهای استدلال طبیعی دانش‌آموزان و مثال‌های دنیای واقعی را به‌کارگرفت تا انتقال [مهارت‌های استدلال استنتاجی] ضمانت گردد.

به دلیل این که پژوهش اهمیت و ارزش عبارت اگر-آن‌گاه را در کلاس درس نشان می‌دهد، پیش‌نهاد زیر ارائه شده است:

برای به‌کارگیری عبارت اگر-آن‌گاه در بحث کلاسی، طبق یک نظم اصولی، تکالیف درسی و آزمون‌هایی برای شاگردان طرح کنید. فرصت‌هایی برای نمایش این ایده که کی عبارت اگر-آن‌گاه با عبارت اگر و تنها اگر یکسان نیست، ایجاد کنید.

تلاش‌های خلاق برای کمک به دانش‌آموزان در شناسایی الگوهای استنتاجی نامعتبر مؤثرتر هستند و در همین راستا، مطالب زیر توصیه شده است.

- دست کم در ۱۶ سالگی تجربیات معنادار برای کمک به دانش‌آموزان فراهم کنید تا شناسایی الگوهای استنتاجی نامعتبر Converse , Inverse را در ریاضیات و موقعیت‌های روزانه بیاموزند.

- آموزشی براساس این فکر که کار با الگوی استنتاجی inverse برای دانش‌آموزان ساده‌تر از کار با الگوی converse است، طراحی کنید. آموزش روی استدلال نامعتبر باید در هندسه یا یک درس تلفیقی مورد تأکید قرار گیرد.

پژوهش درباره‌ی استدلال استقرایی، موارد زیر را پیش‌نهاد می‌کند:

- تجربه‌هایی استقرایی فراهم کنید طوری که تعمیم‌های نادرست بتوانند تشکیل شوند. به علاوه چندین مثال برای بسط فهم استدلال استقرایی مورد آزمایش قرار گیرد.

- بر مفاهیم آماری و نقش نمونه گیری، همبستگی و قانون اعداد بزرگ در استدلال استقرایی روزانه، تأکید کنید.

- باید مشخص گردد که بسیاری از این پیش‌نهادها نیازمند توسعه‌ی اساسی برنامه‌ی درسی است. می‌توانید درگیر تحقیق عملی شوید و نوآوری مواد طراحی شده برای کمک به ارتقا و ترویج توانایی‌های استدلال را توسعه دهید، به کار بگیرید و ارزیابی کنید.

پیش‌نهادهایی برای تدریس باتوجّه به تفکر انتقادی

تفکر انتقادی به گونه‌ای وسیع به‌عنوان یک ضرورت برای عملکرد موثر در جامعه‌ی ما محسوب می‌شود. اما شواهد پژوهشی نشان می‌دهد که دانش‌آموزان دارای مشکلاتی در تفکر نقادانه هستند. این بدان معنی است که ما باید دقت بیش‌تری‌را به دانش‌آموزان خود معطوف کرده و به آن‌ها کمک کنیم تا از این فرایند بهره گیرند.

تحقیق‌های اخیر پیرامون انتقال مهارت‌های تفکر انتقادی از ریاضیات به جهان واقعی موارد زیر را پیش‌نهاد می‌کند.

۱- هر زمان که ممکن است ریاضیات را از دیدگاه تفکر انتقادی تدریس کنید.

۲- موقعیت‌های تعمیم‌سازی جهان واقعی را با کلاس ریاضی خود درآمیزید تا بتوانید در انتقال توانایی‌های تفکر انتقادی از موقعیت‌های ریاضی به موقعیت‌های جهان واقعی کمک کرده باشید.

۳- کمک به دانش‌آموزان برای توسعه‌ی «روحیه‌ی انتقادی» به وسیله‌ی ایجاد جوّ کلاسی که دانش‌آموزان احساس کنند با خیال آسوده می‌توانند پرسشگری کنند، پیکارجویی کنند، قضاوت‌های خود را مسکوت بگذارند و تقاضای استدلال و تصدیق کنند.

۴- هنگامی که با محتوای ریاضی و دنیای واقعی سروکار دارند، در کلاس سؤالاتی مطرح کنید که دانش‌آموزان را به نظارت، ارزیابی و درنتیجه عمل کردن براساس تفکر خویش وادارد.

باورهای دانش‌آموز و یادگیری ریاضی

طبق نظر تعدادی از محققین، بین‌باورها و فراشناخت ارتباط و پیوستگی وجود دارد. زیرا جهان‌بینی انسان تعیین‌کننده تلفیق انتخاب‌های سودمند از ذخائر دانشی و چگونگی به کارگیری انتخاب‌ها در حل مسئله است. علاوه بر این، چیزی که پس از تعیین استراتژی‌ها بعید است، این است که به موفقیت‌آمیز بودن آن‌ها باور نداشته باشیم. بنابراین اگرچه انسان از رفتار فراشناختی آگاه باشد ولی ممکن است برایش بی‌فایده و غیرلازم به‌نظر برسد. این در حالتی است که رفتار فراشناختی با سیستم باورهایش ناسازگار باشند.

در رابطه با حل مسئله ریاضی، رفتارها می‌توانند برگونا گونی باورها تأثیر گذاشته باشند. دیدگاه شخصی در مورد طبیعت و سرشت آموزش مدرسه و آموزش عمومی، طبیعت ریاضی و آموزش ریاضی، به‌ویژه وظائف و توانایی‌های ریاضی همگی می‌توانند در این‌که انسان چه‌طور به اوضاع حل مسئله پاسخگوست، مؤثر باشند. برای مثال، سیلور اظهار عقیده می‌کند که: «کسی که معتقد است یک ساختار زیربنایی ریاضیات هست که مهم‌تر از جزئیات سطحی ریاضی است سریع‌تر به مطالعه مواد و مفاهیم ریاضی تمایل پیدا می‌کند و با کسی که این باور را ندارد تفاوت می‌کند». باورهای دیگری وجود دارد که برای نزدیک شدن به حل مسئله ممکن است تأثیر مثبت داشته باشند از جمله این‌که معمولاً برای یک مسئله بیش از یک راه‌حل وجود دارد، دو راه‌حل مختلف باید به یک جواب بیانجامد، یک روش کوتاه و روشن برای مسئله و جواب آن موجود است.

از نظر آموزش‌گران، باورهای ریاضی که دانش‌آموزان دارا هستند و باعث عقیم‌ماندن فرایند حل مسئله می‌شود، به اندازه باورهای مثبت با اهمیت هستند. مجموعه‌ای از این‌گونه باورها (باورهای منفی) توسط لیستر وگاروفالو (۱۹۸۲) گزارش شده است. یافته‌های آنان معین کرد که بسیاری از دانش‌آموزان کلاس سوم و پنجم معتقدند مسائل شفاهی خیلی مشکل‌تر از مسائل محاسباتی است و دیگر این‌که اندازه و مقدار (بزرگی و کوچکی و تعداد) اعداد که در مسائل وجود دارند نشان‌گر سختی مسئله است. مشابهاً دریسکول گزارش داد که در یک برآورد و نظرخواهی از دانش‌آموزان سیزده ساله و هفده ساله، تقریباً ۵۰٪ آن‌ها آموختن ریاضی را حفظ کردن آن می‌دانند یعنی اعتقاد دارند کاری حفظ کردنی است. به علاوه تقریباً ۹۰٪ درصد با این نظریه که «همیشه یک قاعده برای حل مسائل ریاضی وجود دارد» موافق بودند. دریسکول عقیده دارد که تجربیات ریاضی دانش‌آموزان باعث رشد این‌گونه باورها شده است که معمولاً حفظ کردن و پس دادن ریاضی را تأیید می‌کنندو انجام هر مسئله ریاضی را معادل به‌دست آوردن جواب درست می‌دانند.

آزمایشات شوئنفلد روی دانشجویان تازه وارد کالج موجب شد تا او مجموعه‌ای از باورهایی را که توأماً برقرارند، تثبیت کند. آن باورها عبارتنداز:

- ریاضیات صوری اندکی با مسائل واقعی سروکار دارد؛

- مسئله‌های ریاضی همیشه در طی ده دقیقه یا کم‌تر حل می‌شوند؛

- تنها نوابغ قادر به کشف و خلق ریاضیات هستند.

مشابه دریسکول، شوئنفلد نیز مشخص کرد که معلمین در به‌وجود آوردن این‌گونه باورها و بینش‌ها، مسئولیت دارند. همان‌طور که بیش‌تر ریاضیات با ساختارهای مجرد سروکار دارد. در صورتی‌که دانش‌آموزان دارای اندکی تجربیات دنیای واقعی هستند. اکثر دیدگاه‌های (جهان‌بینی) ریاضی دانش‌آموزان بر پایه تجربیاتشان (آزمایشات آن‌ها) در کلاس درس ریاضی استوار است. در تعدادی از کلاس‌ها اهمیت فوق‌العاده‌ای به نوشتن استدلال‌های ریاضی در شکل تجویزی آن می‌دهند، که این روش تنها باعث می‌شود ریاضی کارکردن را به معنی انجام دادن مراحل آن (مثل نوشتن) بدانند. به‌علاوه تمرین‌های حل مسئله به این‌ها محدود شده است که به اندازه کافی در کلاس درس بحث شود. در مجموع، او اظهار می‌کند که معلمین غالباً روی یک کلکسیون تنگ و باریک از وظائف خوب تعریف شده متمرکز می‌شوند و دانش‌آموزان را چنان تربیت می‌کنند که این‌گونه وظائف را در یک روند معین اجرا کنند، اگرچه به‌صورت روشی الگوریتمی باشد. آن‌ها دانش‌آموزان را روی وظائفی که خیلی به خودشان بستگی دارد تست می‌کنند و به دانش‌آموزان می‌آموزند که به‌دنبال خودشان بیایند (آقای میرزا جلیلی: دانش‌آموز خوب کسی است که به حرف‌های معلّم گوش بدهد. دقیق و کامل!) اعتقادی که موجب می‌شود ریاضیات را فریبا و حیله گر تصور کنند.

باورهای معلمین بر روش تدریس آن‌ها مؤثّر است

تحقیقات تامپسون نشان می‌دهد که فعالیت‌های معلمین بازتاب دیدگاه ریاضی خودشان است. بنابراین نه‌تنها باید معلمین از باورهای بالقوه دانش‌آموزان با خبر باشند و بدانند که چه‌طور آن‌ها را به دست آورده‌اند، بلکه باید از باورهای خودشان نیز باخبر باشند. باورهای معلمین درباره‌ی یادگیری و یاددادن ریاضیات بر طبیعت محیط ریاضی کلاس و نوع تعلیماتی که دانش‌آموزان می‌گیرند، تأثیر می‌گذارد. هم‌چنان‌که نمی‌توان باورها را حذف کرد. سیلور معتقد است بعضی سؤالات برای مطالعات بعدی در این زمینه (ناحیه) خواهد بود که: چه باورهایی به معلمین ریاضی کمک خواهد کرد؟ باورهای عالی معلمین ریاضی چه هستند؟ و البته، تأثیر باورها روی آموزش از راه حل مسئله چیست ؟

مشکلات فراشناخت و سیستم‌های باوری و ارتباط آن‌ها با حل مسئله در ریاضیات، اخیراً کانون جالبی برای بیش‌تر تحقیقات است و پیچیدگی‌هایش برای معلمین ریاضی روشن نیست. امروزه بیش‌ترین آموزش در حل مسئله به توسعه الگوریتم‌ها و راهیاب‌ها اهمیت داده است و تقریباً مهارت‌های مدیریتی درگیر در فرایندها را نادیده گرفته است

همان‌طور که در بالا مشخص شد معلمین باید آگاهی از باورهای خود و فعالیت‌های فراشناختی را افزایش دهند. شوئنفلد توصیه کرده است که حداقل معلمین هنگام کار روی مسائل در کلاس باید فرایند تصمیم‌گیری را نشان دهند. سؤالاتی مانند «چه اختیارات و آزادی‌هایی در این‌جا داریم؟» و «این استراتژی کار خواهد کرد؟» می‌توانند به‌عنوان مدل‌هایی، به دانش‌آموزان کمک کنند و توجیه کننده فرایند فهمیدنشان باشد.

شوئنفلد و دریسکول ضمناً معلمین را به کمک کردن به دانش‌آموزان در بیان شفاهی تجربیات حل مسئله‌ی خود تشویق کردند. شوئنفلد مشخص می‌کند که این‌کار می‌تواند به عنوان یک کل در کلاس انجام گیرد. وقتی که معلّم با نظارت دقیق فعل و انفعالات، به‌عنوان یک مدیر عمل می‌کند، آن‌گاه قادر است کلاس را در تحلیل فراشناخت یک مسئله‌ی پیشنهاد شده به کار گیرد. این کار مستلزم سؤال کردن درباره‌ی تمامی تصمیمات است؛ حتی موقعی که حل مسئله به‌خوبی پیش می‌رود. هم‌چنین باید معاینه و بازبینی بعدی روی مسئله روی دهد. جائی که یک بحث و گفت‌وگو از نمایش مسئله انجام می‌گیرد استراتژی‌های کنترل نیز باید به کار گرفته شود و جواب‌های احتمالی دیگر مسئله‌ها نیز هم‌چنین.

شوئنفلد ضمناً از شکستن کلاس در گروه‌های کوچک برای کار کردن روی مسئله، موقعی‌که معلّم به‌عنوان مشاور عمل می‌کند، حمایت می‌کند. تأکید بیش‌تر روی آگاهی و کنترل دانش‌آموزان از اعمال خودشان است. در کلاس درسش یک پوستر شامل سه سؤال اجرائی می‌باشد که عبارتنداز:

الف - چه کاری انجام می‌دهی (دقیقاً)؟

ب - چرا آن را انجام می‌دهید؟

ج - چه‌طور آن به شما کمک می‌کند؟

پیامد تقسیم به گروه‌های کوچک باعث باز شدن و آشکار کردن فرایندهائی می‌شود که معمولاً پنهان بوده‌اند. این‌کار مشوق طرح پیشنهادات و بحث و بررسی کردن فرایندهای جایگزین است. به اعتقاد او تعیین این‌که باورهای دانش‌آموزان چیست با استفاده مکرر از سؤال «چرا؟» (از سه سؤال فوق) قابل دسترسی خواهد شد. یکی از اشارات عملی که او به معلمین ریاضی امروز ارائه می‌کند تا بداند که در کلاس چه باید بکنند روش کوتاه و صریح فوق است. البته باید توجه داشت همان‌طور که شوئنفلد خودش بیان کرده، توصیه‌هایش براساس مدارک روائی است و نه نتایج تحقیقات وسیع.

کارگروهی در کلاس مقدمه‌ای برای روش‌های نوین آموزشی

پس از تحولات و پیشرفت آموزش ریاضی در دو دهه‌ی اخیر و اهمیت آموزش ریاضی در آموزش عمومی هر شهروند و اعلام دیدگاه‌های پولیا به‌عنوان محور آموزش ریاضی در دهه‌ی هشتاد و پیدایش نظریه فراشناخت براساس آن، هم‌چنین دیدگاه‌های ویگوتسکی در مورد نقش تعامل اجتماعی در آموزش، یکی از محورهای تحقیق که بر همین پایه‌ها استوار است «کارگروهی در کلاس درس» است که باعث فضای مناسب‌تر برای رشد استعدادها و اجتماعی‌شدن دانش‌آموزان و به‌دنبال آن ایفا کردن نقش در کارهای جمعی و اجتماعی می‌شود. هم‌چنین نیاز جامعه‌ی تکنولوژیک کنونی به فعالیت‌های گروهی به‌جای فعالیت فردی حتی در کارهای فکری مؤید روش کارگروهی در کلاس شد که اکنون از محورهای تحقیق در آموزش ریاضی است. بنابراین، تحقیقات علمی محققین زیادی، این روش آموزش را به‌عنوان محور تدریس معرفی کرده‌اند که با توجه به فراگستری دانش‌آموزان ریاضی قابل توجه نظام آموزشی ما نیز می‌باشد.

نکته بسیار بااهمیت در مورد این روش آموزشی این است که اگر به ارزش‌های فرهنگ اسلامی خود بازگردیم و به مراکز آموزشی اسلامی نظر بیفکنیم افسوس خواهیم خورد که چرا تاکنون به مسائل آموزشی و روان‌شناسی آموزشی در فرهنگ خود نپرداخته‌ایم.

به دوران بنیانگذار فقه شیعه و حوزه علمیه آن دوران بازمی‌گردیم. بحث گروهی طلبگی شیوه اصلی در آموزش آن مدارس علمیه بوده است و به‌طور قطع آن امام هُمام به این امر توجه داشته است. پویایی و تحرک و همزیستی در اندیشیدن از ویژگی‌های بارز این شیوه‌ی آموزشی است و آن سنت گران‌قدر هم‌اکنون در مدارس علمیه دینی پابرجاست. این سنت آموزشی حکایت از تأیید کارگروهی در تعلیم و تربیت دارد و درواقع این روش آموزشی، روش آموزشی امام صادق (ع) است. شاید کلاس پرتعداد، بهانه‌ی عدم اجرای این روش باشد ولی حوزه‌ها خود این بهانه‌ها را رد می‌کنند. البته معلمی در این روش که روش امام صادق (ع) است اخلاق و سجایای امام صادق (ع) را می‌طلبد.

تأثیر آموزش براساس فراشناخت بر سیستم باوری دانش‌آموزان

فراشناخت، دانش و کنترل شناخت است که سهم بزرگی در تحقیقات آموزش‌گران ریاضی دارد. دیدگاه غیرشناختی اجرای حل مسئله همان‌قدر اهمیت دارد که دیدگاه شناختی. لذا دیدگاه غیرشناختی رشد جالبی در مطالعه نقش فراشناخت در حل مسئله ریاضی در میان آموزش‌گران داشته است. در زیر جمع‌بندی بعضی از تحقیقات کلاسی فراشناخت در متن آموزش روزانه ارائه می‌شود.

مطالعه لیستر، کاروفالووکرول (۱۹۸۹) درمورد حل مسئله ریاضی در مورد کلاس هفتم است که طی دوازده هفته به‌صورت نوشتن کار دانش‌آموزان درگیر و مصاحبه‌هائی از دانش‌آموزان به‌طور فردی و دوتائی، مشاهدات کلاسی و پرسش‌نامه‌ها انجام گرفت و معلّم نقش‌های متفاوتی در مراحل آموزش ایفا می‌کرد. نقش‌هائی چون ناظر، تسهیل‌کننده و مدلی برای رفتار فراشناختی. آن‌ها دریافتند که باورهای دانش‌آموزان از آموزش کلاسی و محیط کلاس آن‌ها منتج شده است. سپس نتیجه گرفتند که «آموزش احتمالاً بیش‌ترین تأثیر را هنگامی دارد که در یک پریود زمانی مداوم در متن آموزش منظم روزانه رخ دهد.»

عقیده لیستر، گاروفالووکرول با تلاش‌های شوئنفلد در درس حل مسئله‌اش همراه بود. شوئنفلد کارهای زیادی برای توسعه روش‌های آموزشی انجام داد تا دیدگاه‌های مختلف فراشناخت را به‌پیش ببرد. دیدگاه‌های مختلف عبارتنداز:

- آگاهی از فرایند اندیشه خود
- کنترل یا خودنظمی
- باورهائی‌که دانش‌آموزان درباره ریاضی و حل مسئله ریاضی دارند.

او در تحقیق‌اش زمان زیادی را به دیدگاه سوم از فراشناخت و کشف اولیه از باورها که در کلاس از خود بروز می‌دهند، اختصاص داد.

ریموند، سانتوز و مایسنگیلا یک درس برای افزایش دورنمای مقدماتی معلمان برگزار کردند (در دانشگاه ایندیانا) که این درس زیرنظر مستقیم لیستر برگزار گردید. عنوان این درس، آموزش ریاضیات از روش حل مسئله به‌وسیله دانش‌آموزان مبارزطلب و ساختن یا دوباره ساختن مفاهیم ریاضی خودشان بود. مطالعه آن‌ها روی دانش‌آموزان کلاس هفتم تحت‌تأثیر لیستر، گاروفالو و کرول بوده است. ریموند روش‌هائی را جست‌وجو کرد که سیستم‌های باوری دانش‌آموزان به‌وسیله آموزش تحت‌تأثیر قرار گرفته است. آن‌ها دریافتند که «مؤلفه مهم آموزش (حل مسئله- یادگیری مشارکتی - نوشتن بازتاب‌ها) دانش‌آموزان مبارزطلب را به پاسخگویی به سؤالات سیستم باوری ریاضی‌اشان درباره دانستن، انجام دادن و یادگیری و یاددادن ریاضیات سوق می‌دهد.» در نتیجه آن‌ها معتقدند که تحقیق بیش‌تر نیازمند مطالعه سیستم‌باوری معلمین

و بسط تأثیرات مثبت به‌وسیله آموزش ریاضیات است.

سانتوز باورهای دانش‌آموزان را درباره ریاضیات و اثرات آموزش فراشناختی روی انجام حل مسئله دانش‌آموزان در سطح کالج را مورد بررسی قرار داد. او به‌طور منظم کلا س را مورد مشاهده قرار می‌داد به‌ویژه هنگامی که آموزگار در حال یاددادن بود. به‌علاوه آموزگار آشنائی خوبی با فراشناخت و حل مسئله داشت (که از راه خواندن راهنمائی‌ها و بحث با سانتوز به‌دست می‌آورد). او هم‌چنین تعدادی از مسائل مرکزی دانش فراشناخت را، توسعه داد. سانتوز چهارچوب اصلاح شده شوئنفلد، پرکینز و سایمون را برای تحلیل داده‌هایش و مطالعه مشکلات و بدنفهمی‌های دانش‌آموزان به کار گرفت.

اولین هدف سانتوز در این درس، آموزش ریاضی از راه حل مسئله و تأیید استراتژی‌های حل مسئله بود. او عقیده داشت که این نگرش باید به دانش‌آموزان شانس بحث کردن درباره‌ی ایده‌های خودشان را بدهد. بیش‌تر کار روی فرایند حل مسئله و اکثراً کار مشارکتی در کلاس بود. علاوه بر این سانتوز تعدادی از مسائل جالب و غیر سرراست را برای با یک سری از سؤالات فراشناختی توأم کرده بود. سانتوز بین همه دانش‌آموزان می‌رفت تا جواب‌گوی احکام و سؤالات فراشناختی باشد. در نتیجه تمایل دانش‌آموزان به حل مسئله ریاضی از این‌گونه فعالیت‌ها تأثیر گرفته بود. دانش‌آموزانی که این آموزش را دیده بودند نشان دادند که آگاهی بیش‌تری از اهمیت استفاده از نگرش‌های مختلف برای حل مسائل ریاضی دارند. در مجموع مطالعه نشان داد دانش‌آموزانی‌که تحت آموزش فراشناختی بوده‌اند (همواره) در امتحان نهائی بالاترین گروه را تشکیل می‌دادند (امتحانی که برای همه کالج یکسان بود).

در نتیجه، سانتوز معتقد شد که آموزش ریاضیات از راه حل مسئله باید به‌عنوان روش اصلی آموزش به کار گرفته شود نه تنها به‌صورت یک روشی که گاه‌گاهی از آن استفاده شود. او هم‌چنین نتیجه گرفت که بیش‌تر استراتژی‌های فراشناختی باید توسعه داده شود و در آموزش پذیرفته شود. توصیه او طراحی بیش‌تر درس‌های مبارزطلب از مواد مناسب برای آموزش ریاضی از راه‌حل مسئله است. کمپیون، برون و کوتل آموزش براساس فراشناخت را به‌عنوان یک جایگزین برای آموزش در نظر گرفته بودند. آنها آن را «آموزش رفت و برگشتی» نامیدند.

جمع‌بندی به‌وسیله لیستر-گاروفالو و کرول به‌صورت زیر ارائه شد:

الف - آموزش در گروه‌های یادگیری مشارکتی اتفاق می‌افتد.

ب- آموزش در متن محتوای مخصوص یادگیری جا دارد.

پ - تلاش دانش‌آموزان متمرکز روی حل مسائل خاصی است و نه روی نظارت، تنظیم یا ارزیابی فعالیت‌هایشان.

ت - دانش‌آموزان در تلاش‌هایشان برای رسیدن به جواب، خودشان را در برابر خطا محفوظ نمی‌دارند

ث - معلّم باید جایزالخطا بودن را پذیرفته باشد.

ج- نقش معلّم به‌عنوان یک راهنما و مدل تسهیل‌کننده طوری که دانش‌آموزان دلگرمی و شایستگی بیش‌تری را نشان دهند.

علاوه بر این مطالعاتی که ذکر شد تعداد دیگری از مطالعات به بررسی جنبه‌های مختلف فراشناخت هدایت شدند. از جمله در ارتباط با گروه‌های خاصی از مردم و در جاهای خاصی به‌جای یک درس مرتب روزانه ریاضی. بعضی از تحقیقات قابل توجه عبارتند از: تحقیق هارت شولتز روی سه گروه از معلمین دوره راهنمایی (در آموزش ضمن‌خدمت) با چهارچوب شوئنفلد برای تحلیل رفتار فراشناختی دانش‌آموزان و مطالعه دِفرانکو روی رفتارهای فراشناختی و حل مسئله ۱۶ ریاضی‌دان.

به‌کارگیری نوشتن در آموزش برپایه فراشناخت

بین محققین تمایل رو به تزایدی برای نوشتن ژورنال به‌عنوان ابزاری برای تسهیل آموزش موضوعات درسی متفاوت به‌وجود آمده است. دیدگاه ویگوتسکی در رابطه بین زبان و تفکر متوجه استفاده از نوشتن ژورنال است همان‌گونه که اِمیک اشاره کرده است: «نوشتن می‌تواند همه دانش‌آموزان را به‌طور فعال درگیر کند تا مفاهیم و معانی را عمیق کنند و به‌دنبال آن یادگیرندگان مفاهیم را برای خودشان جا می‌اندازند، بازخوردهای یکسانی عایدشان می‌شود زیرا نویسنده فوراً تفکر خودش را روی نوشته‌اش می‌تواند بخواند. البته دانش‌آموزان یا باید در نوشتن افکارشان درباره ریاضی‌اشان کاملاً آزاد باشند و یا به‌طور کامل نوشتن آن‌ها را جهت داد.

نتایج تحقیق کروهارتست و کوی نشان می‌دهد که در حین خواندن ژورنال از نو، تشویق‌کننده اندیشیدن دانش‌آموزان است. این‌کار آن‌ها را تقویت می‌کند که افکار و انفعالاتشان را تصفیه کنند و جواب‌گوی کارهای مدبرانه خود باشند. نوشتن هم نیازمند فکر روشن است و هم ایجاد آن‌را تسهیل می‌کند. لنگر و آپلبی قویاً نوشتن را در برنامه درسی دانش‌آموزان توصیه کردند.

ژورنال‌نویسی به‌عنوان یک ابزار یادگیری در ریاضیات کلاسی دارای منفعت بوده است و دارای محبوبیت در بین ریاضی‌دان‌ها و آموزشگران ریاضی و تحقیقاتشان است. بوراسی و راش بررسی و مطالعه نوشته را در درس ریاضی منظم کالج هدایت کردند. در نتیجه آن‌ها فوائد بالقوه‌ی ژورنال‌نویسی برای معلّم و شاگرد رده‌بندی کردند و نشان دادند چه‌طور نوشتن به‌عنوان یک وسیله برای یادگیری فردی مفید خواهد بود. لیستر، گاروفالو از نوشتن برای بررسی انواع تصمیمات فراشناختی که دانش‌آموزان از خود بروز می‌دهند استفاده کردند. ریموند- مانتوز و ماسینگیلا در مطالعه‌اشان از نوشتن عکس‌العمل‌ها برای مستند کردن تغییرات ممکن در باورهای دانش‌آموزان درباره‌ی خودشان به‌عنوان انجام‌دهنده ریاضیات استفاده کردند.

تعدادی از ریاضی‌دان‌ها و آموزشگران ریاضی که ایده ژورنال‌نویسی در میان دروس ریاضی را توسعه و رشد داده‌اند و عده‌ای دیگر از آموزشگران دریافتند که «نوشتن برای یادگیری» سهم بالقوی در آموزش ریاضی دارد.

مروری از تحقیقات مربوط، متقاعدکننده است که نوشتن به دانش‌آموزان فرصت می‌دهد تا منعکس‌کننده احساساتشان- دانش و باورهایشان در مورد ریاضی باشند. ضمناً برای معلمین نیز مفید خواهد بود که ژورنال‌های شاگردان را بخوانند زیرا خواندن ژورنال‌ها به معلّم کمک می‌کند که معلمی خود را اصلاح کند. ژورنال نویسی باعث آموزش فردی می‌شود و می‌تواند در ایجاد یک محیط کلاسی دوستانه و منسجم کمک کند.

رسالت معلّم در آموزش و پرورش دانش‌آموزان

همان‌گونه که اشاره رفت معلم نقش اصلی در هر تحول و دگرگونی در آموزش و پرورش را داراست و تحوّل و دگرگونی در خود معلم از اهمیت خاصی برخوردار است. به‌علاوه از دیدگاه پولیا در مورد آموزش ریاضی و حل مسئله که امروز قلب تپنده آموزش ریاضی معرفی شده است، فراگیر بایستی خود، محور ساختن دانش در خودش باشد و این تحوّل بایستی از درون شروع شود. با توجه به این دو جنبه که محورهای تحقیق در آموزش ریاضی می‌باشند شایسته است که معلمین دست به کار شده و فرایند تدریس کلاس خود را از دیدگاه‌های بالاتر به نظاره بنشیند و جریان کلاس درس خود را به تحلیل کشیده کلاس درس را به میدان تحقیق در مورد عمل خود قرار دهد و در جهت بهبود عمل بکوشد. این روش کیفی تحقیق، «تحقیق عمل آموزشی» نامیده می‌شود. اما چگونه باید این روش تحقیق کیفی را به کار برد. به قول لینداریف (۱۹۹۲) «ما معلمان نمی‌توانیم خود را در کلاس درس منزوی کنیم. ما باید به‌طور مستمر از خود بپرسیم که چه می‌کنیم؟ چگونه آن را انجام می‌دهیم و چرا؟ ما باید به یادداشت‌برداری از عمل تدریس خود ادامه دهیم.» چنین معلمی با بازتاب دائمی و به کارگرفتن نظام‌مند مراحل عمل، با مشاوران و همکاران منتقد و آگاه خود که به پژوهش علاقه دارند به تبادل‌نظر می‌پردازد و با آن‌ها درباره‌ی تجزیه‌وتحلیل مسائل کلاس درس خویش تبادل‌نظر می‌کند. همان‌طورکه سوزان چرچ (۱۹۹۲) می‌گوید معلمان به عضویت در انجمن‌های یادگیری نیاز دارند و وجود این انجمن‌ها چنین تبادل‌نظرهایی را امکان‌پذیر می‌کند و معلم با نگرش پژوهشگرانه به جمع‌آوری داده‌ها می‌پردازد و یادداشت‌های روزانه خود در کلاس را که داده‌ها از آن‌ها استخراج می‌شود، تنظیم و تحلیل می‌کند. اگر معلم داده‌ها را مورد تجزیه و تحلیل قرار دهد و یافته‌ها را طی گزارش کتبی در معرض نقد قرار دهد و از کلمه قصار «انتقاد، شاخه گل یا چماق» نقد و انتقاد را به منزله شاخه گلی بپندارد و یافته‌ها و بازتاب ناشی از نقد دیگران را در تغییر و بهبود عمل تدریس خود به کار ببرد، آن‌گاه کار پژوهشی انجام داده است و عمل تحقیق آموزشی را انجام داده است و در این مسیر لینداریف می‌گوید: «من همان آدمی نیستم که ده سال پیش شروع به تدریس کرد. امسال کلاس درس من با آن‌چه پارسال بود خیلی تفاوت دارد. من انتظار این تغییر را دارم و خواهان این تغییر هستم.»

معلّم ریاضی و اجرای برنامه‌ی درسی

معلمین ریاضی مهم‌ترین نقش در اجرای هر برنامه درسی ریاضی را دارند و برنامه در درجه دوم اهمیت قرار دارد و باید اعتراف کرد که بهترین قانون با اجرای نامناسب، عقیم خواهد ماند. لذا در تحوّلات آموزش و پرورش همواره نقش معلم و تحوّل در او را باید در کانون دگرگونی قرار داد. به تواتر مشاهده شده است که کودکان قبل از دبستان دارای ذکاوت و خلاقیت‌هایی هستند و در شرایط مختلف آن‌ها را بروز می‌دهند ولی وقتی وارد دوره‌ی ابتدایی می‌شوند خلاقیت آن‌ها رو به کاهش و تسلیم‌پذیری در برابر برنامه‌ی از پیش تعیین‌شده و خشک افزایش پیدا می‌کند و آن ذهن نقاد و کنجکاو که در

بیانیه به آن اشاره رفت کم‌رنگ‌تر می‌شود و گویی به‌جای خلاقیت‌پروری، خلاقیت‌زدایی می‌شود! اشکال از کجاست؟ برنامه آموزشی، محتوا، روش تدریس، معلم و... در این مسئله دخیل هستند و در این بند به نقایص روش آموزش و جهت‌گیری محتوا در دوره‌ی ابتدایی و راهنمایی می‌پردازیم.

براساس استانداردهای آموزش ریاضی، توانایی منبعث از آموزش زمانی واقعی است که بتواند در بیرون از محیط آن موضوع درسی بروز پیدا کند. قرن‌هاست که ریاضیات به‌عنوان والاترین درس برای تربیت «استدلال» تلقی می‌شود و متعارف‌ترین پاسخ مردمی به این پرسش که چرا این‌همه ریاضیات در مدرسه هست این بود - و اغلب هنوز هم هست - که «ریاضیات به شما فکرکردن می‌آموزد» به‌ویژه در توجیه جایگاه رفیع هندسه اقلیدسی این پاسخ به کار برده می‌شود. با وجود این، شواهد اندکی وجود دارد که ریاضیات مدرسه واقعاً توانایی فراگستری قدرت استدلال را بیرون از خود داشته باشد و اکنون معدودند کسانی که دعاوی‌ای از آن قبیل که آموزشگران سده‌ی نوزده می‌کردند داشته باشند. مسئله زیر که از آزمون «تیمز» انتخاب شده است و مربوط به دوره‌ی راهنمایی است مورد بررسی قرار می‌دهیم.

* پروانه ۵۰۰ تومان پول داد که می‌خواهد با آن شیر، تخم‌مرغ و نان بخرد. قیمت‌های این اجناس در زیر نوشته شده است:

نان: ۱۴۴ تومان　　تخم‌مرغ: ۱۲۹ تومان　　شیر: ۱۵۰ تومان

چه موقعی او می‌تواند این قیمت‌ها را به‌جای محاسبه‌ی دقیق به‌طور تقریبی حساب کند؟

الف- هنگامی که پروانه می‌خواهد بداند آیا ۵۰۰ تومان برای خرید این اجناس کافی است یا نه.

ب- هنگامی که فروشنده قیمت‌ها را یکی‌یکی حساب می‌کند.

ج- هنگامی که فروشنده از پروانه می‌پرسد که او چقدر پول دارد.

د- هنگامی که فروشنده بقیه پول پروانه را حساب می‌کند.

ملاحظه می‌شود که اطلاعات داده‌شده بسیار ساده هستند ولی سؤال بسیار زیبا، جهت‌دار و حساب‌شده پرسیده شده است.

۱- سؤال یک مسئله مبتلابه، واقعی، ملموس برای شاگرد و از همه مهم‌تر مستلزم تصمیم‌گیری واقعی است و این موارد همگی محورهای آموزش ریاضی در حال حاضر و آموزش از راه حل مسئله است که پولیا در ۱۹۴۵ پیشنهاد کرد و در دهه‌ی ۸۰ به‌عنوان قلب تپنده‌ی آموزش ریاضی معرفی شد.

۲- این مسئله از دانش‌آموز می‌خواهد که توانایی خود را در محیط واقعی بروز دهد.

۳- به‌جای محاسبه خشک و بی‌روح و دقیق ریاضی، درک و فهم شهودی و قدرت تصمیم‌گیری و «تخمین‌زدن و

تقریب‌زدن» را می‌خواهد. در کتاب ریاضیات مدرسه در دهه‌ی ۹۰ اشاره شده است که شاید «قدرت استدلال» جای خود را به «قدرت نقد» داده باشد و حجم اطلاعات و داده‌های عظیم می‌طلبد که یک هدف آموزش، توانایی نقد، تخمین‌زدن، تصمیم‌گیری باشد.

۴- در صورت ظاهر هر چهار گزینه، ساده به‌نظر می‌رسند ولی وقتی دقیق می‌شویم ملاحظه می‌کنیم که چقدر عالی و حساب‌شده انتخاب شده‌اند و این توجه عمیق نقش ارزش‌یابی در آموزش و تأثیر آن بر روند آموزش ریاضی را به زیبایی هرچه تمام‌تر نشان می‌دهد.

۵- درگیر کردن دانش‌آموزان به‌طور واقعی با محتوا و فرصت بروز خلاقیت به دانش‌آموز و در یک کلام خلاقیت پروری نتیجه آموزشی است که در این راستاها باشد.

۶- به‌نظر می‌رسد که ارائه روش‌های منظورشده در کتب و تأکید مؤکد معلمین در دوره ابتدایی و راهنمایی بر روش‌های آموزش داده‌شده و پرهیز از برخوردهای دیگر دانش‌آموز با مطالب و مفاهیم آرام‌آرام دانش‌آموز را به سمتی سوق می‌دهد که روش یا راه‌حل موردنظر کتاب و معلم را از خود بروز دهد و عملاً رفتار موردنظر را نشان دهد نه رفتار خلاق و درونی خود. هرچه به پیش می‌رود رفتارگرایی بیش‌تر و خلاقیت کم‌تر می‌شود و به تواتر مشاهده شده که مفاهیم آموزش داده‌شده را به‌صورت قالب‌وار پس می‌دهد و این قالب‌های خشک در مغز شاگرد باعث شده است که چنانچه مرتب پرسش شود پاسخ دهد و اگر ترتیب برهم بخورد، توانایی پاسخ‌گویی ندارد! در این صورت گویی دانش‌آموز را سرشار از اطلاعاتی می‌کنیم که توانایی به کارگیری ندارد و با تعریف ریاضی‌دان‌ها از دانش ریاضی در بیانیه ۶۲ تناقض دارد. مواد درسی و روش تدریسی که همواره یک رفتار خاص و جواب ازپیش تعیین‌شده را انتظار دارد و دانش‌آموز را از رفتار و تفکر طبیعی و واقعی باز می‌دارد از بلایای آموزشی است.

۷- متأسفانه قالب غیرقابل انعطاف محتوای کتاب‌های ریاضی دوره‌ی ابتدایی و راهنمایی که اکنون پس از ۱۵ سال تاریخ مصرف آن گذشته است و عدم جهت‌گیری آموزشی در راستای نیازمندی‌های امروز و به‌دنبال آن تدریس قالبی و خشک کتاب، در جهت خلاقیت‌زدایی است.

۸- از طرف دیگر عدم آگاهی معلمین گرامی ریاضی از آموزش ریاضی در حال حاضر، اهداف آموزش ریاضی، شیوه‌های آموزش ریاضی، نقش تکنولوژی در آموزش، نحوه به کارگیری صحیح تکنولوژی در آموزش و... مزید بر علت است! (نتیجه دانش‌آموزان ایرانی در مورد این سؤال ظاهراً ناامیدکننده است ولی آن‌ها را گناهی نیست زیرا آموزش آن‌ها جهت‌گیری درستی نداشته است و این زنگ خطری برای برنامه ابتدایی و راهنمایی است).

مدل‌های ارتباط معلّم و دانش‌آموز

در این نظام آموزشی این که خود معلّم در کدام دسته لمسی، سمعی و بصری قرار بگیرد، مورد تأکید نیست. آن‌چه مورد تأکید است این است که او بتواند دانش‌آموزان را به درستی نسبت به تقسیم‌بندی بالا بشناسد و با او مناسب با توانایی هایش ارتباط برقرار کند. محتوا با سه نگرش مهارتی لمسی، سمعی و بصری دراختیار او قرار می‌گیرد و اوست که تصمیم می‌گیرد چگونه دانش‌آموزان را با این سه بعد مواجه نماید. دانش‌آموزان با دست‌ورزی و مثال‌های ملموس زندگی روزمره با ریاضیات برخورد می‌کنند و معلّم تنها نقش یک راهنما و روشنگر را دارد و دانش‌آموزان خود با دنیای ناشناخته‌ها مواجه می‌شوند و مسائل واقعی آن‌ها را به مبارزه می‌طلبد. دانش اموز در این سیستم باید خود را به خوبی بشناسد و این که با کدام یک از الگوهای لمسی، سمعی و بصری یادگیری او آسان‌تر است را به خوبی تشخیص بدهد. مکالمه و ارتباط معلّم و دانش‌آموز در مورد ارزش‌یابی مهارت‌های احراز شده یک ارتباط ممتد و پیوسته است و به زمان امتحانات کتبی یا شفاهی محدود نمی‌شود.

- معلمین باید از روش‌های ارزش‌یابی مختلفی که مهارت‌های بالاتر تفکر را می‌سنجند، استفاده کنند.
- معلمین باید با روش‌ها و نتایج آن‌ها آشنا بوده و روش تدریس و ارزش‌یابی خود را انتخاب کنند.
- آموزش و پرورش می‌تواند بدون آن‌که تمام دانش‌آموزان را تست کند، میزان دست‌یابی به اهداف خود را از طریق نمونه گیری بسنجد. نمونه گیری کمک می‌کند تا علاوه بر عملکرد دانش‌آموزان، متغیرهای دیگری که بر یادگیری تأثیر دارند چون فعالیت‌های کلاس درس، برنامه‌ی درسی، روش‌های ارزش‌یابی، دیدگاه و نگرش دانش‌آموزان و... را نیز ارزیابی کرد.

مشکلاتی بر سر راه تغییر روش‌های ارزش‌یابی وجود دارند. معلمین باید با روش‌های جدید ارزش‌یابی و طراحی آن‌ها آشنا شوند. دانش‌آموزان نیز ممکن است فقط با شیوه‌های خاصی از ارزش‌یابی عادت کرده باشند و باید خودشان نیز در ارزش‌یابی دخیل شوند. تلاش‌های زیادی باید انجام شود تا نشان داده شود که روش‌های جدید ارزش‌یابی «سهل و آسان‌گیر» نبوده، بلکه مهارت‌های بالاتر تفکر را اندازه گیری می‌کنند. جامعه امروز ما متفکرینی را می‌خواهند که بتوانند در شرایط مختلف کاری، همراه با تکنولوژی و تغییرات آن حرکت کنند و باید توجه داشته باشیم که مهارت‌های بالاتر تفکر فقط با تست‌هایی چون تست‌های چندگزینه‌ای قابل اندازه گیری نیستند و حتی شاید پرورش و رشد مهارت‌های تفکر با این تست‌ها سرکوب شوند.

روش‌های جدید ارزش‌یابی علاوه بر آن که فرصت‌هایی را فراهم می‌آورند تا مهارت‌های تفکر در بین دانش‌آموزان رشد پیدا کند، با فراهم کردن فرصت‌های مختلف برای اندازه گیری مهارت‌های مختلف و توانایی‌های گوناگون در

دانش‌آموزان، «برابری» را نیز افزایش می‌دهند. استفاده از روش‌های مختلف (نه فقط مداد و کاغذ) موجب می‌شود تا ارزش‌یابی معتبرتر و مفیدتر باشد.

آموزش و ارزش‌یابی می‌تواند از طریق مشاهده و چک‌لیست‌های عملکرد دانش‌آموزان در فعالیت‌هایی چون حل مسئله، ارزش‌یابی فردی یا توسط اعضای گروه براساس معیارهای ارزش‌یابی و یا با استفاده از «پوشه‌ی تحصیلی» (Portfolio) که نشان‌دهنده‌ی رشد و تکامل فکری دانش‌آموزان در طول زمان است به هم پیوند یابند.

معلمین به چند دلیل روش ارزش‌یابی سنتی خود را ادامه می‌دهند:

۱- فکر می‌کنند که مسئولین و مردم جامعه روش‌های جدید ارزش‌یابی را قبول نداشته و به‌حساب نمی‌آورند. (این نکته به ما یادآوری می‌کند که تا مسئولین روش‌ها را نپذیرند، معلمین حتی اگر با آن‌ها آشنا باشند و قبول داشته باشند، به کار نمی‌برند.)

۲- بسیاری از معلمین هنوز با روش‌های جدید آشنا نیستند و نمی‌دانند آن‌ها را چگونه طراحی کنند.

۳- بسیاری از روش‌های جدید ارزش‌یابی به زمان بیش‌تری نیاز دارند.

۴- وجود آزمون‌های خارج از کلاس درس چون کنکور در برابر سیستم ارزش‌یابی برنامه درسی مقاومت می‌کند.

فصل ششم – ارزش‌یابی ریاضیات

- مقدمه
- مراحل ارزش‌یابی
- طراحی ارزش‌یابی
- گردآوری شواهد و مدارک
- تفسیر شواهد و مدارک
- به کارگیری نتایج
- استانداردهای ارزش‌یابی ریاضیات
- ارزش‌یابی عمومی
- استاندارد ۱: هماهنگی روش‌ها و ابزارها
- استاندارد ۲: استفاده از منابع مختلف اطلاعات
- استاندارد ۳: انتخاب روش‌های ارزش‌یابی مناسب و کاربرد این روش‌ها
- ارزش‌یابی دانش‌آموزان
- استاندارد ٤: توان ریاضی
- استاندارد ۵: حل مسئله
- استاندارد ۶: برقراری ارتباط
- استاندارد ۷: استدلال
- استاندارد ۸: مهارت‌ها و مفاهیم ریاضی
- استاندارد ۹: روش‌های ریاضی
- استاندارد ۱۰: نظام ریاضی

- به‌کارگیری استانداردهای ارزش‌یابی برای اهداف گوناگون
- تغییر روش‌های ارزش‌یابی
- انتخاب روش‌های مختلف ارزش‌یابی
- تنوع در ارزش‌یابی و انواع آن
- خودارزش‌یابی و ارزش‌یابی هم‌گروهان
- انشا
- ژورنال
- پروژه
- پروژه و تکالیف گروهی
- پروژه‌های فردی
- اهداف انجام پروژه
- مهارت‌ها و استراتژی‌های مرتبط با پروژه
- پوشه تحصیلی
- ارزش‌یابی عملکردی
- آزمون کتبی
- معیارهای ارزش‌یابی مهارت‌ها
- الگوی پیشنهادی برای ارزش‌یابی مهارت حل مسئله
- رشته‌های محتوای ریاضی
- ابعاد ریاضی
- توانایی‌های شناختی
- قدرت ریاضی
- توانایی‌های ریاضی
- درک مفهومی
- دانش رویه‌ای
- فرم‌های ارزش‌یابی حل مسئله
- معیارهای ارزش‌یابی یادگیری گروهی

مقدمه

ارزیابی برنامه درسی و ارزش‌یابی پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان یکی از عوامل مؤثر در برنامه‌ریزی درسی است و حتی فراتر از آن از ضرورت‌های نظام آموزشی است تا به وسیله فرایند انجام آن پویایی و سلامت و حیات نظام آموزشی حفظ گردد. این حکم در مورد هر ماده درسی نیز صادق است. به همین دلیل تبیین اصول و استانداردها و چگونگی انجام آن در مورد هر ماده درسی، بخشی از برنامه درسی هر ماده است. برای صراحت و دقت در ادامه مطلب دو واژه کلیدی «ارزیابی» (assessment) و «ارزش‌یابی» (evaluation) که به تواتر به کار گرفته می‌شوند، تعریف می‌کنیم.

ارزش‌یابی ریاضیات عبارت از فرایند گردآوری شواهد و مدارک درباره دانش دانش‌آموز از توانایی به کارگیری و دیدگاه‌های او درباره‌ی ریاضیات و ساختن استنتاج‌هایی از شواهد و مدارک برای داوری کردن و تصمیم‌گیری برای دگرگونی روش‌های آموزشی است. «ارزش‌یابی اصطلاحی است که اغلب به‌طور قابل تعویض با اصطلاحات آزمون کردن، اندازه گیری و یا برای برای تمایز بین ارزش‌یابی دانش‌آموز و ارزیابی برنامه به کار گرفته می‌شود.» با این حال ما این واژه را با تعریف بالا و با تأکید بر درک و توصیف شواهد کمّی و کیفی در تصمیم‌سازی و داوری کردن به کار می‌بریم.

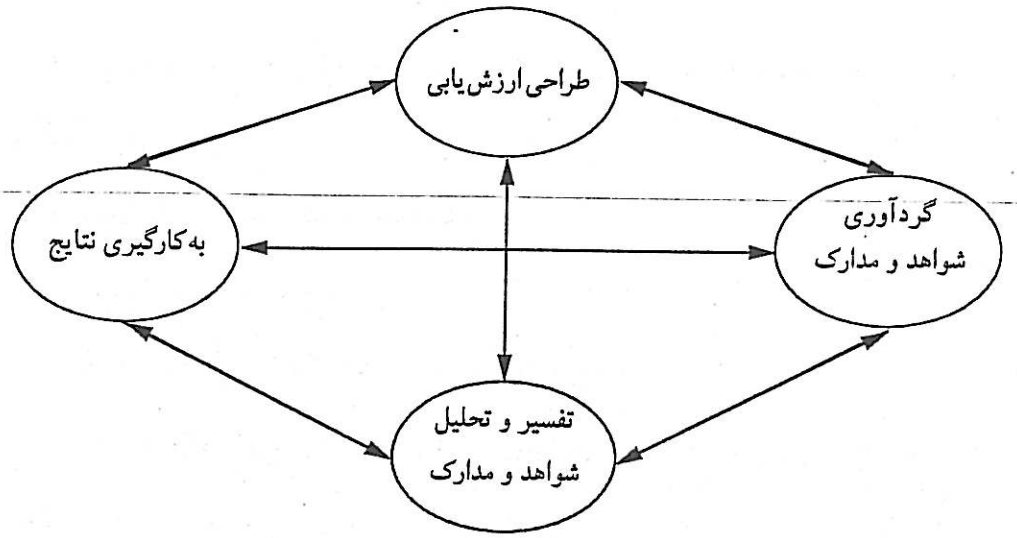
«ارزیابی فرایند تعیین بها و شایستگی یا تخصیص ارزش یا مقدار برای ارزش‌یابی، روش‌های تدریس، تعیین محتوا و سایر مؤلفه‌های برنامه است که باید مبتنی بر قضاوت و امتحان دقیق باشد.» عبارت ارزیابی معطوف به استفاده از اطلاعات ارزش‌یابی در تعیین میزان کارآمدی برنامه است.

تمرکز بر گردآوری شواهد و مدارک و استنتاج حاکی بر این است که ارزش‌یابی فرایندی است که طی آن، دانش ریاضی دانش‌آموز و آنچه که او می‌تواند انجام دهد، توصیف می‌شود. همانند اهداف و مقاصد متعدد ارزش‌یابی‌ها، مصرف‌کنندگان و مخاطبین بسیاری برای ارزش‌یابی‌ها متصور است. برای مثال هر دانش‌آموزی از انجام ارزش‌یابی آگاهی دارد، حتی بعضی از دانش‌آموزان در طول تدریس می‌پرسند که «آیا این مطلب در امتحان می‌آید؟» دانش‌آموزان یاد می‌گیرند که برای چه چیزی ارزش‌یابی می‌شوند و چگونه نتایج کار آن‌ها منعکس می‌شود. این دلیل معقولی است که یک دانش‌آموز لازم است بداند که چگونه مورد ارزش‌یابی قرار خواهد گرفت؟ چه ریاضیاتی را باید انجام دهند و میزان یا مقیاس داوری در مورد عملکرد آن‌ها چیست. همچنین لازم است از بازخورد به‌موقع نتیجه کار خود و پیامدهای ارزش‌یابی آن آگاهی داشته باشند.

مسئولیت‌های معلم بخش اعظم کار است که با داوری و قضاوت در مورد عملکرد شاگردان در کلاس و پیشرفت و ارتقای دانش و شایستگی دانش‌آموزان در طی سال تحصیلی درگیر است. به‌علاوه لازم است بدانند که دانش‌آموزان با چه کیفیتی ریاضیات را انجام می‌دهند. اطلاعات مربوط به عملکرد ریاضی دانش‌آموزان برای مقایسه دانش‌آموزان، مدارس، مناطق و نواحی و حتی استان‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. در مجموع داده‌های گردآوری شده از عملکرد دانش‌آموزان در ریاضی برای ارزیابی و ارزش‌گذاری: پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان، برنامه‌ها و مدیریت تصمیم‌سازی مورد استفاده قرار می‌گیرند. قضاوت درباره‌ی پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان، تصمیمات آموزشی و ارزیابی‌های برنامه‌های آموزشی باید براساس تفاسیر و تعابیر مستدل و معقول از شواهد و مدارک و با کیفیت بالا باشد.

مراحل ارزش‌یابی

فرایند ارزش‌یابی را می‌توان با چهار مرحله درونی مرتبط تبیین کرد که به اصول روشن، معیارها و مقیاس‌هایی برای تصمیم‌گیری در شرایط بحرانی نیاز دارد. نمودار زیر این چهار مرحله را نشان می‌دهد. طراحی ارزش‌یابی، گردآوری شواهد و مدارک، تفسیر و تحلیل شواهد و مدارک و به‌کارگیری نتایج این چهار مرحله را تشکیل می‌دهند که در عمل و اجرا، مرحله‌ها با هم تعامل دارند ولی الزاماً توالی ندارند.



هر مرحله از فرایند ارزش‌یابی به‌وسیله تصمیمات و عمل‌هایی که در درون آن رُخ می‌دهد، دسته‌بندی و مشخص می‌شود. همان‌گونه که در زیر ارائه می‌شود:

طراحی ارزش‌یابی

- چه اهداف و مقاصدی باید مورد ارزش‌یابی قرار گیرد؟
- چه چارچوبی برای ایجاد تمرکز و تعادل در فعالیت‌ها به کار گرفته می‌شود؟
- از چه روش‌هایی برای گردآوری شواهد و مدارک و تفسیر آن استفاده می‌شود؟
- برای قضاوت و داوری در مورد انجام فعالیت‌ها به‌وسیله دانش‌آموزان چه معیار و مقیاسی مناسب است؟
- قالب‌هایی که برای جمع‌بندی قضاوت‌ها و گزارش نتایج به کار می‌روند، چیست؟

گردآوری شواهد و مدارک

- فعالیت‌ها و تکالیف چگونه انتخاب یا ایجاد می‌شوند؟
- فرایندهای انتخاب‌شده چگونه دانش‌آموزان را درگیر فعالیت‌ها می‌کنند؟
- چه روش‌هایی برای تولید و حفاظتِ شواهد و مدارک و عملکرد دانش‌آموزان [که مورد قضاوت و داوری قرار

گرفته‌اند] به کار می‌روند؟

تفسیر شواهد و مدارک

- کیفیت شواهد و مدارک تعیین‌شده چگونه است؟
- از روی شواهد و مدارک چگونه می‌توان به عملکرد دانش‌آموزان پی برد؟
- چه میازن و معیار برای داوری عملکرد دانش‌آموزان به کار گرفته می‌شود؟
- آیا این میزان و معیارها به‌طور مناسب و مقتضی به کار گرفته شده‌اند؟
- داوری‌ها و قضاوت‌ها چگونه به‌صورت نتایج جمع‌بندی‌شده تبدیل خواهند شد؟

به کارگیری نتایج

- نتایج ارزش‌یابی چگونه گزارش خواهد شد؟
- استنتاج‌ها چگونه از نتایج به‌وجود می‌آیند؟
- چه عملکردی به‌عنوان پایهٔ استنتاج‌ها درنظر گرفته می‌شود؟
- چگونه می‌توان اطمینان یافت که این نتایج موجب پیوستگی و وحدت آموزش‌ها و ارزش‌یابی‌های بعدی خواهد شد؟

ارزش‌یابی می‌تواند توسط آموزشگران، معلمان و یا حتی خود دانش‌آموز انجام شود تا پیشرفت و موفقیت در یادگیری یک موضوع را ارزش‌یابی کند. ارزش‌یابی برای توسعه و رشد قدرت ریاضی همه دانش‌آموزان یک امر ضروری است و تأیید و پشتیبانی از ادامه یادگیری و آموزش ریاضی برعهده آن است. این هدف محوری ارزش‌یابی در ریاضیات مدرسه است. ارزش‌یابی در محل اشتراک و تلاقی محتوای ریاضیات، روش‌های تدریس و یادگیری دانش‌آموز اتفاق می‌افتد.

استانداردهای ارزش‌یابی ریاضیات

استانداردها میزان و معیاری برای قضاوت و داوری کیفیت ارزش‌یابی‌های ریاضی هستند. استانداردها می‌توانند برای فعالیت‌های ارزش‌یابی خاص یا یک نظام ارزش‌یابی عام و تام به کار گرفته شوند. استانداردهای ارزش‌یابی تحرک و پویایی را ارتقاء می‌دهد و فرایند اصلاح برنامه ریاضی، تدریس ریاضی و ارزش‌یابی را بهبود می‌بخشد. همه افرادی که با آموزش ریاضیات مربوط هستند، به وسیله این فرایند درگیر می‌شوند.

استانداردهای ارزیابی در سه دسته قرار داده می‌شوند:

- ارزش‌یابی عمومی
- ارزش‌یابی دانش‌آموزان
- ارزیابی برنامه

ارزش‌یابی عمومی‌روی اصول مرتبط با شیوه‌ی ارزش‌یابی و ارزیابی برنامه بحث می‌کند. ارزش‌یابی دانش‌آموزان جنبه‌های دانش ریاضی که باید مورد ارزش‌یابی قرار گیرد. همان‌گونه که از برنامه‌ی درسی گرفته می‌شود را مورد بررسی قرار می‌دهد.

ارزیابی برنامه هماهنگی و تطابق برنامه ریاضی را با استانداردهای از پیش تعیین شده را مورد بررسی قرار می‌دهد. استانداردهای ارزیابی بر جنبه‌های گوناگون ارزش‌یابی و ارزیابی برنامه تأکید دارند.

ارزش‌یابی عمومی

استانداردهای ارزش‌یابی عمومی‌اصولی برای قضاوت درباره‌ی کیفیت شیوه‌های ارزش‌یابی را به‌دست می‌دهد. بنابراین، به استانداردهای ارزش‌یابی دانش‌آموزان و ارزیابی برنامه مرتبط می‌شوند.

در یک فضای آموزشی که درک عمیق ریاضی مورد توجّه است، دیگر روش‌ها و ابزارهای ارزش‌یابی که فقط متکی بر یک پاسخ صحیح هستند، کفایت نمی‌کنند. ابزار و روش‌های ما باید به گونه‌ای باشند که اهدافی چون حل مسئله، استدلال و ارتباطات را نیز مورد ارزیابی قرار دهند. به‌علاوه این روش‌ها و ابزارها باید معلمین را قادر سازند که تصورات دانش‌آموزان از دیده‌ها و فرآیندهای ریاضی و توانایی‌های آن‌ها را در زمینه‌های مختلف ریاضی بشناسند و هم‌چنین به آن‌ها کمک کنند تا نقاط ضعف و مشکلات را شناخته و در بهبود تدریس خود از آن استفاده نمایند.

روش‌های مختلفی برای ارزش‌یابی وجود دارند. برای مثال می‌توان از امتحانات کتبی، تستی، تشریحی، پاسخ باز، مصاحبه‌های با پاسخ باز، مباحثه، تکالیف خانه، پروژه‌ها، ژورنال، انشانویسی، ایفای نقش، ارائه‌ی شفاهی و... نام برد که از آن‌ها می‌توان برای ارزش‌یابی کل کلاس یا گروه‌های کوچک یا به‌صورت فردی استفاده نمود.

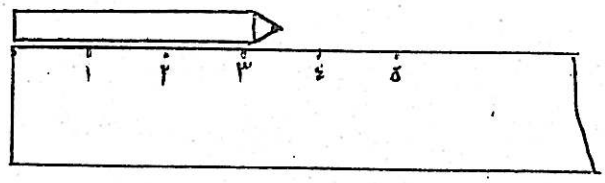
تصمیمات تدریس باید مبتنی بر اطلاعات به‌دست آمده از منابع مختلف باشد. زمانی که اطلاعات به‌دست آمده با هم تناقض داشته باشند، به‌طور مثال دانش‌آموز نمره خوبی در امتحان کتبی گرفته شده ولی قادر به بیان عملیات انجام شده نیست، باید ارزش‌یابی دقیق‌تری انجام شود. به‌طور کلّی نباید فقط به یک شیوه‌ی ارزش‌یابی اکتفا نمود.

استاندارد ۱: هماهنگی روش‌ها و ابزارها

روش‌ها و ابزارهای مورد استفاده و وظایف خواسته شده در ارزش‌یابی یادگیری دانش‌آموزان باید:

- با اهداف و محتوای برنامه درسی هماهنگی داشته باشد.
- بر ارتباط بین مفاهیم و بین مهارت‌ها تأکید داشته باشد.
- به شیوه‌های آموزش و استفاده از ماشین‌حساب، کامپیوتر و وسایل کمک‌آموزشی در کنار کتاب درسی توجّه داشته باشد.

ارزش‌یابی یادگیری دانش‌آموزان می‌تواند آموزشگران را در تصمیم‌گیری درمورد نیازهای آموزشی دانش‌آموزان و رسیدن به اهداف برنامه‌ی درسی یاری دهد. موفّقیّت در این امر وابسته به این است که تا چه حد روش‌های ارزش‌یابی و تکالیف با اهداف برنامه‌ی درسی هماهنگی داشته و هم راستا هستند و اهداف مختلف و عناوین مختلف برنامه‌ی درسی را مورد بررسی قرار دهند. به‌طور مثال:



طول مداد چقدر است؟

در سؤال بالا توانایی دانش‌آموز در اندازه‌گیری طول یا مساحت با استفاده از ابزار مناسب به‌طور کافی سنجیده نمی‌شود. برای ارزش‌یابی این مهارت، باید اطلاعات زیر را جمع‌آوری نمود:

- آیا دانش‌آموزان می‌توانند ابزار اندازه‌گیری مناسبی انتخاب کنند؟
- آن را درست به کار ببرند و در صورت لزوم اندازه‌گیری را تکرار کنند؟
- و سپس نتیجه را بخوانند؟

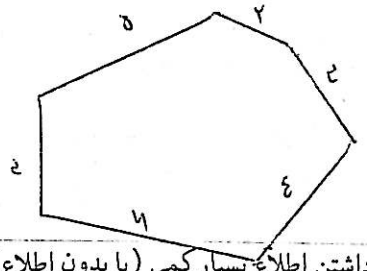
این اطلاعات را می‌توان ازطریق انجام فعّالیّت‌هایی به‌دست آورد که دانش‌آموز را وادار کند فکر کند چه ریاضیاتی موردنیاز است؟ چه ابزاری را باید برای اندازه‌گیری انتخاب کند و سپس به‌طور واقعی اندازه‌گیری کند. ارزش‌یابی می‌تواند بر پایه‌ی پاسخ دانش‌آموز یا مشاهده و زیرنظر گرفتن رفتار وی هنگام حل مسئله انجام شود. فقط در این صورت است که می‌تواند

رشد توانایی ریاضی دانش‌آموز را تعیین نمود.

قالب ارزش‌یابی نیز عامل مهمی است که باید در تصمیم‌گیری درنظر گرفته شود. مثلاً، در ارزش‌یابی برقراری ارتباط باید از قالب‌های ارزش‌یابی متفاوتی کمک گرفت، چون ارتباطات شامل صحبت کردن، گوش دادن و نوشتن می‌شود یا ارزش‌یابی حل مسئله شامل فرآیند کشف و بیان استدلال در کنار ارائه راه‌حل می‌شود.

عامل دیگری که می‌تواند بر هماهنگی محتوا و ارزش‌یابی اثر بگذارد، این است که آیا پاسخ صحیح دانش‌آموز به دنبال درک کامل از مطلب است یا خیر؟ به‌طور مثال:

محیط این شش ضلعی را به‌دست آورید.



در مثال فوق، ممکن است دانش‌آموز پاسخ صحیح را با داشتن اطلاع بسیار کمی (یا بدون اطلاع) از مفهوم محیط به‌دست آورد زیرا واضح‌ترین راه برای استفاده از تمام اطلاعات داده شده، جمع کردن می‌باشد. سؤال کامل‌تر در این زمینه می‌تواند این‌گونه باشد: یک شش ضلعی نامنظم رسم کنید که محیط آن ۲۳ سانتی‌متر باشد. طول اضلاع را روی شکل مشخص کنید.

تأکید بر جنبه‌های مختلف برنامه نیز در هماهنگی شیوه‌ی ارزش‌یابی با برنامه مؤثر است. به‌طور مثال یک ارزش‌یابی که بیش‌تر سؤالات شامل محاسبات است و بر حل مسئله تأکید کم‌تری دارد، هماهنگی کمی با یک برنامه درسی که بر حل مسئله استوار شده، خواهد داشت.

نکته‌ی دیگر، استفاده از ابزار کمک‌آموزشی و ماشین‌حساب و کامپیوتر در تدریس است. اگر در هنگام تدریس از این‌گونه ابزار استفاده شود، باید در هنگام ارزش‌یابی نیز این ابزار در دسترس دانش‌آموزان قرار گیرد.

در انتخاب یک ابزار و روش مناسب ارزش‌یابی، آزمون‌ها باید متناسب با استفاده از این‌گونه ابزارها طراحی شوند. به‌طور مثال یک سؤال چند گزینه‌ای که تمام پاسخ‌ها دارای رادیکال هستند (به‌طور مثال $\frac{۳}{۴}$ $\frac{+۲}{}$ همراه با استفاده از ماشین حساب که پاسخ‌ها را همواره با اعداد اعشاری نمایش می‌دهد، مناسب نیست.

استاندارد ۲: استفاده از منابع مختلف اطلاعات

تصمیم‌گیری درباره‌ی یادگیری دانش‌آموزان باید مبتنی بر اطلاعات گوناگون بسیاری که از منابع مختلف به‌دست می‌آیند، باشد. این منابع باید به گونه‌ای باشند که فعّالیت‌ها در آن‌ها:

- انواع مختلفی از تفکر ریاضی را بطلبد.
- مفهوم ریاضی یکسانی را در قالب‌ها، وضعیت‌ها و زمینه‌های مختلف بسنجند.

کیفیت قضاوت درمورد یادگیری دانش‌آموزان بستگی به تطابق و هماهنگی نتایج به‌دست آمده از ارزش‌یابی‌ها دارد. گرچه

آزمون‌های کتبی که به دنبال یک جواب صحیح هستند تاحدودی می‌توانند عملکرد دانش‌آموزان را بررسی کنند ولی شواهد کمی از روش‌های تفکر به‌دست می‌دهند. همان‌طور که قبلاً ذکر شد آموزش مفاهیم با ارزش‌یابی آن‌ها باید هماهنگی داشته باشد. زمانی که در آموزش بر حل مسئله و فرآیند آن تأکید می‌کنیم، ارزش‌یابی نیز باید به گونه‌ای باشد که بتواند اطلاعات مفیدی را در این زمینه هم برای معلّم و هم برای دانش‌آموز فراهم نماید. پس برای رسیدن به اهداف مختلف برنامه، نیاز به روش‌های گوناگون ارزش‌یابی از جمله ارزش‌یابی کتبی و شفاهی، مشاهده‌ای، انشانویسی، عملکردی و... می‌باشد.

اگر نتیجه‌ی ارزش‌یابی با روش‌های مختلف برای یک دانش‌آموز هماهنگی داشته باشد، می‌توان نتیجه گرفت که تا چه حد در دانش‌آموز یادگیری ایجاد شده است و اگر باهم هماهنگی نداشته باشند، می‌توان از این طریق نقاط ضعف و دلایل عدم یادگیری را ریشه‌یابی کرد.

هنگام استفاده از روش‌های مختلف ارزش‌یابی، پیشرفت عملکرد دانش‌آموزان نمی‌تواند فقط با یک نمره ثبت شود بلکه باید چک‌لیست‌هایی تهیه شوند که حتی شامل خلاصه‌ای از تمام فعّالیّت‌های دانش‌آموزان باشد. دانش‌آموزان نیز باید در فرآیند ارزش‌یابی خود دخالت داشته و در پوشه تحصیلی کارهای خود را ثبت کنند.

در سال‌های بالاتر که دانش‌آموزان ازنظر کلامی نیز پیشرفت کرده‌اند، می‌توان از آن‌ها خواست تا ژورنال‌هایی که شامل اهداف، اکتشافات، تفکرات و مشاهدات و فعّالیّت‌های پراکنده‌ی آن‌هاست را تهیه نماید. ژورنال‌ها نه تنها نمایی از پیشرفت درک دانش‌آموزان به دست می‌دهند بلکه می‌توان از آن‌ها برای گفت‌وگو و بحث بین معلّم و دانش‌آموزان و درنتیجه پرورش مهارت برقراری ارتباط ریاضی آنان کمک گرفت. به‌طور مثال: برای آن که ببینیم آیا دانش‌آموزی اعداد گویا را درک کرده یا خیر می‌توان چنین ثبت نمود:

- به سؤالات آزمون کتبی در زمینه‌ی کسر، درصد و اعداد اعشاری پاسخ درست می‌دهد. (درصد پاسخ‌های درست را ثبت کنید)

- برای تکلیف شب مسئله‌ی تغییرات سرعت را با رسم نمودار روی کاغذ شطرنجی به درستی انجام داده و تغییرات سرعت را ثبت نموده است.

- به‌طور دقیق شانس بردن یک جایزه را با عباراتی چون شانس، احتمال، نسبت نوشته است و این نشان دهنده‌ی توانایی دانش‌آموز در به کار بردن مفاهیم در دیگر حوزه‌ها است.

- به‌طور دقیق یک شکل را با مقیاس مشخص رسم کرده است و برای این کار از کامپیوتر استفاده کرده است.

- یک شکل را بزرگ‌نمایی کرده و هنگام حل مسائل درصد زیرنظر بوده است.

استاندارد ۳: انتخاب روش‌های ارزش‌یابی مناسب و کاربرد این روش‌ها

روش‌های ارزش‌یابی و ابزار آن باید براساس مشخصه‌های زیر انتخاب گردد:

- نوع اطلاعات موردنیاز
- استفاده‌ای که از اطلاعات می‌خواهیم بکنیم.
- سطح رشد و بلوغ فکری دانش‌آموز

هدف از ارزش‌یابی تعیین و تشخیص نقاط ضعف تک‌تک دانش‌آموزان، جمع‌آوری اطلاعات جهت برنامه‌ریزی برای تدریس، نمره دادن و یا ارزیابی برنامه است. این اهداف، مشخص‌کننده‌ی نوع سؤالاتی که پرسیده می‌شوند و روش استفاده از نتایج اطلاعات هستند. باید درنظر داشت که روش انتخاب شده با رشد فکری و ویژگی‌ها و پیشینه‌ی دانش‌آموز هماهنگی داشته باشد.

روش یادگیری دانش‌آموزان و نوع تفکر آن‌ها متفاوت است. یک روش ارزش‌یابی که فقط بر یک نوع عملکرد تأکید دارد، نمی‌تواند شاخص خوبی برای عملکرد دانش‌آموزان باشد و به دانش‌آموزان این اجازه را نمی‌دهد تا توانایی‌های خود را در زمینه‌های مختلف بروز دهند.

ارزش‌یابی دانش‌آموزان

تدریس باید شیوه‌ای برای برقراری ارتباط بین معلّم و دانش‌آموز باشد و ارزش‌یابی فرآیند یادگیری سعی دارد تا بفهمد که دانش‌آموز چه معنایی به مفاهیم و ایده‌های آموزش شده، داده است و بنابراین، جزئی تفکیک‌ناپذیر از تدریس است. ارزش‌یابی‌های متناوب و مستمر فرصتی را برای معلّم فراهم می‌سازد تا سؤال‌ها، مثال‌ها و تمرین‌های لازم را برای برقراری ارتباط معنادار با دانش‌آموزان طراحی کند.

ارزش‌یابی باید مستمر، پویا و اغلب فرآیندی غیررسمی باشد. ارزش‌یابی فرآیندی است شامل مشاهده، حدس زدن و قضاوت مداوم راجع به یادگیری دانش‌آموز می‌شود و باید به قضاوت‌هایی منجر شود که ذاتاً تکاملی هستند و باید یک «بیوگرافی» از یادگیری دانش‌آموزان تولید کند.

بدون یک ارتباط مستمر، راهبردهای تدریس معلّم فقط می‌تواند به‌طور تصادفی به موفّقیّت منجر شود. به مثال زیر توجّه کنید. در این مثال دانش‌آموز پاسخ نادرست داده است:

اگر کسرهای نشان‌دهنده‌ی نقاط B و D را درهم ضرب کنیم، چه نقطه‌ای حاصلضرب را نشان می‌دهد؟

اگر دانش‌آموز A را انتخاب کرده باشد، آیا بر این دلیل است که او به جای ضرب، تفریق کرده؟ اگر E و F را انتخاب کرده، آیا او ضرب را با جمع اشتباه کرده؟ آیا این پاسخ را انتخاب کرده فقط به دلیل این که فکر می‌کند اگر دو عدد را درهم ضرب کنیم، حاصل بزرگ‌تر می‌شود؟ آیا دانش‌آموز C یا D را انتخاب کرده فقط به دلیل این که اشتباه ضرب کرده؟ دانش‌آموز از چه مدلی برای ضرب کردن استفاده کرده است؟ آیا دانش‌آموز همان نقطه را برای DxC به جای CxD مشخص می‌کند؟ اگر کسری مشخص برای C و D درنظر گرفته شده باشد، او چگونه عمل می‌کند.

استانداردهای ارزش‌یابی که برای دانش‌آموزان ذکر می‌شود، بر ارزش‌یابی درک دانش‌آموزان از ریاضی و تعیین وضعیت آن‌ها در ریاضی تمرکز دارد.

استاندارد ۴: توان ریاضی

ارزش‌یابی دانش ریاضی دانش‌آموزان باید منجر شود به:

- توانایی به کارگیری دانش خود در حل مسائل ریاضی و رشته‌های دیگر
- توانایی استدلال و تجزیه و تحلیل
- دانش و درک مفاهیم و فرآیندها
- درک ماهیت ریاضی
- و در نهایت تلفیق جنبه‌های مختلف دانش ریاضی

در ریاضی نیز مانند شیوه‌های دیگر، دانش شامل اطلاعات و ارتباطات بین آن‌هاست. لازمه‌ی برقراری ارتباط بین مفاهیم در ریاضیات که منجر به توان‌مندی در ریاضی می‌شود، توانایی استفاده از اطلاعات برای استدلال و تفکر خلاق و فرمولبندی و حل مسئله و نقد آن است. ارزش‌یابی توان ریاضی دانش‌آموزان نه تنها فراتر از سنجش میزان اطلاعات آن‌هاست بلکه شامل تعامل آن‌ها در استفاده و به کارگیری و برقراری ارتباط بین اطلاعات است. پس ارزش‌یابی باید حد توانایی به کارگیری این اطلاعات در وضعیت‌هایی که نیاز به تفکر خلاق و یا برقراری ارتباط دارد را بسنجد. مسائل باید به گونه‌ای انتخاب شوند که فرصت‌هایی را برای دانش‌آموزان فراهم آورند تا دانش موردنیاز برای حل مسئله را به کار گرفته و نیز روش و طرح مناسبی برای برقراری ارتباط بین اجزای دانش موردنیاز را بررسی کرده و درنظر گیرند. به‌علاوه، این مسائل باید به گونه باشند که برای حل آن‌ها نیاز به تنوع استدلال برای رسیدن به پاسخ باشد. به مثال زیر توجّه کنید:

فرض کنید شما خلبان یکی از شرکت‌های هواپیمایی برای انتقال کالا هستید. به شما برای اولین بار وظیفه‌ی جابه‌جایی کالا از شیراز به تهران را سپرده‌اند. شما می‌خواهید کوتاه‌ترین مسیر را داشته باشید ولی تمام وسیله‌ی در دسترس شما یک کُره و پاره‌ای نخ است. شما می‌دانید که دور کُره‌ی زمین روی مدار استوا برابر ۶۴۰۰۰ کیلومتر است. چگونه

می‌توانید با این وسایل، کوتاه‌ترین مسیر را پیدا کنید. طول این مسیر چه‌قدر است؟

در این مثال دانش‌آموز ابتدا باید مفهوم کوتاه‌ترین مسیر بین دو نقطه روی کره‌ی زمین را بداند و راهی برای اندازه گیری این مسیر پیدا کند و برای آن استدلال بیاورد. با مشاهده‌ی دانش‌آموزان در حل این مسئله می‌توان توانایی دانش‌آموز را در به کارگیری دانش در حل مسئله بسنجد. این مسئله را دانش‌آموزان می‌توانند به‌طور فردی یا گروهی حل کنند. به مثال زیر که برای کودکان در پایه‌های پیش‌دبستان تا چهارم به‌طور گروهی طراحی شده، توجّه کنید:

وسایل موردنیاز: یک بسته کشمش، ظرف در اندازه‌های مختلف، ترازو، ماشین‌حساب

فعّالیّت‌ها:

۱- تعداد کشمش‌های داخل بسته را حدس بزنید.

۲- برای به‌دست آوردن تخمین می‌توانید به جز وسایل موجود از هر وسیله‌ای که می‌خواهید استفاده کنید.

۳- حدس خود را با روش‌های مختلف آزمایش کنید.

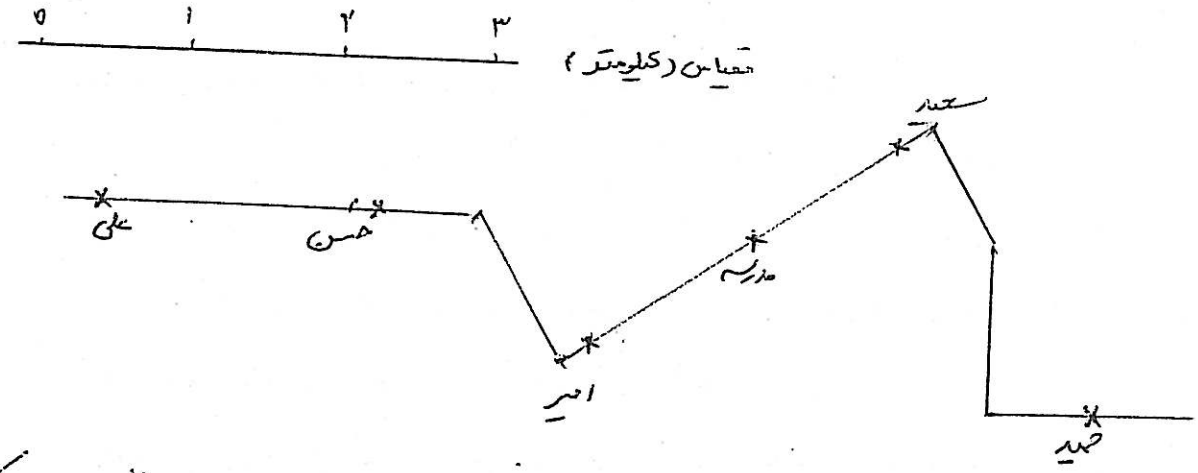
۴- نتایج خود را ثبت کرده و به‌طور شفاهی آن را توضیح دهید.

ارزش‌یابی عملکرد دانش‌آموزان در حل این مسئله، بر انتخاب راهبرد حل مسئله‌ی آن‌ها تمرکز دارد. یک رویکرد موفق شامل شمارش کشمش‌ها در اندازه‌ی کم و سپس ارتباط دادن با کل کشمش‌ها (کل بسته) می‌باشد. دانش‌آموزان می‌توانند برای این کار از ترازو استفاده کنند یا می‌توانند تعداد کشمش‌ها را در یک ظرف کوچک بشمارند و ببینند چند تا از این ظرف‌ها برای پر کردن کشمش‌های ظرف بزرگ موردنیاز است.

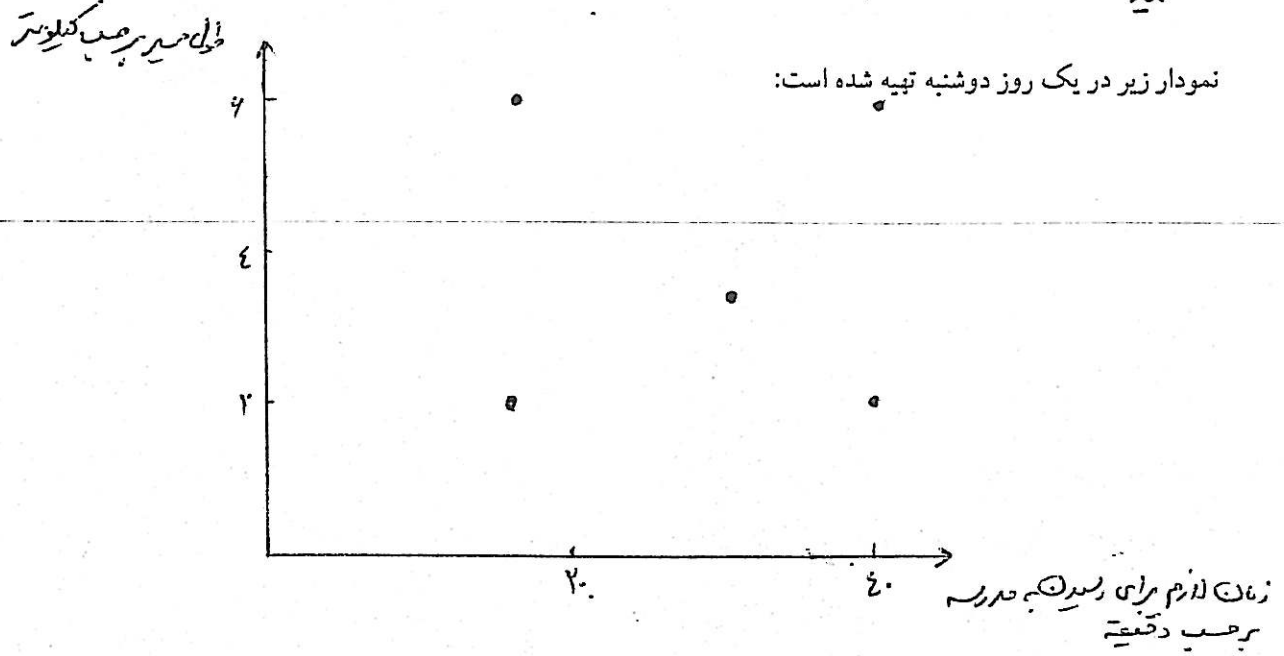
انتخاب هریک از روش‌های بالا شامل شمارش، محاسبه، اندازه گیری و برقراری ارتباط برای انجام فعّالیّت می‌باشد. عملکرد دانش‌آموزان را می‌توان با سطح مفاهیم و مهارت‌ها در ارائه‌ی شفاهی آنان، ارزش‌یابی نمود. ارزش‌یابی مهارت‌های ریاضی در این فعّالیّت می‌تواند شامل: دقّت در شمارش، محاسبه، انتخاب عمل صحیح، درک طرز کار و استفاده از ترازو، مهارت استفاده از ماشین حساب، مهارت‌های برقراری ارتباط در ثبت و ارائه‌ی فعّالیّت باشد.

کارگروهی تنها روش ارزش‌یابی توان ریاضی دانش‌آموزان نمی‌باشد. به‌طور مثال می‌توان از سؤال کتبی برای سنجش جنبه‌های دیگر توان ریاضی استفاده نمود. به مثال زیر توجّه کنید:

حمید، علی، حسن، امیر، سعید هرروز برای رفتن به مدرسه از یک خیابان عبور می‌کنند. حمید با سرویس مدرسه، علی با دوچرخه و امیر پیاده می‌رود. حسن و سعید ممکن است هر روز روش مختلفی انتخاب کنند. در نقشه‌ی زیر محل زندگی هریک مشخص شده است:

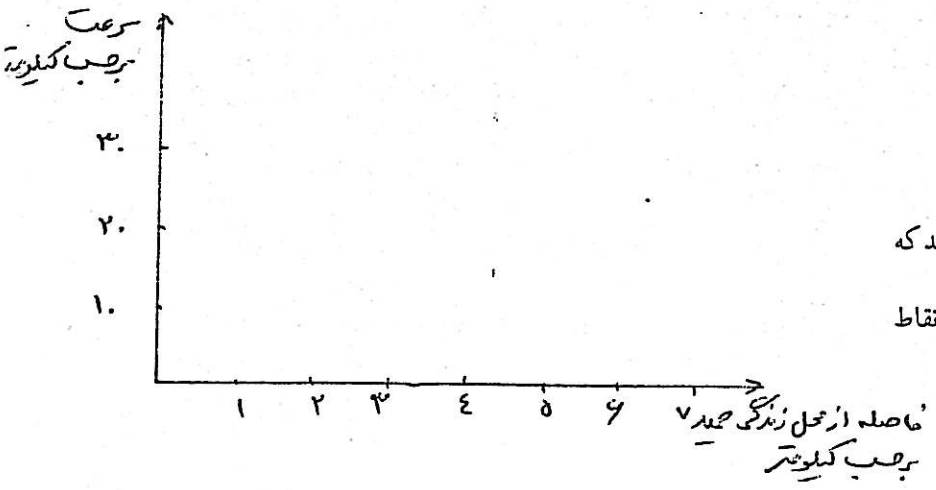


نمودار زیر در یک روز دوشنبه تهیه شده است:



- هریک از نقاط روی نمودار بالا مربوط به کدام یک از دانش‌آموزان می‌باشد. روی نمودار مشخص کنید.
- سعید و حسن روز دوشنبه چگونه به مدرسه رفته‌اند. توضیح دهید چگونه به این پاسخ رسیده‌اید؟
- راننده سرویس با سرعت ۳۰کیلومتر در ساعت در مسیر مستقیم جاده حرکت می‌کند ولی در سر پیچ‌ها باید سرعت خود را کم کند.

در شکل روبه‌رو نموداری رسم کنید که نشان دهد چگونه سرعت ماشین در نقاط مختلف مسیر تغییر می‌کند.



ارزش‌یابی عملکرد دانش‌آموزان در این فعالیّت بر توانایی آن‌ها در به کارگیری مفاهیم و مهارت‌های گوناگونی در ریاضی که باید هم‌زمان به کار گرفته شوند، تمرکز دارند. این مهارت‌ها شامل خواندن نقشه، تفسیر نقشه و انتخاب اطلاعاتی است که می‌توان به اطلاعات مسئله برای تشخیص زمان حدودی طی مسیر کودکان ربط داد و سپس انتخاب نقاط با برقرای تناظر بین این اطلاعات است. هم‌چنین به برقراری ارتباط بین مفاهیم زمان، مسافت و سرعت نیاز است. به‌علاوه، آن‌ها باید مدلی برای رفتن از خانه به مدرسه را برای دو تن از دانش‌آموزان به‌دست آورند. توضیحات دانش‌آموزان در پاسخ به این قسمت نشان‌گر توانایی آن‌ها در برقراری ارتباط بین مفاهیم ریاضی است و در قسمت آخر باید بین اطلاعات قسمت آخر و مفاهیم دیگر ارتباط برقرار کرده و نمودار رسم کنند.

ارزش‌یابی دانش‌آموزان در این فعالیّت شامل خواندن و تفسیر اطلاعات از روی نقشه، برقراری ارتباط بین اطلاعات و خلاصه نمودن نتیجه با ثبت نتایج روی نقشه و توضیحات آن‌ها و رسم نمودار به‌طور صحیح می‌باشد.

این‌گونه امتحانات کتبی در تعیین حد درک دانش‌آموزان از ریاضی بسیار مفید است. باید توجّه داشت ارزش‌یابی عملکرد دانش‌آموزان نباید فقط با یک فعالیّت انجام شود بلکه باید توسط فعالیّت‌های بسیاری در طول زمان در زمینه‌های مختلف ارزش‌یابی شود.

استاندارد ۵: حل مسئله

ارزش‌یابی توانایی دانش‌آموزان در استفاده از ریاضیات در حل مسائل باید شواهدی را دربر داشته باشد که آن‌ها قادرند:

- مسائلی را طراحی کنند.
- راهبردهای متنوعی را برای حل مسئله به کار برند.
- مسئله حل کنند.
- صحت نتایج را بررسی و نتایج را تفسیر کنند.
- راه‌حل تولید کنند.

اگر ریاضیات مدرسه بر حل مسئله تمرکز دارد، ارزش‌یابی نیز باید بر آن تأکید داشته باشد. توانایی حل مسئله در دانش‌آموز به مروز زمان و در نتیجه‌ی آموزش و فراهم بودن فرصت‌هایی برای برخورد با مسائل مختلف واقعی، رشد پیدا می‌کند. ارائه‌ی بازخورد به دانش‌آموز در مورد راه‌حل‌های استفاده شده و نتایج به‌دست آمده در حل مسئله برای رشد این توانایی مهم است و در عین حال، ارزش‌یابی می‌تواند اطلاعات مفیدی به معلّم درمورد وضعیت‌های مشکل‌ساز که چالش‌انگیز و

جالب بوده ولی هنوز قابل حل نیستند، برای دانش‌آموز فراهم سازد.

ارزش‌یابی باید شواهدی در زمینه‌ی توانایی دانش‌آموز در پرسش کردن، استفاده از اطلاعات داده شده، فرضیه‌سازی برای طرح مسئله، استفاده از راهبردهای حل مسئله و توانایی تفسیر نتایج فراهم سازد.

روش‌های ارزش‌یابی توانایی‌های فوق شامل مشاهده‌ی دانش‌آموزان به‌طور فردفرد در هنگام حل مسئله، در گروه‌های کوچک و یا مباحثات کلاس، گوش دادن به دانش‌آموزان در بیان راهبردهای استفاده شده در حل مسئله، تجزیه و تحلیل آزمون‌ها، تکالیف شب، ژورنال و انشانویسی می‌باشد.

بازخورد به دانش‌آموزان می‌تواند به‌طور شفاهی یا کتبی باشد. نمره گذاری باید شامل نمره گذاری به پاسخ و نمره گذاری به راهبردهای استفاده شده باشد. به مثال‌های زیر برای پایه‌های پیش‌دبستان تا کلاس پنجم توجّه کنید.

۱- طرح مسئله

شما ۸ سکه ۲۵تومانی، ۵ سکه ۱۵تومانی، ۱۱ سکه ۵تومانی و ۵ سکه‌ی ۱تومانی دارید.

اجناس زیر برای فروش به قیمت مشخص شده وجود دارند.

چیپس	۱۶۰ تومان
آدامس	۴۰ تومان
بیسکویت	۹۰ تومان
آب‌میوه	۱۲۰ تومان

با استفاده از اطلاعات فوق، یک مسئله بسازید.

این مسئله را می‌توان در قالب یک فعّالیّت کتبی دراختیار دانش‌آموزان قرار داد. دانش‌آموزان می‌توانند تعیین کنند که چه مقدار از اطلاعات فوق را می‌توانند استفاده کنند. آیا مسئله‌ی طرح شده منطقی است یا خیر یا در چه سطحی از ریاضیات قرار دارد. مسئله «چند سکه داریم؟» از ریاضیات کم‌تری استفاده می‌کند تا مسئله‌ی «آیا پول کافی برای خریدن ۳ بسته چیپس یا خرید همه‌ی اجناس فوق داریم؟ اگر خیر چه‌قدر پول نیاز داریم؟» لزوماً نباید از تمام اطلاعات استفاده کرد. مثلاً می‌توان سؤالی چون سؤال زیر را مطرح نمود.

«اگر یک بسته چیپس بخریم، چند بسته بیسکویت می‌توان خرید؟»

دانش‌آموزان می‌توانند در گروه‌های کوچک مسئله بسازند.

۲- حل مسئله

ابتدا مسئله‌ی زیر را بخوانید و به سؤال زیر پاسخ دهید.

مینا و زیبا و مونا در یک مسابقه‌ی دو شرکت کردند. مینا سه دقیقه و مونا پس از چهار دقیقه به پایان خطّ رسیدند. چه کسی برنده‌ی مسابقه بود؟

از این مسئله می‌توان برای پی بردن به این که آیا دانش‌آموز متوجّه شده است که اطّلاعات دیگری نیز برای حل مسئله لازم است، استفاده نمود. پس از پی بردن به لزوم اطّلاعاتِ دیگر می‌توان سؤال‌های دیگری چون سؤالات زیر را مطرح نمود: «آیا می‌توان زمانی را درنظر گرفت که زیبا برنده‌ی مسابقه شود؟» این مثال نشان می‌دهد که چگونه از یک مسئله‌ی معمولی می‌توان در طراحی فعّالیّت‌هایی که اطّلاعات مفقود، غیرمرتبط و... دارند، استفاده نمود.

۳- به کار بردن راهبردها برای حل مسئله

با استفاده از ماشین حساب، سه عدد پیدا کنید که حاصلضرب آن‌ها ۲۴۳۰ باشد. عملیاتی که برای پیدا کردن جواب انجام می‌دهید را ثبت کنید.

از این فعّالیّت، می‌توان برای راهبردهای حدس و آزمایش استفاده نمود. دانش‌آموزان باید حدس‌ها و نتایج را ثبت کنند تا بتوان مشاهده نمود که آیا دانش‌آموز از یک روش سیستماتیک برای حدس زدن استفاده می‌کند یا خیر یا آیا محدودیت‌هایی را برای حدس زدن فرض می‌کند یا خیر؟ (به‌طور مثال ممکن است فقط اعداد فرد را حدس بزند.) آزمایش حساب جهت سرعت بخشیدن به فرآیند استفاده می‌شود یا خیر؟ به دانش‌آموزان هم برای پاسخ صحیح و هم برای راهبردهایی که استفاده می‌کنند، نمره بدهید. به حدس‌های تصادفی نمره داده نمی‌شود. از دانش‌آموزان بخواهید روش‌های خود را توضیح دهند. به مثال‌های زیر برای پایه‌های ششم تا هشتم توجّه کنید.

۱- طرح مسئله: تشخیص صحت پاسخ و تفسیر نتایج

چهار تا از هر پنج دندانساز، خمیردندان... را توصیه می‌کنند. یک مسئله بنویسید که در ارتباط با این عبارت باشد. این مسئله را حل کنید.

ارزش‌یابی عملکرد دانش‌آموزان در این فعّالیّت بر انتخاب سؤال آن‌ها تمرکز دارد. سؤال ازنظر منطقی باید با عبارت ارتباط داشته باشد. به‌طور مثال اگر با ۱۰۰۰ دندانساز مصاحبه شده باشد، چند نفر خمیردندان را توصیه کرده‌اند؟ فعّالیّت را می‌توان بدین شکل ادامه داد: سؤالی بنویسید که پاسخ آن ۱۶۰ دندانپزشک باشد و با شرایط داده شده در بالا مطابقت داشته باشد.

۲- حل مسئله

تعداد ضربان نبض افراد باهم فرق می‌کند. به‌طور نرمال تعداد ضربان نبض دانش‌آموزان کلاس شما چندتاست؟ شرایط با ویژگی‌های خاصی چون ورزش کردن را که بر تعداد ضربان نبض اثر می‌گذارد، درنظر گرفته و اثر آن‌ها را مورد بررسی

قرار دهید.

ارزش‌یابی این فعّالیّت بر معقول و مستدل بودن سؤالات دانش‌آموزان و نحوه‌ی ارائه و ثبت داده‌ها بدون توجّه به بررسی صحت پاسخ یا جامعیت داشتن پاسخ تمرکز دارد.

این فعّالیّت، برای گروه‌های کوچک، به‌طور مثال در طول یک هفته انجام می‌شود. به تعداد و نحوه‌ی ارائه مانند جدول، نمودار، سؤال‌ها، گزارش کتبی و... می‌توان نمره داد. استفاده از ماشین‌حساب یا کامپیوتر نیز مطلوب است.

۳- به کار بردن راهبردها: حل مسئله، بررسی و تفسیر نتایج

ژورنالی از ریاضی برای خود تهیه کنید که شامل:

a) ثبت مسائل جالب توجّه (شامل آن‌هایی که هنوز هم حل نشده) باشد.

b) راهبردهایی را که برای حل این مسائل از آن‌ها استفاده کرده‌اید یا به آن‌ها فکر کرده‌اید را ثبت کنید.

c) توضیح دهید چگونه صحت پاسخ خود را بررسی می‌کنید (به‌طور مثال شرایط را بررسی کنید، مسئله را به شکل دیگر دوباره حل کنید، منطقی بودن پاسخ را بررسی کنید)

d) مسائل مشابه و مرتبط با آن را پیدا کنید.

e) مسائلی را که از طرف دانش‌آموزان دیگر مطرح می‌شوند، یادداشت کنید.

یک ژورنال حل مسئله، دانش‌آموزان را ملزم می‌نماید تا در حین حل مسئله روی کاری که انجام می‌دهند، نظر بدهند. اگر در حل مسائل دانش‌آموزان راهبردهای خود را تنوع بخشیده باشند و بین آن‌ها ارتباط برقرار کرده باشند، معلّم پیشرفت دانش‌آموز را مشاهده خواهد کرد. هم‌چنین مهارت‌های زبانی در بیان نوشتن پرورش می‌یابند.

استاندارد ۶: برقراری ارتباط

ارزش‌یابی توانایی دانش‌آموزان در برقراری ارتباط ریاضی باید شواهدی را فراهم سازد که دانش‌آموز بتواند:

- ایده‌های ریاضی را ازطریق نوشتن، بیان کردن و به تصویر کشیدن ارائه کنند.

- ایده‌های ریاضی را که به شکل نوشتاری، شفاهی یا دیداری بیان شده‌اند، درک کرده، تفسیر نموده و ارزیابی کنند.

- از کلمات، نمادها و ساختار ریاضی در ارائه‌ی ایده‌ها و توضیح و توصیف ارتباطات و مدلسازی وضعیت‌ها استفاده نمایند.

استانداردهای برنامه درسی باید یک دید پویا از محیط کلاس درس را ارائه کنند. لازمه‌ی این امر درگیر شدن دانش‌آموزان با رشد دانش ریاضی‌شان ازطریق اکتشاف، بحث، توضیح دادن و ارائه کردن می‌باشد. لذا مهارت برقراری

ارتباطات در یادگیری بسیار مهم است ولی برقراری ارتباط به شکل ریاضی برای برخی از دانش‌آموزان مشکل است زیرا برای انجام این کار باید از نمادهایی که معانی خاصی دارند (و در برخی موارد، معانی متفاوت از روزمره) استفاده شود. روش‌های سنتی ارزش‌یابی معمولاً بُعد اجتماعی ریاضی را نمی‌توانند مورد ارزش‌یابی قرار دهند. ارزش‌یابی توانایی برقراری ارتباط ریاضی دانش‌آموزان باید در هر دو جهت درک معانی اختصاص داده شده به مفاهیم و فرآیندهای ریاضی و نیز روانی آن‌ها در صحبت کردن راجع به درک و ارزیابی ایده‌های ریاضی باشد. لذا ارزش‌یابی باید قالب‌های مختلف را با تأکید بر برقراری ارتباط ریاضی با دیگران همراه با تکنولوژی دربر داشته باشد. هم‌چنین ارزش‌یابی باید نسبت به رشد زبانی دانش‌آموزان حساسیت داشته باشد چون برقراری ارتباط یک پدیده‌ی اجتماعی است. در ارزش‌یابی باید از توانایی دانش‌آموزان در برقراری ارتباط، بیان و تفسیر ایده‌های ریاضی آگاهی پیدا نمود. پس معلمین باید به وضوح، دقّت و مناسب بودن زبان مورد استفاده توجّه داشته باشند.

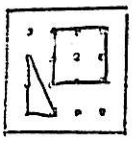
در پایه‌های اولیه زمانی که نهادها و زبان ریاضی به دانش‌آموزان معرفی می‌شوند، ارزش‌یابی درک زبانی دانش‌آموزان بسیار مهم است. در بسیاری موارد از عبارات و واژه‌های آشنا به‌جای عبارت ناآشنا با روشی ناآشنا استفاده می‌شوند. به‌طور مثال باید دید اگر دانش‌آموزی در پاسخ ۷= □ +۵، عدد ۱۲ را ارائه کند، علامت = را به‌عنوان علامتی برای جمع کردن درنظر گرفته یا بیان متساوی بین دو طرف تساوی. در این مثال مشکل در درک زبان است.

در این سنین، گرچه باید دانش‌آموزان را به بیان تفکراتشان و سؤال کردن راجع به مفاهیم و فرآیند ترغیب نمود، ارزش‌یابی توانایی برقراری ارتباط باید به شکل غیررسمی و در حین تدریس انجام گیرد. دانش‌آموزان در این سنین راحت‌تر هستند تا مفاهیم را با مثال یا ارائه‌ی شکل یا وسایل کمک آموزشی مانند چینه‌ها ارائه کنند. در عین حال تمایل آن‌ها در شرکت در مباحثات کلاسی باید مورد توجّه قرار گیرد. هم‌چنین باید میزان و نحوه‌ی گوش دادن دانش‌آموزان به مورد ارزش‌یابی قرار گیرد. در فضایی که دانش‌آموزان به بیان توضیحات و عقایدشان تشویق می‌شوند، با سؤالاتی از قبیل: «پاسخ فریده چه فرقی با پاسخ فرزانه دارد؟» یا «آیا می‌توانید توضیحات ارائه شده را با بیان خود بگویید؟» دانش‌آموزان را می‌توان سنجید.

به فعّالیّت زیر برای ارزش‌یابی مهارت صحبت کردن و گوش دادن در پایه‌های پیش دبستانی تا پنجم توجّه کنید:

دو دانش‌آموز تخته‌ی میخی در اختیار دارند. روی یکی طرحی خاص درست شده و دیگری طرحی ندارد. دانش‌آموزان طوری نشسته‌اند که یک‌دیگر و تخته‌های هم را نمی‌بینند. دانش‌آموزی که تخته‌ی دارای طرح دراختیارش است، باید به دانش‌آموز دیگر دستورالعمل‌هایی را بگوید که دیگری بتواند همان طرح را روی تخته‌ی خود بسازد.

این فعّالیّت را می‌توان به شکل دیگری نیز اجرا نمود. از دانش‌آموز دوم بخواهید تا از دانش‌آموز اوّل که تخته‌ی



طرح‌دار را دراختیار دارد، سؤال کند. در ارزش‌یابی این فعّالیّت می‌توان به نکاتی مانند زیر توجّه کرد:

آیا دانش‌آموز طرح را خُرد می‌کند (چند واحد به راست افقی، چند واحد به بالا...) یا طرح را به‌طور کلّی می‌بیند (مثلث قائم‌الزاویه، مربع...) یا این که آیا دانش‌آموز از بیش از یک روش برای معرفی شکل استفاده می‌کند....

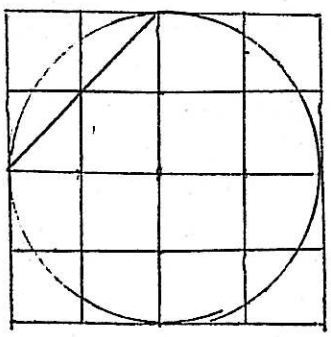
در پایه‌های بالاتر وضوح و صحت برقراری ارتباط مهم است. چراکه دانش‌آموزان از مفاهیم و معانی آن‌ها آگاهی پیدا کرده‌اند. اغلب دانش‌آموزان تمایل به عمومیت دادن معانی مفاهیم ابتدایی دارند. لذا باید به وضوح صحبت‌های آن‌ها و سنجش درک آن از واژه‌ها و عملیات توجّه خاصی داشت.

به‌طور مثال، تجربیات اولیه‌ی دانش‌آموزان از ضرب بدین صورت بوده است که دانش‌آموزان دیدند که حاصلضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از هر دو عدد ضرب شده است. حال این مفهوم باید به گونه‌ای بیان شود که مثلاً با جبر اعداد منفی تناقضی نداشته باشد و یا در مورد علائم، «-» که قبلاً به‌عنوان عمل تفریق شناختند حال معنای جهت نیز در اعداد منفی دارد. در اینجا، ارزش‌یابی باید به شکل غیررسمی و شفاهی باشد تا بتوان شکل و صحت توضیحات و وضوح توضیحات را با سؤالی از قبیل چرا، چگونه، چه می‌شد اگر و... سنجید زیرا از زمانی که دانش‌آموز بپذیرد که برقراری ارتباط در مورد مفاهیم جزئی تفکیک‌ناپذیر از یادگیری در کلاس است با تمایل بیشتری در بیان نظرات خود شرکت می‌کند. هم‌چنین تفسیر و تجزیه و تحلیل بیانات دیگران و دفاع از نظرات خود و دیگران امری مهم است.

به‌طور مثل اگر در یک پروژه دانش‌آموزی از یک نمودار جعبه‌ای استفاده نمود، دیگران باید بتوانند اطّلاعات فوق را بررسی و تجزیه و تحلیل کنند و خود دانش‌آموز باید بتواند از نظرش و دلیل انتخاب این نمودار و... دفاع نماید.

در سال‌های بالاتر به دلیل آن که دانش‌آموزان با ابعاد مجرد ریاضی و نمادهای ریاضی بیش‌تر سروکار دارند، علاوه بر ارزش‌یابی غیررسمی و شفاهی باید به‌طور کتبی نیز از دانش‌آموزان سؤال نمود تا دقّت آنان و نیز در مواردی نحوه‌ی استفاده از نمادها نیز سنجیده شود. به مثال زیر توجّه کنید:

تصور کنید که با یکی از همکلاسی‌هایتان ازطریق تلفن صحبت کنید و می‌خواهید که او یک شکل و یا نمودار را رسم کند. (دانش‌آموز دیگر شکل را نمی‌بیند.) دستورالعملی بنویسید تا دانش‌آموز دیگر با دنبال نمودن آن بتواند شکل را به‌طور دقیق رسم کند.



استاندارد ۷: استدلال

ارزش‌یابی توانایی دانش‌آموزان در استدلال به شکل ریاضی باید به گونه‌ای باشد که نشان دهد دانش‌آموزان می‌توانند:

- از استدلال استقرایی برای شناختن الگو و فرضیه‌سازی استفاده کنند.
- از استدلال برای پرورش مباحثات معقول در موضوعات ریاضی استفاده کنند.
- از استدلال فضایی و نسبتی در حل مسائل استفاده کنند.
- از استدلال استقرایی در تعیین صحت درستی نتیجه و قضاوت روی اعتبار مباحثات استفاده کنند.
- وضعیت‌های مختلف را تجزیه و تحلیل نموده تا ویژگی‌ها و ساختارهای مشترک را تعیین کنند.

نحوه و نوع استدلال دانش‌آموزان مهم است و گاهی نمی‌توان آن را ازطریق مشاهده‌ی پاسخگویی دانش‌آموز به‌طور شفاهی و کتبی سنجید. فرضیه‌سازی براساس مثال‌ها و نمونه‌هایی که دانش‌آموزان دیده‌اند و حقایقی از ریاضیات که می‌دانند درست هستند، بسیار مهم است. پس ارزش‌یابی باید به گونه‌ای باشد که انواع مختلف استدلال‌هایی که دانش‌آموزان استفاده می‌کنند، بسنجد.

مثال‌های زیر بیانگر فعالیت‌هایی هستند که توانایی دانش‌آموزان را در استدلال می‌سنجد. از این مثال‌ها می‌توان در تدریس و یا بحث‌های کلاسی و یا ارزش‌یابی رسمی استفاده نمود. در سنین پایین‌تر باید از دانش‌آموزان خواست تا توضیحات و پاسخ‌های خود را به‌طور شفاهی بیان کنند.

۱- استدلال استقرایی براساس دانسته‌ها

اگر ۱۵=۲۰-۳۵، حاصل ۱۹-۳۵ برابر چند خواهد بود؟ چرا؟

در این مثال به دنبال برقراری ارتباط بین عبارت اوّل و دوم در پیدا کردن پاسخ هستیم.

۲- تجزیه و تحلیل یک وضعیت برای تعیین ویژگی‌ها و ساختار مشترک

درگروه‌های کوچک از دانش‌آموزان بخواهید تا با بریده‌های یک مربع و یک مستطیل کارکرده و به سؤالات زیر پاسخ دهند.

- ویژگی‌های مشترک مربع و مستطیل را پیدا کرده، نام ببرند.
- ویژگی‌هایی که مشترک نیستند را پیدا کنند و نام ببرند.

یک پاسخ خوب می‌تواند به این امر اشاره داشته باشد که هر دو شکل دارای چهار زاویه‌ی قائمه هستند. پاسخی که در این حالت ارزش کم‌تری دارد می‌تواند عبارت باشد از ویژگی‌های مربع و مستطیل به‌طور جداگانه بدون انجام مقایسه بین آن‌ها زیرا در این حالت توانایی مقایسه و استخراج مفاهیم اهمیّت دارد.

۳- استدلال فضایی

چشمان دانش‌آموزان را بسته و به آن‌ها یک مکعب و یک هرم پنج‌وجهی با قاعده‌ی مربع بدهید و از آن‌ها بخواهید به سؤالاتی چون سؤال‌های زیر را پاسخ دهند.

- جسمی که در دست دارید، چه شکلی دارد؟

- این شیء چند گوشه دارد؟

این فعالیّت را می‌توان با اجسام فضایی دیگر و سؤالاتی چون «جسم چند لبه دارد؟» نیز ادامه داد. دانش آموزانی که بتوانند جزئیات بیشتری را توصیف کنند، درک بهتری از استدلال فضایی نسبت به آن‌هایی دارند که فقط به‌طور مکانیکی لبه‌ها یا گوشه‌ها را می‌شمرند.

در پایه‌های ششم تا هشتم ابعاد مجرد استدلال بیش‌تر مورد توجّه قرار می‌گیرد.

۱- استدلال استقرایی

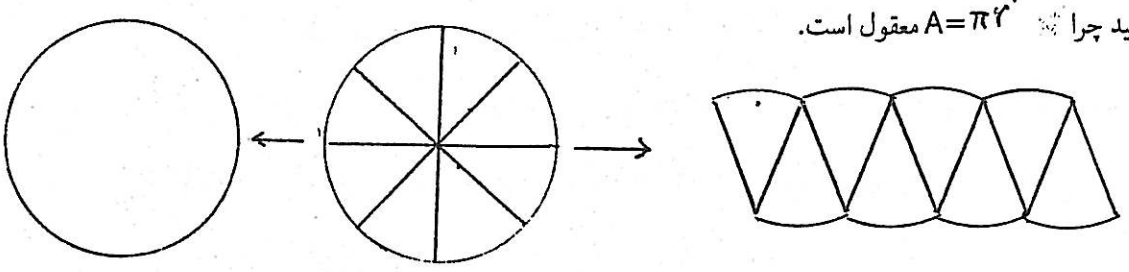
از دانش‌آموزان بخواهید وضعیت‌های زیر را درنظر بگیرند.

پنج دانش‌آموز نمرات ۶۲، ۷۵، ۸۰، ۸۶ و ۹۲ دریافت کرده‌اند. میانگین نمرات را به‌دست آورید. اگر به نمرات این دانش‌آموزان ۱ یا ۰ یا ۸ یا x امتیاز افزوده شود، میانگین این نمرات چه‌قدر افزایش می‌یابد. برای پاسخ خود توضیح ارائه کنند.

برخی دانش‌آموزان ممکن است به بیش از سه مثال برای رسیدن به یک فرضیه نیاز داشته باشند. این تمرین بر قدرت دانش‌آموزان در عمومیت دادن بر پایه موارد خاص تأکید دارد. دانش‌آموزانی که توانایی کم‌تری در استدلال استقرایی دارند، پاسخ مواردی را که با عدد سروکار دارند به راحتی پیدا کرده ولی نمی‌توانند قاعده را برای حالت کلّی x عمومیت دهند. برای سرعت بخشیدن به این فرآیند می‌توان از کامپیوتر یا ماشین‌حساب در به‌دست آوردن پاسخ قسمت‌های عددی استفاده نمود.

۲- استدلال استقرایی و رشد مباحثات عقلانی

از گروهی از دانش‌آموزان بخواهید تا مدل شکل روبه‌رو را ساخته و فرمول پیدا کردن مساحت دایره را به‌دست آورند یا توضیح دهید چرا $A=\pi r^2$ معقول است.



۳- استدلال نسبتی (تناسبی)

این سؤال را مطرح کنید: چند نفر از دانش‌آموزان مدرسه شما چپ دست هستند؟

از دانش‌آموزان بخواهید فرآیندی را طراحی کنند که در آن نمونه‌ای از دانش‌آموزان را بررسی نموده و تعداد دانش‌آموزان چپ دست در آن نمونه را پیدا کنند و سپس از استدلال نسبتی برای تعیین تعداد دانش‌آموزان چپ دست در کل مدرسه استفاده نمایند. برای پاسخ به این فعالیّت، دانش‌آموزان باید نمونه‌ای انتخاب کنند و سپس از تناسب برای پیداکردن پاسخ استفاده نمایند. موضوعات دیگر را نیز می‌توان به همین روش بررسی نمود.

استاندارد ۸: مهارت‌ها و مفاهیم ریاضی

ارزش‌یابی دانسته‌ها و درک دانش‌آموزان از مفاهیم ریاضی باید شواهدی فراهم سازد که دانش‌آموزان می‌توانند:

- مهارت‌ها و مفاهیم را شناسایی کرده، توضیح داده و تعریف کنند.
- مثال‌هایی از مهارت‌ها و مفاهیم را تشخیص داده یا تولید کنند.
- از نمودارها و نمادها برای ارائه‌ی مفاهیم استفاده کنند و آن‌ها را در محاسبات به کار ببرند.
- مهارت‌ها و مفاهیم را از یک مدل به مدل دیگر ترجمه کنند.
- مهارت‌های مختلفی را که یک مفهوم را به کار می‌برند، تشخیص دهند.
- ویژگی‌های یک مهارت یا مفهوم داده شده را تشخیص دهند و شرایطی را که یک مهارت یا مفهوم خاص در آن مطرح می‌شود، بشناسند.
- مهارت‌ها و مفاهیم را باهم مقایسه کرده و آن‌ها را مقابله کنند.
- مهارت‌های مختلف را با مهارت‌های خود بیامیزند و مفاهیم مختلف را با دانسته‌های خود تلفیق کنند.

مفاهیم، مواد اولیه‌ی دانش ریاضی هستند. دانش‌آموزان زمانی می‌توانند ریاضیات را درک کنند که مفاهیم آن را درک کنند و بتوانند آن‌ها را تفسیر و تعبیر کنند و زمانی می‌توانند آن‌ها را به کار ببرند که مهارت‌های مربوط به آنان را کسب کنند. به‌طور مثال، برای آن که دانش‌آموزان مهارت تفریق یا دسته‌بندی را کامل کنند، باید مفهوم ارزش مکانی را درک کنند. چون درک مفاهیم برای انجام ریاضیات به‌طور معنادار مهم است. ارزش‌یابی باید به گونه‌ای باشد که میزان کسب مهارت‌های دانش‌آموزان را بسنجد. فعالیّت‌هایی که در آن‌ها لازم است تا دانش‌آموزان مفاهیم را به کار گیرند، شواهد خوبی از یادگیری مفاهیم دراختیار قرار می‌دهند. توصیه می‌شود از فعالیّت‌هایی استفاده شود که در آن‌ها جنبه‌های مختلف یادگیری را یکجا بتوان سنجید. ارزش‌یابی مهارت‌ها و مفاهیم مربوط به آن باید متناسب با روش تدریس باشد.

به‌طور مثال اگر در سال‌های اولیه کسر ازطریق مواد آموزشی ملموس آموخته شده، در ارزش‌یابی نیز باید فرصت‌هایی

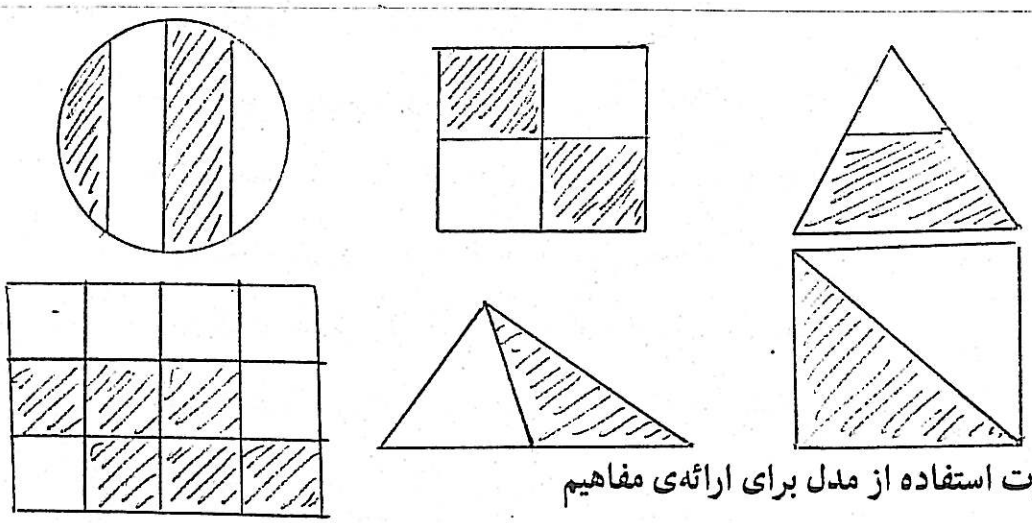
را فراهم آورد تا دانش مفهومی دانش‌آموزان ازطریق همان مهارت‌های کاربرد مواد آموزشی ملموس سنجیده شود.

مثال زیر برای پایه‌های پیش‌دبستان تا پنجم ارائه شده است:

۱- تشخیص یا تولید مثال‌های یک مفهوم

اگر از دانش‌آموز بپرسیم: کدام یک از شکل‌ها نشان‌دهنده‌ی آن است که $\frac{۱}{۲}$ شکل رنگ شده است؟

این‌جا دانش‌آموز باید مثال‌های $\frac{۱}{۲}$ را از دیگر مثال‌ها تشخیص دهد. او برای پاسخگویی لازم است مفاهیم را کاملاً بشناسد (به‌طور مثال در این‌جا مساحت قسمت رنگ زده شده باید برابر مساحت قسمت بدون رنگ باشد و این که قسمت‌ها کاملاً هم شکل نباشند مهم نیست.) اما از آن‌جا که دانش‌آموز خودش کسر $\frac{۱}{۲}$ را نساخته است، سؤال بالا سؤال خوبی نیست. بهتر بود از او می‌خواستیم که در چند شکل مختلف $\frac{۱}{۲}$ آن‌ها را رنگ کند. در این صورت دلیل محکم‌تری برای درک مفهوم $\frac{۱}{۲}$ داشتیم.



۲- مهارت استفاده از مدل برای ارائه‌ی مفاهیم

یک بلوک شش ضلعی زرد نشان‌دهنده‌ی یک واحد است. از بلوک‌ها برای نشان دادن $\frac{۱}{۳}$ $\frac{۱}{۲}$ $\frac{۱}{۶}$ و $\frac{۲}{۳}$ استفاده کنید. از دانش اموزان باید خواسته شود تا پاسخ‌های خود را توضیح دهند و تشویق شوند که یک کسر را با بلوک‌های مختلف نشان دهند. برای مثال با استفاده از بلوک‌های ذوزنقه شکل یا بلوک مثلث شکل می‌توانند $\frac{۱}{۲}$ را نشان دهند.

این فعالیت درک دانش‌آموزان از کسر به‌عنوان جزئی از واحد را نشان می‌دهد.

۳- مقایسه و مقابله‌ی ویژگی‌های مهارت‌ها و مفاهیم داده شده

به دانش‌آموزان برگه‌ای که شکل تعدادی چهارضعلی روی آن کشیده شده، بدهید. شکل‌ها را شماره گذاری کرده تا بتوانند به راحتی به آن‌ها اشاره کنند. از دانش‌آموزان بخواهید شکل‌ها را بریده و آن‌هایی را که با توصیف‌های زیر مطابقع دارند، بالا نگه دارند.

- شکل‌هایی را که چهارضلع دو به دو موازی دارند، بالا نگه دارید. آن‌ها چه نام دارند؟ (متوازی‌الاضلاع، پاسخ‌ها

باید شامل مربع و مستطیل باشند.)

- شکل‌هایی را که چهار ضلع مساوی دارند، بالا ببرید. آن‌ها چه نام دارند؟ (لوزی، پاسخ‌ها باید شامل مربع‌ها در جهات مختلف باشند.)

با این فعالیّت، می‌توان دلایلی ارائه کرد که کدام یک از دانش‌آموزان مفاهیم و ویژگی‌های چهارضلعی‌ها را درک کرده‌اند. دانش‌آموزی که در پاسخ به سؤال اوّل مربع یا مستطیل را بالا نبرد، ممکن است نشان دهد که ویژگی چهارضلعی‌ها و متوازی‌الاضلاع را خوب درک نکرده است. می‌توان در ادامه ارزش‌یابی از دانش‌آموزان خواست تا دلایل پاسخ‌های خود را توضیح دهند.این فعالیّت اثبات محکم‌تری برای درک مفاهیم ارائه می‌کرد، اگر از دانش‌آموزان می‌خواستیم شکل‌های متنوع با خواص داده شده بسازند.

۴- تلفیق مهارت‌ها و مفاهیم

از دانش‌آموزان بخواهید در گروه‌های ۴ یا ۵ نفره کار کنند. به هر گروه سه برگه (عکس پیتزا بدهید. از آن‌ها بخواهید تا بگویند به هریک از اعضای گروه چه‌قدر پیتزا می‌رسد (به‌طور مساوی بین اعضا تقسیم شود.)

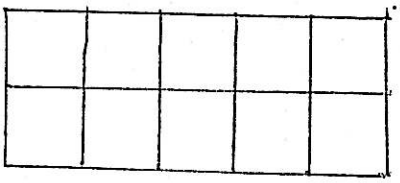
این فعالیّت، درک دانش‌آموزان از کسر را به‌عنوان یک تقسیم نشان می‌دهد و مهارت آن‌ها را در استفاده از کسر در یک وضعیت واقعی نشان می‌دهد. دانش‌آموزانی که مهارت داشته باشند تا مقدار پیتزا برای هر نفر را به شکل کسری که نشان‌دهنده‌ی قسمتی از یک پیتزا است، بیان کنند، مفهوم کسر به‌عنوان قسمتی از یک سطح را دریافته‌اند.

مثال‌های زیر برای پایه‌های ششم تا هشتم ارائه شده است.

۱- مهارت‌های مختلف که یک مفهوم را به کار می‌برند، تشخیص دهند

از نمودار برای ارائه‌ی مفاهیم استفاده کنند و بین مدل‌ها برای ارائه‌ی مفاهیم ارتباط برقرار کنند.

هریک از شکل‌های روبه‌رو را به گونه‌ای کامل کنید که نشان‌دهنده‌ی $\frac{۲}{۵}$ باشند.

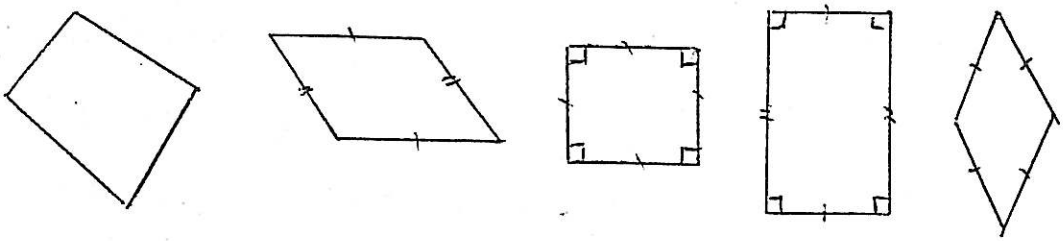


این فعالیّت، مهارت ساختن یک کسر را در صحنه‌های مختلفی می‌تواند بسنجد. برای کلاس‌های بالاتر می‌توان این فعالیّت را به شکل درصد تا اعشاری و یا نسبت انجام داد.

۲- مثال‌هایی از مهارت‌ها و مفاهیم را تشخیص داده و آن‌ها را مقایسه کرده و مقابل هم قرار دهند

در شکل، روی هر شکل چهارضلعی، علامت چ، متوازی‌الاضلاع، علامت ت، مستطیل، علامت ط، لوزی، علامت ز و

مربع علامت ع قرار دهید. می‌توانید بیش از یک حرف روی یک شکل قرار دهید.



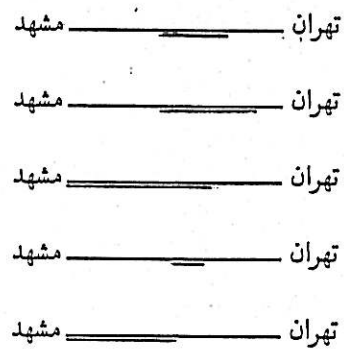
برای دانش آموزانی که پاسخ درست داده‌اند، مدارک ما می‌توانند تاحدی نشان دهند که درک درستی از این که یک شکل را می‌توان در دسته‌های مختلف قرار داد، کسب نموده‌اند. این مثال ارتباط بین دسته‌بندی‌های مختلف چهارضلعی‌ها را نشان می‌دهند (به‌طور مثال تمام مربع‌ها، مستطیل و لوزی هستند و تمام مستطیل‌ها، متوازی‌الاضلاع هستند.) سؤال بالا، سؤال خوبی نیست. بهتر بود همین مثال به روش ساختنی ارائه می‌شد.

در این فعّالیّت، می‌توان از دانش‌آموزان خواست تا توضیحات خود را به‌طور شفاهی یا کتبی ارائه نمایند و نیز ویژگی‌هایی را که نامربوط هستند، چون جهت قرارگرفتن شکل‌ها تشخیص دهند.

۳- تلفیق مهارت‌ها و مفاهیم

در مسافرت از مشهد به تهران، اکبر در صندلی عقب ماشین پس از طی نیمی از مسیر خوابش برد. پس از بیدار شدن متوجّه شد که هنوز باید نیمی از مسیری را که در خواب طی شده بود، طی شود. چه کسری از کل راه را او خوابیده بود؟

اگر قسمت هاشور زده شده در هر شکل زمان خوابیدن اکبر را نشان دهد، کدام شکل برای نشان دادن پاسخ دقیق‌تر است؟



این فعّالیّت، به قطعیت مشخص نمی‌کند که آیا دانش‌آموز توانسته است از دانش خود درمورد کسر برای تعیین یک وضعیت و حل مسئله استفاده نماید یا خیر. اگر همین فعّالیّت به روشی انجام شود که دانش‌آموز جواب را بسازد، ارزش‌یابی صحیح صورت گرفته است.

استاندارد ۹: روش‌های ریاضی

ارزش‌یابی دانش‌آموزان از روش‌های ریاضی باید شواهدی فراهم سازد که نشان دهد دانش‌آموزان می‌توانند:

- تشخیص دهند چه وقت یک روش مناسب است.
- دلایل و انتخاب روش و عملکرد را بیان کنند.
- به‌طور پایا عملکرد زا انجام دهند.
- صحت نتایج یک روش را به‌طور تجربی یا تجزیه و تحلیل تئوری بررسی کنند. (مثلاً با استفاده از مدل)
- روش‌های درست و نادرست را تشخیص دهند.
- روش‌های جدیدی را طراحی و یا روش‌های دیگر را اصلاح نمایند.
- نقش و ماهیت روش‌ها و مهارت‌ها را در ریاضیات ارج نهند.

در ریاضیات مدرسه‌ای، مهارت‌ها معمولاً محاسباتی است ولی همه‌ی مهارت‌ها در ریاضیات محاسباتی نیستند. مهارت‌های ریاضی چون رسم نیمساز یک زاویه و یا رسم عمودمنصف از یک نقطه روی پاره خطّ مهارت هستند ولی محاسباتی نیستند. دانش و علم به روش‌ها و مهارت‌ها فقط اجرای آن‌ها نیست. دانش‌آموزان باید بدانند که چه وقت از آن‌ها استفاده کنند، چرا آن‌ها مؤثر هستند و چگونه می‌توان تشخیص داد با استفاده از این مهارت‌ها می‌توان به پاسخ صحیح دست یافت. هم‌چنین باید بدانند که مفاهیم استفاده شده در یک مهارت چیست و چرایی آن را دریابند.

پس ارزش‌یابی دانش‌آموزان از دانش آن‌ها درمورد مهارت‌ها فقط به اجرای آن‌ها محدود نمی‌شود بلکه باید تمام جنبه‌های ذکر شده را مورد ارزش‌یابی قرار دهد.

مثال‌های زیر برای پایه‌های پیش‌دبستان تا پنجم مناسبند.

۱- تشخیص دهد که چه وقت از یک روش و مهارت استفاده کند.

دانش‌آموزان را در گروه‌های کوچک قرار دهید. آن‌ها را هدایت کنید تا یک داستان که شامل اعداد دورقمی که در برخی مسائل نیاز به ضرب این اعداد درهم باشد، بیان کنند. سپس از گروه‌ها بخواهید تا داستان‌ها را باهم عوض کرده و آن‌هایی راکه نیاز به ضرب کردن دارند از دیگر داستان‌ها جدا کنند. داستان‌ها بهتر است شامل چند مرحله عملیات باشند نه فقط یک ضرب ساده.

۲- تعیین صحت نتیجه‌ی یک محاسبه

حاصل ۳۵-۶۲ را به‌دست آورید. از چینه‌ها یا مواد آموزشی دیگر که اعداد دو رقمی را می‌توان به کمک آن‌ها نشان داد برای نشان دادن صحت پاسخ خود استفاده کنید.

هدف از سؤال این است که دانش‌آموزان به‌طور فعال روشی برای پیدا کردن پاسخ به‌دست آورده و به‌طور تجربی حاصل آن را به‌دست آورند. ارزش‌یابی می‌تواند بر توانایی دانش‌آموزان در انتقال و یا مهارت آن‌ها در شمارش تمرکز داشته باشد نه فقط بر پاسخ عددی صحیح.

۳- تولید یک روش جدید

بیژن سعی دارد تا دو عدد دورقمی را بدون انتقال از هم کم کند: (۲۶-۷۵) او چگونه باید مسئله را تغییر دهد تا این عمل را بدون نوشتن ۷۵ به شکل ۱۵+۶۰ حل کند. برای مثال یک روش این است که به هر دو عدد ۴ واحد اضافه کند ۳۰-۷۹ را به‌دست آورد. از هر روشی استفاده شود، مهم این است که دانش‌آموز روش خود را توضیح دهد. ارزش‌یابی باید بر دقّت روش انتخاب شده و نیز توانایی دانش‌آموزان در توضیح چگونگی انجام عمل تمرکز داشته باشد.

مثال‌های زیر برای پایه‌های ششم تا هشتم مناسبند.

۱- تشخیص این که چه زمانی از روش‌ها استفاده باید شود.

کشوهای یک مدرسه از ۱ تا ۵۰۰ شماره گذاری شده‌اند. اگر از یک شروع کنید، کشوها شش درمیان با برچسب آبی مشخص شده‌اند و نُه درمیان با برچسب زرد و ده‌درمیان با برچسب سبز. اولین کشویی که هر سه برچسب را دارد، شماره‌ی چند است؟

برای حل این مسئله نیاز به پیدا کردن کوچک‌ترین مضرب مشترک اعداد ۶، ۹ و ۱۰ است. پاسخ شامل دو مرحله است:

۱- تشخیص این که از ک.م.م. باید استفاده شود.

۲- ک.م.م. به‌طور صحیح به‌دست آورده شود.

ارزش‌یابی باید به هر دو مرحله توجّه داشته باشد.

۲- به‌طور صحیح و دقیق یک روش را اجرا کند

ک.م.م. اعداد زیر را به‌دست آورید:

الف) ۱۲ و ۱۸ ب) ۵، ۶ و ۲۰ ج) ۷ و ۲۱

د) ۸ و ۹ ه) ۱ و ۶ و) ۶، ۹ و ۱۰

به تنوع اعداد توجّه کنید در (ج) یکی از اعدا مضرب دیگری است، در (د) یکی از اعداد، عدد اوّل است، در (ه) یکی از اعداد ۱ است. در (ب) و (و) نیاز به اعمال به روش خاصی از طرف دانش‌آموز است. ارزش‌یابی باید بر مهارت در چگونگی پیدا کردن پاسخ صحیح تمرکز داشته باشد.

۳- روش‌های درست و نادرست را تشخیص دهد

مسئله $\frac{۴}{۷} < ? < \frac{۲}{۵}$ به علی داده شد. او گفت که $\frac{۳}{۶}$ بین $\frac{۲}{۵}$ و $\frac{۴}{۷}$ است. معلّم از علی خواست تا توضیح دهد که چگونه به این پاسخ رسیده و چرا فکر می‌کند این روش برای پیدا کردن پاسخ درست است. علی گفت که او ۳ را برای صورت کسر انتخاب نمود چون ۴>۳>۲ و ۶ را برای انتخاب دو مخرج چون ۷>۶>۵. علی ادعا کرد که این روش همواره پاسخگو است و مثال‌های زیر را ارائه کرد.

$\frac{۲}{۴}$ بین $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۳}{۵}$ است.

(ب) $\frac{۴}{۹}$ بین $\frac{۲}{۵}$ و $\frac{۶}{۱۱}$ است.

آیا مثال‌های علی درست هستند؟ آیا این روش همواره درست است. پاسخ خود را توضیح دهید.

گروه کمی از کودکان می‌توانند مثال‌های دیگری ارائه کنند که روش علی را تأیید کند. قدم اصلی در مسئله این است که کسرهای مختلفی (دوبه‌دو) را درنظر گرفته و به حالات بسیاری که برای صورت و مخرج کسر «پاسخ» ممکن است واقع شود، توجّه داشت. در ارزش‌یابی باید دید که آیا دانش‌آموزان می‌توانند مثال‌های بیش‌تری برای روش علی پیدا کنند یا خیر. اگر به‌طور مداوم مثال‌هایی را انتخاب کنند، تفاوت صورت و مخرج آن‌ها ۲ است. ممکن است به اشتباه نتیجه بگیرند که این روش درست است. پیدا کردن کسری که درست نباشد، چون $\frac{۳}{۸}$ در مثال «ب» یک پاسخ قابل قبول است. یک بررسی دقیق‌تر آن است که وضعیت‌هایی چون $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۲}{۴}$ را بررسی کنند و ببینند که روش فوق چگونه در این‌گونه مثال‌ها قابل اجراست.

۴- ماهیت و نقش ریاضیات را ارج نهد

برای ارزیابی این ویژگی باید به‌طور مستمر دانش‌آموز ارزش‌یابی شود و یک آزمون یا تکلیف کافی نیست. در این زمینه لازم است فرصت‌هایی به دانش‌آموزان داده شود تا روش‌هایی را طراحی کنند. باید این باور در دانش‌آموزان شکسته شود که روش‌ها فقط دستورالعمل‌های قدم به قدمی هستند که از طرف معلّم یا مراجع دیگر دراختیار دانش‌آموزان قرار می‌گیرند. سؤال‌هایی که می‌توان از دانش‌آموزان پرسید از قبیل سؤالات زیر هستند.

- آیا دانش‌آموزان درک کرده‌اند که روش‌ها برای هدف یا رسیدن به نیاز خاصی طراحی شده‌اند؟
- آیا دانش‌آموزان شرکت در طراحی یک روش یا بسط یک روش را ارزشمند می‌دانند؟
- اگر دانش‌آموزی در حل یک مسئله روش آن را فراموش کرده باشد، آیا فوراً به دنبال کمک می‌گردد یا خود سعی می‌کند روشی برای خود طراحی کند؟
- آیا دانش‌آموز روش‌های بدیل را برای رسیدن به پاسخ یک مسئله درنظر می‌گیرد؟

- آیا بین روش‌های مختلف برای انتخاب مؤثرترین یا سریع‌ترین روش قضاوت می‌کند؟

یا زمانی که روش جدیدی معرفی می‌شود، سؤالات زیر باید مورد بررسی قرار گیرند.

- آیا دانش‌آموز سعی می‌کند بین مراحل مختلف اجرای روش ارتباط برقرار کند و دلایل اجرای هر مرحله را دریابد؟

- آیا این که روش ارائه شده به پاسخ می‌رسد یا خیر را مورد بررسی قرار می‌دهد؟

- آیا سعی می‌کند صحت نتیجه‌ی به‌دست آمده را مورد بررسی قرار دهد.

پاسخ این‌گونه سؤالات می‌تواند درک دانش‌آموزان از ماهیت و نقش روش‌های مختلف حل مسئله را ارزش‌یابی کند.

استاندارد ۱۰: نظام ریاضی

در ارزش‌یابی نظام ریاضی دانش‌آموزان باید توانایی‌های زیر مورد بررسی قرار گیرد:

- اعتماد به نفس در استفاده از ریاضیات، برای حل مسائل، استدلال، برقراری ارتباط، مطرح نمودن ایده‌ها و تفکرات

- انعطاف در بررسی و کاربرد ایده‌های ریاضی و استفاده از روش‌های بدیل در حل مسائل

- تمایل به شرکت و ادامه تکالیف ریاضی

- علاقه، حس کنجکاوی و نوآوری در انجام ریاضیات

- تمایل به بررسی و نظارت و بازنمایی افکار و عملکرد خود.

- ارج نهادن بر کاربرد ریاضیات در وضعیت‌های رشته‌های مختلف و یا تجارت روزمره.

- ارج نهادن بر نقش ریاضیات در فرهنگ خود و به‌عنوان یک ابزار و یک زبان

یادگیری ریاضیات فراتر از یادگیری چند مفهوم، روش یا کاربرد است، بلکه شامل رشد یک نظام ریاضی و نیز درک این امر که ریاضی یک ابزار قوی در نگاه به مسائل در وضعیت‌های مختلف است، می‌باشد که نه فقط نگرش بلکه تمایل به تفکر و عمل به‌طور مثبت دارد. قسمتی از ارزش‌یابی دانش ریاضی به ارزش‌یابی این ویژگی‌ها بر می‌گردد.

این‌گونه اطّلاعات، بیش‌تر ازطریق مشاهده‌ی روزمره‌ی دانش‌آموزان و تمایل آن‌ها در شرکت در بحث‌ها و حل مسائل و به پایان رسانیدن یک وظیفه به‌طور گروهی یا فردی می‌باشد. دانش‌آموزان ممکن است ریاضیات را دوست داشته باشند ولی ویژگی‌هایی را که در این استاندارد مورد توجّه قرار دارند را از خود نشان ندهند. برای مثال، دانش‌آموزی ممکن است ریاضی را دوست داشته باشد ولی این باور را داشته باشد که مسئله فقط یک جواب صحیح دارد و یا پاسخ فقط از یک طریق قابل محاسبه و دسترسی است که این نگرش به عملکرد آن‌ها در هنگام حل یک مسئله اثر می‌گذارد. گرچه این دانش‌آموز

نگرشی مثبت نسبت به ریاضی دارد ولی آن‌چه که ما نظام ریاضی می‌نامیم را از خود نشان نمی‌دهد.

ارزش‌یابی این استاندارد به اطلاعات بسیاری درمورد چگونگی تفکر و عملکر دانش‌آموزان در وضعیت‌های مختلف نیاز دارد.

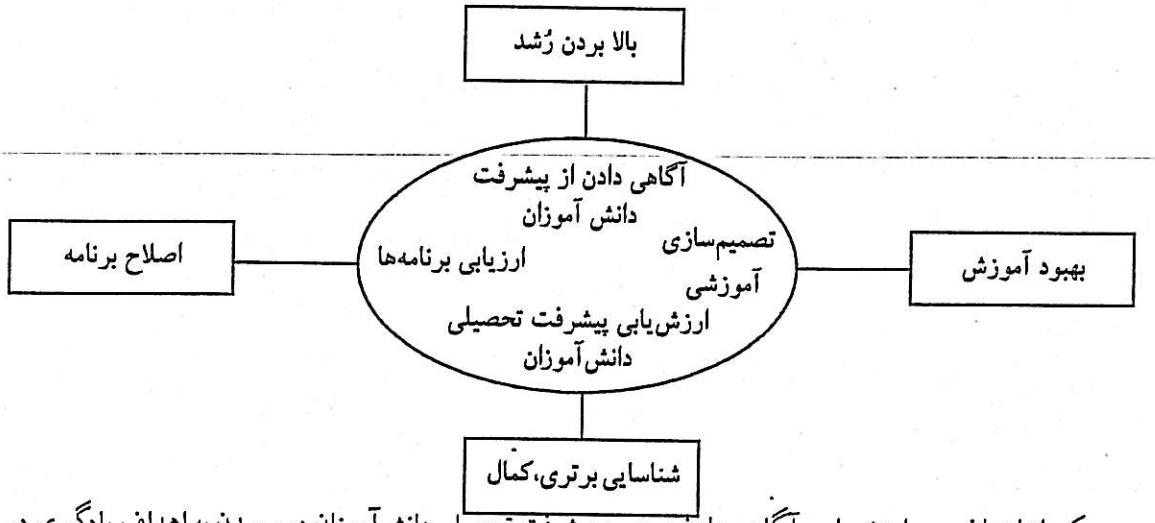
درکلاس درس این ویژگی‌ها در چگونگی پرسش و پاسخ دانش‌آموزان، کارگروه، حل مسائل، رویکرد دانش‌آموز در یادگیری یک مفهوم یا روش جدید بروز می‌کند. معلمین از این ویژگی ارزش‌یابی می‌توانند استفاده‌ی زیادی در طرح درس یا روش تدریس یا طراحی فعّالیّت‌های خود بنمایند.

اگرچه مشاهده یک روش برای کسب این اطّلاعات است، نوشته‌های دانش‌آموزان از قبیل پروژه‌هایی که انجام می‌دهند، تکالیف شب، مقالاتی که می‌نویسند و یا ارائه‌های شفاهی آن‌ها نیز اطّلاعات بسیاری در این زمینه به ما می‌دهند. پروژه‌هایی از قبیل ارائه‌ی دلایل یا اثبات فرضیه‌ها به‌طور فردی یا گروهی تمایل دانش‌آموزان به انجام وظایف و تکالیف ریاضی و به کار بردن روش‌های بدیل حل مسئله را می‌توانند نشان دهند.

به کارگیری استانداردهای ارزش‌یابی برای اهداف گوناگون

اهدافی که ارزش‌یابی‌های ریاضی به‌منظور آن‌ها انجام می‌شود، در چهار طبقه رده‌بندی می‌شوند. اگرچه راه‌های دیگری برای طبقه‌بندی این‌گونه اهداف وجود دارد، ولی طبقه‌بندی زیر نشانگر اولین ناحیه‌هایی است که اصلاح آن‌ها مستلزم ارزش‌یابی است. نمودار زیر چهار هدف مهم و عمل‌هایی را که از به کارگیری داده‌های ارزش‌یابی در اتصال و ارتباط با هر هدف، نتیجه می‌شود، نشان می‌دهد.

چهار دسته اهداف ارزش‌یابی و نتایج آن‌ها



یکی از اهداف مهم ارزش‌یابی، آگاهی دادن در مورد پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان در رسیدن به اهداف یادگیری در آینده است. پس از دسته‌بندی انتظارات بلندمدت، باید شواهد و مدارکی گردآوری شوند تا دانش‌آموزان و معلمان را برای به کارگیری بازخورد در دست‌یابی به اهداف آتی، آماده کند. در یک روند مستمر، بازخورد برای افزایش قدرت ریاضی شاگردان تأثیرگذار خواهد بود. آگاهی دادن باید به‌عنوان یک فرایند پیوسته موردنظر باشد. گردآوری شواهد گاهی غیررسمی و گاهی رسمی است. بنابراین نتایج به‌دست آمده وقتی معتبر هستند که از بازخوردهای تشخیصی غنی و مهم برای هر دانش‌آموز به‌دست آیند. پرسش اساسی که باید در مورد هر دانش‌آموز پاسخ داد، این است که «چگونه هر دانش‌آموز، در رابطه با اهدافی که روی آن‌ها توافق داریم، پیشرفت می‌کند؟»

دومین هدف وابسته به ارزش‌یابی ریاضیات، تصمیم‌سازی آموزشی است. آموزشگران شواهد و مدارکی برای درک وفهم ریاضی دانش‌آموزان در ارتباط با شواهد دیگری که از فرآیند آموزشی نشأت گرفته‌اند، برای اصلاح و تحولات آموزشی به کار می‌گیرند تا بتوانند یادگیری را تسهیل کنند. معلم اولین ارزش‌یاب ریاضیاتی است که دانش‌آموز می‌داند و می‌تواند انجام دهد. در این باره نیز پرسش اساسی این است که «چگونه می‌توان شواهد و مدارک مربوط به پیشرفت دانش‌آموزان را برای تصمیم‌سازی آموزشی به کار گرفت؟»

سومین هدف از ارزش‌یابی ریاضی این است که دست‌یابی به اهداف و پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان را در یک زمان خاص ارزیابی کند. در فواصل منظم، شواهد و مدارک اخذ شده از چند منبع، رسماً برای هر دانش‌آموز جمع‌بندی می‌شود و به مراکز موردنظر گزارش می‌شود. در این راستا، پرسش اصلی این است که چگونه می‌توان درک و فهم دانش‌آموز را با اهداف مورد انتظار مقایسه کرد؟

ارزیابی برنامه‌ها، چهارمین محور ارزش‌یابی ریاضی است. شواهد و مدارک عملکرد دانش‌آموزان به اندازهٔ داده‌های دیگر برای تصمیم‌سازی برنامه‌های آموزشی مورد استفاده واقع می‌شود، به‌طوری که دانش‌آموزان برای رویارویی با انتظارات بلند در ریاضیات تهییج شوند. در این زمینه پرسش اساسی این است که «برنامه‌های آموزشی تا چه اندازه در ارتباط با اهداف و انتظارات برای دانش‌آموزان خوب عمل می‌کنند؟»

همهٔ ارزش‌یابی‌های ریاضی با چهار مرحلهٔ: برنامه‌ریزی ارزش‌یابی، گردآوری شواهد و مدارک، تفسیر و تحلیل شواهد و مدارک و به کارگیری نتایج درگیر هستند.

تغییر روش‌های ارزش‌یابی

مشکلاتی بر سر راه تغییر روش‌های ارزش‌یابی وجود دارند. معلمین باید با روش‌های جدید ارزش‌یابی و طراحی آن‌ها آشنا شوند. دانش‌آموزان نیز ممکن است فقط با شیوه‌های خاصی از ارزش‌یابی عادت کرده باشند و باید خودشان نیز در ارزش‌یابی دخیل شوند. تلاش‌های زیادی باید انجام شود تا نشان داده شود که روش‌های جدید ارزش‌یابی «سهل و آسان‌گیر» نبوده، بلکه مهارت‌های بالاتر تفکر را اندازه گیری می‌کنند. جامعه امروز ما متفکرینی را می‌خواهند که بتوانند در شرایط مختلف کاری، همراه با تکنولوژی و تغییرات آن حرکت کنند و باید توجه داشته باشیم که مهارت‌های بالاتر تفکر فقط با تست‌هایی چون تست‌های چندگزینه‌ای قابل اندازه گیری نیستند و حتی شاید پرورش و رشد مهارت‌های تفکر با این تست‌ها سرکوب شوند.

روش‌های جدید ارزش‌یابی علاوه بر آن که فرصت‌هایی را فراهم می‌آورند تا مهارت‌های تفکر در بین دانش‌آموزان رشد پیدا کند، با فراهم کردن فرصت‌های مختلف برای اندازه گیری مهارت‌های مختلف و توانایی‌های گوناگون در دانش‌آموزان، «برابری» را نیز افزایش می‌دهند. استفاده از روش‌های مختلف (نه فقط مداد و کاغذ) موجب می‌شود تا ارزش‌یابی معتبرتر و مفیدتر باشد.

آموزش و ارزش‌یابی می‌تواند از طریق مشاهده و چک‌لیست‌های عملکرد دانش‌آموزان در فعالیت‌هایی چون حل مسئله، ارزش‌یابی فردی یا توسط اعضای گروه براساس معیارهای ارزش‌یابی و یا با استفاده از «پوشه‌ی تحصیلی (Portfolio) که نشان‌دهنده‌ی رشد و تکامل فکری دانش‌آموزان در طول زمان است به هم پیوند یابند.

معلمین به چند دلیل روش ارزش‌یابی سنتی خود را ادامه می‌دهند:

۱- فکر می‌کنند که مسئولین و مردم جامعه روش‌های جدید ارزش‌یابی را قبول نداشته و به‌حساب نمی‌آورند. (این نکته به ما یادآوری می‌کند که تا مسئولین روش‌ها را نپذیرند، معلمین حتی اگر با آن‌ها آشنا باشند و قبول داشته باشند، به کار نمی‌برند.)

۲- بسیاری از معلمین هنوز با روش‌های جدید آشنا نیستند و نمی‌دانند آن‌ها را چگونه طراحی کنند.

۳- بسیاری از روش‌های جدید ارزش‌یابی به زمان بیش‌تری نیاز دارند.

۴- وجود آزمون‌های خارج از کلاس درس مانند کنکور

شیوه‌های ارزش‌یابی باید به گونه‌ای طراحی شوند که متناوباً درک و آشنایی دانش‌آموزان را از سیستم‌ها و مدل‌ها و الگوهای تغییر، مقیاس‌ها و معیارها، کنجکاوی و پذیرش عقاید جدید، عادات فکری و... را ارزش‌یابی کنند. این تأکید ارزش‌یابی جدید بر موضوع به‌جای اطلاعات جزئی، عادات فکری به جای یادآوری،... به این معناست که ارزش‌یابی باید

بر تفکر فعال و نه انفعالی تأکید داشته باشد.

- برنامه‌های ارزش‌یابی باید قابلیت تغییر داشته باشند و همان‌گونه که ایده‌ها رشد پیدا می‌کنند، قابل بهبود باشند.

- معلمین باید از روش‌های ارزش‌یابی مختلفی که مهارت‌های بالاتر تفکر را می‌سنجند، استفاده کنند.

- معلمین باید با روش‌ها و نتایج آن‌ها آشنا بوده و روش تدریس و ارزش‌یابی خود را انتخاب کنند.

- آموزش و پرورش می‌تواند بدون آن‌که تمام دانش‌آموزان را تست کند، میزان دست‌یابی به اهداف خود را از طریق نمونه گیری بسنجد. نمونه گیری کمک می‌کند تا علاوه بر عملکرد دانش‌آموزان، متغیرهای دیگری که بر یادگیری تأثیر دارند چون فعالیت‌های کلاس درس، برنامه‌ی درسی، روش‌های ارزش‌یابی، دیدگاه و نگرش دانش‌آموزان و... را نیز ارزیابی کرد.

- از سؤالات تشریحی پاسخ باز، انشایی، پروژه، پوشه‌ی تحصیلی، نمایش،... که در آن دانش‌آموزان جواب را تولید می‌کنند و یا آن‌ها را توجیه می‌کنند به جای آن که به سادگی پاسخ را به یاد آورند و یا از میان اطلاعات از قبل داده شده، انتخاب کنند، باید استفاده کرد.

- ارزش‌یابی باید به گونه‌ای باشد که بین کلاس درس و محیط اطراف ارتباط برقرار کند. به‌طور مثال استفاده از پروژه‌ها و کارهای گروهی که با جمع‌آوری اطلاعات از محیط اطراف همراه است، صحنه آموزش را از کلاس درس به محیط زندگی دانش‌آموزان توسعه خواهد داد.

- چون همیشه با پاسخ‌های کاملاً شفاف «بلی» و «خیر» روبرو نیستیم، باید توانایی دانش‌آموزان را در اندازه گیری دقیق، جمع‌آوری و تجزیه و تحلیل داده‌ها برای حل مسائل و روش حل مسائل اندازه گیری کنیم.

- به جای تخصیص زمان به پاسخ دادن به سؤالات تستی می‌توان از فعالیت‌هایی استفاده نمود که علاوه بر ارزش‌یابی، فرصت‌های یادگیری را نیز فراهم می‌آورند.

- استانداردهای ارزش‌یابی باید به دانش‌آموزان ارائه شوند و فرآیند ارزش‌یابی براساس آن‌ها انجام شود.

- ارزش‌یابی باید متنوع و جالب باشد. انگیزه‌های درونی هستند که بر دست‌یابی به سطوح بالاتری از عملکرد منجر می‌شوند. کسب نمره نباید تنها انگیزه‌ی دانش‌آموزان باشد.

- ارزش‌یابی زمانی معتبر است که بتواند دست‌یافته‌ها و نتیجه‌های یادگیری متناسب با برنامه را بسنجد. به‌طور مثال اگر نتیجه موردانتظار انجام کاری توسط دانش‌آموز است، پس تنها روش معتبر این است که بخواهیم دانش‌آموزان کار را انجام دهند. اگر نتایج موردنظر متنوع هستند، روش‌های ارزش‌یابی نیز باید متنوع باشند.

ویژگی‌های یک ارزش‌یابی کلاسی خوب عبارتنداز:

- شواهد قابل اندازه‌گیری از یادگیری را ایجاد کند.

- با اهداف آموزشی و دانش‌آموزان متناسب باشد.

- شامل سطوح مختلف یادگیری و هوش باشد.

- دانش پیش‌نیاز دانش‌آموزان را درنظر بگیرد.

- به دانش‌آموزان و معلمان حق انتخاب جهت به‌پایان رسانیدن تکلیف را به‌طور فردی یا گروهی بدهد.

- به دانش‌آموزان اجازه دهد تا بهترین رویکرد انجام تکلیف را انتخاب کنند.

- به سادگی قابل دسترس و اجر باشد.

انتخاب روش‌های مختلف ارزش‌یابی

روش‌های بسیاری برای ارزش‌یابی دست‌یافته‌های دانش‌آموزان وجود دارند. سؤال مهم این است که کدام روش باید انتخاب شود؟ هدف اصلی، انتخاب روشی است که بتواند به‌طور مؤثری هدف‌های آموزشی را ارزش‌یابی کند و فراتر از آن در جهت برنامه حرکت کند (به‌طور مثال ارزش‌یابی نقاد و یا حل مسئله) و در ضمن مهارت‌هایی چون مهارت برقراری ارتباط یا کار در گروه را نیز تقویت کرده و پرورش دهد. برای انتخاب روش‌های ارزش‌یابی باید هم به ارزش‌یابی آموخته‌ها و هم به اهداف برنامه و کیفیت پایان‌کار دانش‌آموزان توجه شود. پس ابتدا باید دید که می‌خواهیم دانش‌آموزان به چه ویژگی‌هایی دست پیدا کنند. ویگینگیل (۱۹۹۴) به هشت نتیجه‌ی یادگیری اشاره کرده که در زیر آورده شده است و در هر مورد روش ارزش‌یابی مناسب‌تر پیشنهاد شده است:

۱- تفکر نقاد و قضاوت کردن (شروع و شرکت در بحث و انعکاس نظرات و عکس‌العمل نسبت به ارزیابی و ارزش‌یابی و قضاوت کردن درباره‌ی آن‌ها):

- انشانویسی
- گزارش‌نویسی
- تهیه‌ی ژورنال (روزنامه)
- خلاصه کردن مطالب و نقد آن

۲- حل مسئله و تکمیل یک برنامه (تشخیص وجود مسئله، ارائه مسئله، تعریف مسئله، تجزیه و تحلیل اطلاعات و مرور مسئله، ارائه طرح، آزمایش کردن، برنامه‌ریزی و اجرا و کاربرد اطلاعات).

- کار گروهی
- کار عملی
- گزارش‌نویسی
- بررسی یک وضعیت و ارائه مقاله

۳- عملکرد و ارائه روش (محاسبات، استفاده از ابزار، دنبال کردن دستورالعمل، دنبال کردن مراحل کار عملی، دنبال کردن قراردادها)

- ارائه و نمایش
- تهیه پوسترهای خبری
- گزارش آزمایشگاه

- تهیه‌ی فیلم از مراحل کار

- تهیه دستورالعمل استفاده از ابزار برای مخاطبین خاص

- مشاهده‌ی واقعیات یا شبیه‌سازی واقعیات

۴- مدیریت و پرورش خود (کارکردن با افراد دیگر، کارکردن فردی، یادگیری فردی، پیداکردن راه و هدایت خود توسط خود، مدیریت نهان، مدیریت یک طرح سازمان‌دهی و نظم)

- ژورنال (روزنامه)

- پوشه تحصیلی

- کارگروهی

۵- دست‌یابی و مدیریت اطلاعات (تحقیق، بررسی، تفسیر، سازمان‌دهی اطلاعات، مطالعه و بازنویسی اطلاعات، مشاهده و تفسیر)

- پروژه

- کار عملی

- حل مسائل کاربردی

۶- ارائه دانش و درک (یادآوری، توصیف کردن، گزارش دادن، بازشماری، شناخت، تشریح، برقراری ارتباط درونی و برونی)

- امتحان کتبی

- امتحان شفاهی

- انشاء نویسی

- گزارش نویسی

- نقد اطلاعات ثبت شده

- تولید یک برنامه از ابتدا تا پایان

- ارائه پاسخ کتبی به سؤالات طرح شده از طرف افراد مختلف (فرضی یا واقعی)

- سوالات کوتاه پاسخ (درست، نادرست، چندگزینه‌ای، با استفاده از کامپیوتر یا کاغذ و مداد)

۷- طرح، ایجاد و عملکرد (تصور کردن، تصویرسازی، طراحی، تولید، ایجاد، اختراع، عملکرد)

- پوشه تحصیلی

- ارزش‌یابی عملکردی

- ارائه

- پروژه

۸- برقراری ارتباط (ارتباط درگروه به شکل کلامی و کتبی، ارتباط بدون کلام، بحث کردن، توضیح دادن، مصاحبه کردن، مذاکره کردن، ارائه به شکل کتبی).

- ارائه‌های کتبی (انشاء، گزارش، مقاله...)

- ارائه شفاهی

- کارگروهی

- مباحثه و مناظره و ایفای نقش

- ارائه جلوی دوربین

- مشاهده‌ی یک حرفه یا شبیه‌سازی آن

تنوع در ارزش‌یابی و انواع آن

همان‌طور که دیده می‌شود این هشت نتیجه ویژگی‌هایی است که می‌خواهیم دانش‌آموزان به آن‌ها دست پیدا کنند. با وجود این در انتخاب روش ارزش‌یابی، آن‌هایی را انتخاب می‌کنیم که احتمالاً خود با آن‌ها آشنا هستیم و یا در جامعه‌ی ما بیش‌تر پذیرفته شده هستند. در انتخاب روش مهم است که روش‌های متنوعی انتخاب شوند تا به فراگیر اجازه داده شود توانایی‌های مختلف خود را به نمایش بگذارد.

همان‌طور که دیده شد نوع و روش ارزش‌یابی به نتایج مطلوب و اهداف یادگیری بستگی دارد. به‌علاوه باید توجه داشت که هر روش ارزش‌یابی به‌نوعی به ضرر گروهی از دانش‌آموزان است. برخی از انواع ارزش‌یابی‌ها به شرح زیراست:

خود ارزش‌یابی و ارزش‌یابی هم‌گروهان:

خود ارزش‌یابی فرایندی که در آن دانش‌آموز بر عملکرد خود به‌طور سیستماتیک مرور کرده و معمولاً با هدف بهبود عملکردهای بعدی انجام می‌شود. ممکن است با استانداردها و یا معیارهای تعیین شده مقایسه شوند، یا نقد عملکرد خود و یا توصیف عملکرد خود باشد.

شواهد زیادی وجود دارد که نشان می‌دهند شرکت دانش‌آموزان در فرایند ارزش‌یابی مزایایی آموزشی بسیاری به همراه دارد. این شیوه را در کنار شیوه‌های دیگر ارزش‌یابی می‌توان استفاده نمود. جنبه‌ی مهم آن این است که دانش‌آموزان خود را براساس معیارهای تعیین شده‌ی ارزش‌یابی، ارزش‌یابی کنند. می‌توان این عمل را روی امتحانات یا متون و نوشته‌های افراد فرضی و یا دانش‌آموزان دوره‌های گذشته و یا برگه‌های خود دانش‌آموزان، نمره گذاری برگه‌های هم‌کلاسی‌ها و ارائه بازخورد به آن‌ها (کاری که معمولاً دانش‌آموزان قبل از دادن نظراتشان به معلّم انجام می‌دهند) و بیان دلایل خود به‌طور شفاهی یا کتبی و در قالب یک سمینار...انجام داد. شواهد نشان می‌دهند که در حین بررسی و اعمال معیارهای ارزش‌یابی دانش‌آموزان می‌آموزند که به چه نکاتی باید توجه کنندو مفاهیم را بهتر بیاموزند و این‌کار بر عملکردهای آتی آن‌ها اثر می‌گذارد.

انشـــا:

منظور از انشا، پاسخ کتبی به یک سؤال در غالب یک متن است. هدف از انشانویسی، بحث کردن، ارزیابی، تجزیه و تحلیل، خلاصه کردن و نقد کردن است. دو خطر استفاده از این روش عبارتنداز:

- احتمال استفاده از متنی که فرد دیگری نوشته وجود دارد.
- ممکن است نمره‌ی از دست داده شده به‌دلیل عواملی چون بدخطی و یا استفاده‌ی نادرست گرامر و.. باشد.

ژورنـــال:

نتایج ثبت شده‌ی دانش‌آموزان و واکنش آن‌ها نسبت به جنبه‌های مختلف یادگیری و یا یک ایده. اغلب در فرآیندی که بازخوردها مورد بررسی قرار می‌گیرند، یادگیری بیش‌تر و بهتر انجام می‌گیرد.

پروژه:

منظور از پروژه یک تکلیف پیچیده است که شامل بیش از یک نوع فعالیّت یا محصول است. پروژه‌ها می‌توانند شکل‌های مختلف داشته باشند و به‌طور دیواری، کلامی و ... ارائه شوند. هم‌چنین پروژه‌ها را می‌توان انفرادی یا گروهی انجام داد.

پروژه و تکالیف گروهی:

مزیت انجام یک تکلیف یا پروژه به‌طور گروهی و با همکاری دیگر دانش‌آموزان، بهبود و رشد مهارت‌های کار گروهی دانش‌آموزان است. مشکل اساسی در این روش مشخص نمودن و تعیین میزان و نحوه‌ی همکاری هر یک از افراد گروه و در نتیجه ارزش‌یابی عادلانه است. برای حل این مشکل می‌توان روش‌های زیر را پیشنهاد نمود:

- مشاهده‌ی مستقیم معلّم و نظارت وی بر کار و نحوه‌ی عملکرد گروه
- استفاده خود ارزش‌یابی و ارزش‌یابی هم‌گروهان
- ارائه قسمتی از پروژه یا تکلیف به‌طور انفرادی و ارزش‌یابی انفرادی این قسمت.

پروژه‌های فردی:

در پروژه‌های فردی یک تحقیق مبسوط روی یک موضوع که مورد توافق معلّم و دانش‌آموز است، انجام می‌گیرد. موضوع مورد توافق باید بخشی از برنامه‌ی درسی را در بر داشته باشد. در این روش، دانش‌آموز باید روش ارائه و ابزار موردنیاز برای ارائه مطالب خود را انتخاب کند. مانند دیگر روش‌های ارزش‌یابی که محصول مورد بررسی قرار می‌گیرد، به‌دلیل وجود تفاوت در محصولات از بین دانش‌آموزان باید معیارهای ارزش‌یابی به وضوح تهیه و تعیین شده و برای دانش‌آموزان بیان شوند.

اهداف انجام پروژه:

- رشد بینش دانش‌آموزان نسبت به ماهیت ریاضی و رشد توانایی آن‌ها در پرسش راجع به ریاضیات
- تشویق دانش‌آموزان به شروع و به پایان رسانیدن یک کار ریاضی
- قادرسازی دانش‌آموزان در طرح استراتژی برای حل یک مسئله‌ی جدید
- فراهم نمودن فرصت‌هایی برای توسعه‌ی مهارت‌ها و تکنیک‌های فردی، بروز علاقه، تجربه برای رسیدن به درک از ریاضی و رضایت از انجام فعالیّت‌های ریاضی برای دانش‌آموزان با توانایی‌های مختلف
- قادرسازی دانش‌آموزان در تجربه کردن ریاضیات به‌عنوان یک نظام یکپارچه و تلفیق شده و نه متشکل از مهارت‌ها و دانش‌های تفکیک شده
- قادرسازی دانش‌آموزان در دیدن ارتباط بین حوزه‌های مختلف با ریاضی و کاربرد ریاضی در حوزه‌های مختلف
- فراهم‌سازی فرصت‌هایی برای دانش‌آموزان تا تبحر، اعتماد به نفس و دانش خود را بروز دهند.

مهارت‌ها و استراتژی‌های مرتبط با پروژه

۱- انتخاب موضوع

- تعیین و تشخیص یک موضوع مناسب
- بسط یک موضع به یک سری سؤالات خاص و مشخص
- طراحی یک فعّالیّت که خوب و مناسب باشد.
- بیان فعّالیّت به‌طور روشن

۲- فرمول‌بندی یک طرح

- تعیین و تشخیص حد و مرزهای یک فعالیت
- تعیین و تشخیص متغیرهای مربوط به یک فعّالیّت
- مدلسازی یا فرمولبندی نتیجه‌ی یک طرح برای انجام یک فعّالیّت

۳- جمع‌آوری داده و اطلاعات

- تعیین نوع اطّلاعات موردنیاز
- تعیین و تشخیص اطّلاعات مربوط و مناسب با فعّالیّت
- سازمان‌دهی راه‌های جمع‌آوری اطّلاعات برای مثال:
  - پرسش‌نامه
  - شمارش
  - اندازه‌گیری و آزمایش
  - رسم نمودار و مدلسازی
  - تحقیقات کتابخانه‌ای
  - تولید داده با استفاده از تکنولوژی
- تصمیم‌گیری در ارتباط با این که به چه مقدار اطّلاعات نیاز است.
- آگاهی از امکان وجود خطا و مسائل مرتبط با آن
- بررسی اعتبار اطّلاعات مختلف، روش جمع‌آوری و منابعی که اطّلاعات از آن‌ها جمع‌آوری شده
- سازمان‌دهی اطّلاعات به گونه‌ای که برای تجزیه و تحلیل قابل استفاده باشند.

۴- تجزیه و تحلیل داده‌ها

- انتخاب و استفاده از تکنیک‌های ریاضی مربوط به فعالیت

- انتخاب و استفاده از ابزارهای تکنولوژی مناسب (به‌طور مثال، استفاده از ماشین‌حساب‌های رسام، کامپیوتر و...)، اطمینان از درک فرآیندها و روش‌های ریاضی که استفاده می‌شوند.

- استفاده‌ی مؤثر از جدول‌ها، نمودارها و... که به‌خوبی علامتگذاری شده‌اند برای نمایش بهتر مراحل ریاضی

- بیان نتایج با دقّت کافی

- استفاده از سیستم بین‌المللی برای واحدهای اندازه‌گیری (SI)

۵- ارزیابی نتایج

- تعبیر و تغییر نتایج به‌دست آمده

- خلاصه نمودن نتایج ارائه شده در جدول‌ها، نمودارها و... با بیان کلامی

- مقایسه کردن نتایج به‌دست آمده از مجموعه داده‌های مختلف یا نتایج به‌دست آمده با استفاده از روش‌های مختلف به کارگیری یک مجموعه داده

- استفاده از نتایج به‌دست آمده و یا فرضیه‌سازی و نتیجه‌گیری مناسب کردن

- اشاره به احتمال وجود خطاها و تعیین آن‌ها

- تعیین و تشخیص فرضیه‌های مختلف

- بحث روی اعتبار فرآیند و روش‌های استفاده شده و نتایج به‌طور کلّی

۶- ساختار پروژه

- ثبت عملیات در هر مرحله از انجام پروژه

- بیان واضح و شفاف ایده‌ها

- استفاده از زبان ریاضی و ارائه‌ی مناسب

- تمرکز روی موضوع و دوری از پراکندگی و پراکنده‌گویی

- بیان ایده‌ها در قالبی منطقی

- ویراستاری متن به‌گونه‌ای که واضح و روشن باشد.

- بازبینی متن برای پیدا کردن ایرادهای دستوری و دیکته‌ای

۷- به پایان رسانیدن پروژه و تعهد

- بحث با معلّم و دیگر دانش‌آموزانِ در زمینه‌ی پروژه
- نقد و شرکت در بحث‌های گروهی در زمینه‌ی پروژه در کلاس
- سازمان‌دهی یک سری اهداف در چهارچوب زمانی مشخص
- بازبینی نقادانه از کل کار
- بهبود کار با استفاده از بازخوردهای معلّم
- آگاهی و شناخت نقاط قوت و ضعف شخصی
- ارج نهادن بر ارزش‌های علمی وابسته و مرتبط با پروژه
- حفظ صداقت

معیارهای ارزش‌یابی

برای ارزش‌یابی پروژه می‌توان معیارهای زیر را درنظر گرفت:

۱- بیان موضوع فعّالیّت

۲- جمع‌آوری اطلاعات

۳- تجزیه و تحلیل اطلاعات

۴- ارزیابی و حل مسئله

۵- ساختار و ارتباطات

۶- تعهد

پوشه تحصیلی (Portfolio)

پوشه تحصیلی مجموعه‌ای منظم و سیستماتیک از فعّالیّت‌ها و کارهای دانش‌آموزان است که شواهد مستقیمی از تدریس، سطح دست‌یابی و پیشرفت دانش‌آموز در طول زمان به‌دست می‌دهد. در تهیه‌ی این مجموعه به دانش‌آموز باید در انتخاب موضوعات و محتوا حق انتخاب داده شود و شواهدی از ارزش‌یابی توسط خود دانش‌آموز را دربر داشته باشد. باید نحوه‌ی عملکرد دانش‌آموز کاملاً مشخص باشد تا پایه‌ای برای ارزیابی پیشرفت دانش‌آموز باشد. این مجموعه می‌تواند شامل وسایل ساخته شده توسط دانش‌آموز، فیلم تهیه شده و یا ژورنال ومقاله باشد. باید توجّه داشت پوشه‌ی تحصیلی فقط مجموعه‌ای از فعّالیّت‌ها و مواد ذکر شده نیست بلکه مجموعه‌ای هدفدار است.

هریک از فعّالیّت‌های انجام شده ممکن است به‌طور جداگانه ارزش‌یابی شوند و یا کل پوشه براساس وجود

فعّالیت‌های تعیین شده یا ارزیابی کلّی و برداشت کلّی از مجموعه‌ی کار دانش‌آموز ارزش‌یابی شود. باید توجّه داشت که نمره (مثلاً از ۲۰ تا "A"... یا از صد) نشان نمی‌دهد که دانش‌آموز چه مطلبی را فراگرفته یا کدام مفهوم را یاد نگرفته است. لکن پوشه‌ی تحصیلی می‌تواند این اطّلاعات را دراختیار ما قرار دهد.

با استفاده از یک پوشه‌ی خوب طراحی شده که به دانش‌آموز این امکان را می‌دهد تا در انتخاب روش‌ها دخالت داشته و روی کار خود قضاوت نماید، می‌توان به هدف‌های زیر دست پیدا کرد:

- می‌توان در دانش‌آموز ایجاد انگیزه نمود.
- اطّلاعات و مثال‌هایی از عملکرد دانش‌آموز به خانواده‌ها، معلمین و... در زمینه‌ی دانش توانایی‌های دانش‌آموز می‌دهد.
- ارزش‌یابی توسط خود دانش‌آموز به وی این اجازه را می‌دهد تا پیشرفت خود را در طول زمان زیرنظر بگیرد.
- دانش‌آموز را تشویق می‌کند که خود را ارزیابی نموده و کارهای خود را بازبینی نماید.
- اعتماد به نفس دانش‌آموز را افزایش می‌دهد.

قبل از شروع به تهیه‌ی یک پوشه‌ی تحصیلی باید سؤالات زیر را پاسخ داد:

۱- این پوشه چه شکلی خواهد داشت؟ ساختار فیزیکی و مفهومی‌آن باید مشخص شود. ساختار فیزیکی به ترتیب مستندات ارائه شده بر می‌گردد. ساختار مفهومی به اهداف یادگیری شما برای دانش‌آموزان اشاره دارد.

۲- چه چیزهایی داخل این پوشه خواهد بود؟ برای این تصمیم‌گیری، سؤالات دیگری نیز باید پاسخ داده شوند: مخاطب این پوشه‌ی تحصیلی چه کسی است؟ خانواده‌ها، مسئولین یا معلمین دیگر؟ این مخاطبین چه چیزی درمورد دانش‌آموز می‌خواهند بدانند؟ آیا مستندات انتخاب شده نمایانگر رشد جنبه‌های مختلف دانش‌آموز که آزمون‌های کتبی ساده نمی‌توانند نشان دهند، می‌باشد؟ برای نشان دادن سطح دست‌یابی به اهداف تعیین شده چه شواهدی لازم است؟ آیا پوشه‌ی تحصیلی شامل فقط بهترین کارهای دانش‌آموز است یا مجموعه‌ای ازکارهای دانش‌آموز که پیشرفت وی را نشان می‌دهد یا هردو؟ آیا پوشه‌ی تحصیلی فقط فعّالیّت تمام شده را دربر دارد یا ایده‌ها، نمودارها یا بازبینی فعّالیّت‌ها (مراحل تکمیل فعّالیّت) نیز در آن حضور دارند؟

۳- چگونه و چه زمانی انتخاب باید کرد؟ باید تصمیم گرفت که مستندات در طول سال تحصیلی چه زمانی به پوشه وارد و یا از آن خارج شوند. توصیه می‌شود که زمان‌های خاصی در طول سال تعیین شوند. به‌علاوه شرکت دانش‌آموز در فرآیند انتخاب مهم است تا به دانش‌آموز اجازه داده شود کار خود را بازبین کرده پیشرفت خود را زیرنظر بگیرد.

پیشنهاد می‌شود هریک از مستندات، تاریخ زده شوند و دلیل حضور هریک از آن‌ها در پوشه ذکر گردد.

۴- اگر پوشه‌ها را می‌خواهیم ارزش‌یابی کنیم، معیارها و استانداردهای ارزش‌یابی باید قبل از تهیه‌ی پوشه تعیین شوند. ارزش‌یابی باید بر پایه‌ی پیشرفت نشان داده شده درهر پوشه انجام شوند نه بر پایه‌ی مقایسه پوشه‌های دانش‌آموزان مختلف باهم.

۵- پس از پایان سال تحصیلی با پوشه‌ها چه باید کرد؟ البته می‌توان آن‌ها را به دانش‌آموزان برگرداند و نیز می‌توان آن‌ها را دراختیار معلمین بعدی قرار داد تا آن‌ها نیز در جریان پیشرفت و حرکت دانش‌آموزان قرارگیرند و می‌توانند پایه‌ای برای ارتقا از یک مقطع به مقطع تحصیلی دیگر باشند.

چیزهایی که در پوشه‌ی تحصیلی می‌توانند قرارگیرند

وسایل کمک‌آموزشی

دانش‌آموزان را تشویق کنید تا از موادی چون چینه‌ها، شمارنده‌ها و... در حل مسئله استفاده کنند. اگر نمی‌توان این وسایل را در پوشه قرار داد، از نقاشی آن‌ها، عکس آن‌ها در پوشه استفاده شود. کودکان در سنین پایین‌تر را تشویق کنید تا تصویر ابزار استفاده شده را بکشند.

دانش‌آموزان را تشویق کنید تا درمورد وسایلی که استفاده نموده‌اند، صحبت کنند و بنویسند.

تکنولوژی

دانش‌آموزان را تشویق کنید تا از ابزارهای تکنولوژی چون ماشین‌حساب، کامپیوتر و... در حل مسئله استفاده کنند و در مورد آن‌ها صحبت کرده و بنویسند.

کارگروهی

دانش‌آموزان را تشویق کنید تا به‌طورگروهی یک مسئله را حل کرده و درمورد ایده‌ها و تفکرات خود صحبت کنند. هریک از دانش‌آموزان می‌توانند شواهدی از آن‌چه در حل مسئله انجام داده‌اند را در پوشه‌ی خود آورده و توضیحات آن را بنویسند. اگر هنوز دانش‌آموزان در سطوح پایین‌تر توانایی نوشتن ندارند، از آن‌ها بخواهید تا برای والدین‌شان یا معلمشان توضیح داده و آن‌ها بنویسند.

مثال‌های دنیای واقعی

دانش‌آموزان را تشویق کنید تا به حل مسائلی که در دنیای واقعی وجود دارند، بپردازند و موادی راکه خارج ازکلاس تکمیل کرده‌اند، در پوشه قرار دهند و درمورد آن‌ها صحبت کرده و بنویسند.

کارهای تلفیقی و بین رشته‌ای

ازکارهایی که خارج ازکلاس ریاضی انجام شده و از ریاضی استفاده شده، استفاده کنید. به‌طور مثال از علوم (مسائل

اندازه گیری)، علوم‌اجتماعی (نمودارها و نقشه‌ها، مقیاس، مساحت و...) یا موضعات دیگر. مجدداً دانش‌آموزان را تشویق کنید تا درمورد آن‌ها صحبت کرده و بنویسند.

مقالات و روزنامه‌های کلاسی

دانش‌آموزان را تشویق کنید تا در مقالات نوشته شده‌ی خود و یا روزنامه‌های دیواری کلاسی که خود تهیه کرده‌اند را بررسی کنند و از میان آن‌ها، مقالاتی را که مناسب پوشه‌ی خود هستند، انتخاب کنند و در پوشه‌ی خود قرار دهند. از آن‌ها بخواهید مقالات ریاضی بنویسند.

نکاتی برای کمک به دانش‌آموزان در تهیه‌ی پوشه‌ی تحصیلی

تهیه‌ی پوشه تحصیلی شامل فعالیت‌های مختلف می‌باشد. مهم است که دانش‌آموزان را با فعالیت‌های مختلف آشنا سازیم.

- از دانش‌آموزان بخواهید تا تمام کارهای ریاضی خود را در یک پوشه جمع کنند. متناوباً (مثلاً هفته‌ای یک بار) از آن‌ها بخواهید کارهای خود را بررسی کنند و آن‌هایی را که می‌توانند در پوشه‌ی تحصیلی قرار گیرند، انتخاب کنند. از آن‌ها بخواهید دلایل انتخاب خود را بنویسند. دلایل آن‌ها را بپذیرید ولی آن‌ها را هدایت کنید تا دلایل بهتری بیاورند.

- دانش‌آموزان را تشویق کنید تا درمورد چگونگی حل مسائل ریاضی توضیح دهند. گروه‌های کاری کوچک تشکیل دهید تا آن‌ها بتوانند باهم صحبت کنند. این کار به آن‌ها کمک می‌کند تا در زمینه‌ی روش حل مسئله بهتر بنویسند. تحقیقات نشان داده است که دانش آموزانی که در مورد مسئله صحبت می‌کنند، بهتر از آن‌هایی که صحبت نمی‌کنند، مسئله حل می‌کنند.

- به آن‌ها این فرصت را بدهید تا بفهمند چه‌قدر در طول زمان یاد گرفته‌اند. از آن‌ها بخواهید در این مورد متنی بنویسند و آن را در پوشه‌ی آن‌ها قرار دهید.

- از دانش‌آموزان بخواهید تا آن جا که می‌توانند درمورد پوشه‌ی خود بنویسند.

- دانش‌آموزان را تشویق کنید تا پوشه‌های خود را ارائه کنند.

آیا دانش‌آموزان می‌توانند خودشان استانداردها را تعیین کنند؟

پوشه‌ی تحصیلی فرصتی را فراهم می‌سازد تا استانداردها از دیدگاه جدیدی بررسی شوند. یکی از جدیدترین تحولات در این زمینه «استانداردهای تهیه شده با کمک دانش‌آموز» است. در این شیوه، دانش‌آموزان در تعیین استانداردها دخیل بوده و آن را به‌عنوان راهنمای ارزش‌یابی برای خود در پوشه نگهداری می‌کنند. در زیر راه‌هایی برای تشویق دانش‌آموزان در تعیین استانداردها آورده شده است.

- چند مثال از کارهای ریاضی (مثلاً از دانش‌آموزان سال گذشته) دراختیار دانش‌آموزان قرار دهید و از دانش‌آموزان بخواهید تعیین کنند کدام یک بهتر است. آن‌ها را تشویق کنید تا بفهمند و کشف کنند که چه معیاری نمایانگر یک کار ریاضی خوب است. سپس از هریک از دانش‌آموزان بخواهید یک یا چند ویژگی را روی کارهای خود بررسی کنند. به آن‌ها کمک کنید یک چک‌لیست برای ارزیابی پیشرفت خودشان تهیه کنند.

- به دانش‌آموزان بیاموزید چگونه می‌توانند یک کار را با استفاده از دستورالعمل‌های ارزش‌یابی، ارزیابی کنند. دانش‌آموزان را تشویق کنید تا با شما و با دیگر دانش‌آموزان درمورد روش خوب حل مسئله صحبت کنند. به آن‌ها کمک کنید تا بفهمند کار خوب ریاضی خیلی بیش‌تر از فقط پیدا کردن جواب صحیح است.

- از دانش‌آموزان بخواهید تا با بزرگ‌تران مصاحبه کنند به‌خصوص با آن‌هایی که آموزش فنی دیده‌اند. تحقیق کنند که ریاضیات چه کاربردهایی دارد. از آن‌ها بخواهید فهرستی از آن‌چه ریاضیات انجام می‌دهد، تهیه کنند و مثال‌هایی درمورد هریک پیدا کنند و در پوشه‌ی تحصیلی خود قرار دهند.

ارزش‌یابی عملکردی

در سال‌های اخیر نیاز به تغییر و تکمیل شیوه‌ی ارزش‌یابی دیده شده است. بسیاری از منتقدین شیوه‌ی ارزش‌یابی کنونی بر این عقیده هستند که آن‌چه ما ارزش‌یابی می‌کنیم و نحوه‌ی ارزش‌یابی ما، بر آن‌چه می‌آموزیم و روش آموزش ما تأثیر دارد. هدف باید پرورش دانش آموزانی باشند که خلاق بوده، مسئله حل کنند، اطّلاعات مفید را تشخیص داده، جمع‌آوری کرده و استفاده کنند و مسائل جالب و باارزش را مدلسازی نمایند. پس ارزش‌یابی ما (چه معلّم آن را تهیه کرده باشد، چه مؤلفین کتب درسی و یا ناشرین آزاد) باید مهارت‌های فوق را درکنار دانش لازم، ارزش‌یابی نماید. این بدان معنا نیست که تعاریف، مفاهیم، تاریخ‌ها و... مهم نیستند ولی نباید تأکیدی بیش از اندازه بر آن‌ها شود و مهارت‌ها و دانش‌های اشاره شده در بالا را به فراموشی سپرد. هم‌چنین نباید ارزش‌یابی را از تدریس جدا نمود. اگر برنامه درسی، روش تدریس و ارزش‌یابی باهم تلفیق شده و یکپارچه عمل کنند، ارزش‌یابی خود جزئی از تجربه یادگیری می‌گردد.

آزمون‌های کنونی به دلیل آن که اجرای آن‌ها و تصحیح آن‌ها ساده است و نیز با یک نمره نتیجه قابل اعلام است مورد علاقه‌ی بسیاری از معلمین است. این نمره‌ها متأسفانه برخی اوقات برای رده‌بندی دانش‌آموزان، قرار دادن آن‌ها در برنامه‌های خاص، تعیین کیفیت مدارس، ارزیابی برنامه درسی، روش تدریس و... استفاده می‌شوند.

این آزمون‌ها اکثراً نمی‌توانند تفکر واگرا، تلاش‌های گروهی و همکاری دانش‌آموزان و مهارت‌های پیچیده‌ی حل مسئله، مهارت‌های برقراری ارتباط، قضاوت، تعبیر، تفسیر و...را ارزش‌یابی کنند و درنتیجه دانش‌آموزانی درون‌گرا و فاقد توانایی‌های اجتماعی تربیت می‌کنند. ذهنیت بر این است که اگر دانش‌آموزی نمره‌ی بهتری آورد، نسبت به دانش‌آموزی که نمره‌ی کم‌تری در آزمون گرفته از مهارت‌های تفکر بالاتر و نظم بیشتری برخوردار است. در آزمون‌های فعلی، تمام

دانش‌آموزان و شیوه‌های یادگیری آن‌ها را یکسان فرض می‌کنیم. سپس انتظار داریم پاسخ‌های یکسان از طرف آن‌ها دریافت کنیم. برای آن که درک و یادگیری را مورد بررسی قرار دهیم، باید پاسخ‌های آن‌ها را مورد بررسی قرار دهیم. سپس باید گفت‌وگو و مکالمه (شفاهی یا کتبی) بین معلّم و دانش‌آموز صورت بگیرد.

در بررسی‌های انجام شده دیده می‌شود که روش تدریس معلمین ما نیز بیش‌تر در جهت پرورش دانش‌آموزان درون‌گرا است و نه دانش‌آموزان وا گرا. بیش‌تر وقت کلاس به صحبت‌های معلّم (گوش دادن دانش‌آموزان) یا خواندن متن کتاب درسی و یا نوشتن تکالیف شب می‌گذرد. باید آموزش به گونه‌ای باشد که نظم فکری ایجاد نماید. باید از یادگیری‌های سطحی پرهیز نمود. برنامه‌ی درسی باید به گونه‌ای باشد که چهار هدف را بپوشاند:

۱- دانش‌آموزان را در بسط دانش سطحی خود ازطریق سؤالات هدفدار یاری دهد.

۲- دانش‌آموزان را قادر سازد تا سؤالات مطرح شده را به دانش سیستمی تبدیل نمایند.

۳- استانداردهای حرفه‌ای را در آن‌ها بالا ببرد.

۴- دانش‌آموزان را در حل مسائل به گونه‌ای درگیر نماید که ازکسب دانش و جست‌وجوی راه حل برای حل مسئله لذّت ببرند.

شیوه‌ی ارزش‌یابی باید به گونه‌ای باشد که به اهداف فوق برسیم. ارزش‌یابی عملکردی مشاهده‌ی مستقیم و سیستماتیک و ارزش‌گذاری یک هدف آموزشی در عملکرد دانش‌آموزان است که در طول زمان انجام می‌شود و مستمر است و معمولاً شامل تولید یک محصول است. در این شیوه، از دانش‌آموزان خواسته می‌شود تا با عملکردی خاص یا تولید چیزی نشان دهند که تبحر لازم و مهارت لازم را کسب کرده‌اند. موارد زیر باید مورد توجّه قرار گیرد:

۱- طراحی و اجرای آزمایشی

۲- نوشتن مقالات و مطالبی که دانش‌آموز برای انجام آن به فکر کردن، تلفیق اطّلاعات و یا به کار بردن اطّلاعات نیاز دارد.

۳- کار کردن با دانش‌آموزان دیگر برای به پایان رسانیدن یک وظیفه

۴- نشان دهد که در استفاده از ابزار یا تکنیک خاصی تبحر لازم را دارد.

۵- مدلسازی کند.

۶- نمودار را تهیه کرده و تفسیر نماید.

۷- جمع‌آوری نماید.

۸- مقاله‌نویسی کرده و نقد نماید و یا داستان‌نویسی کند.

۹- سخنرانی کند.

۱۰- به‌طور شفاهی استدلال کند.

۱۱- پوشه‌ی تحصیلی تهیه کند.

برای این که ارزش‌یابی یکنواخت شود و نیز دانش‌آموزان بدانند که بر چه اساسی ارزش‌یابی می‌شوند، باید معیارهای عملکرد مشخص شوند. برای آن که معیارهای خوبی تعیین شوند، یک معلّم خود را باید در نقشی فرض کند که می‌خواهد به دانش‌آموزی که خیلی ضعیف عمل نموده، نقاط ضعف و قوت وی را بیان کند. معلّم باید بداند که برای اخذ امتیاز بیش‌تر چه اعمالی دقیقاً باید انجام می‌شد.

اگر این معیارها خوب مشخص شده باشند، دانش‌آموز می‌داند که چگونه باید کیفیت کار خود را بهبود بخشد.

طراحی آزمون‌های عملکردی

برای این که آزمون‌ها و تکالیف عملکردی طراحی شوند، مراحل زیر را باید طی نمود:

مرحله اوّل: مهارت‌ها و دانشی را که انتظار دارید در پایان آزمون یا تکلیف دانش‌آموزان به آن‌ها دست پیدا کنند، فهرست کنید. این مهارت‌ها و دانش باید ارزش تدریس و یادگیری را داشته باشند. طراحان سؤال برای آن که ببینند چه چیزی باید فراگرفته شود یا با انجام یک تکلیف به آن دست پیدا شود، باید پنج سؤال را درنظر بگیرند:

۱- چه مهارت‌های شناختی و ویژگی‌های مهمی را دانش‌آموز باید کسب کند؟

(برای مثال: برقراری ارتباط به‌طور مؤثّر ازطریق نوشتن، تجزیه و تحلیل با استفاده از مراجع و منابع و مواد آموزشی، استفاده از ریاضی برای حل مسائل روزمره و...)

۲- چه مهارت‌های اجتماعی و ویژگی‌های مهمی را دانش‌آموز باید کسب کند؟

(برای مثال: مستقل کار کردن، گروهی کار کردن، اعتماد به نفس داشتن، ثابت قدم بودن و...)

۳- کدام مهارت‌های فراشناختی را دانش‌آموز باید به‌دست بیاورد؟

(برای مثال: بازبینی فرآیند و مراحل نوشتن، ارزیابی تأثیر رویکردها و استراتژی‌های تحقیق استفاده شده، مروری بر پیشرفت خود در طول زمان)

۴- چه نوع مسائلی را دانش‌آموز باید قادر به حل کردن آن‌ها باشد؟

(تحقیق انجام دهد، انواع مسائل عملی را که به‌طور مثال می‌توان با استفاده از هندسه حل کند درک کند، مسائلی را که از چند طریق حل می‌شوند حل کند، پاسخ را تصحیح کند)

۵- چه مفاهیم و اصولی را دانش‌آموز باید به کار ببرد؟

(برای مثال: ارتباط علت و معلولی را درک کند، اصل بقای طول را در زندگی روزمره به کار ببرد)

مرحله دوم: تکالیف یا آزمونی طراحی شود که دانش‌آموز دانش لازم، ویژگی‌ها و مهارت‌های بالا را از خود نشان دهند.

تکلیف عملکردی باید در دانش‌آموز ایجاد انگیزه کند و چالشی برای او به‌وجود بیاورد ولی در ضمن قابل دستیابی باشند.

برای طراحی این‌گونه تکالیف و آزمون‌ها، سؤالات زیر می‌توانند کمک کنند:

۱- برای کسب مهارت خواسته شده و تکمیل تکلیف دانش‌آموز به چه‌قدر زمان نیاز دارد؟ قاعده‌ی خاصی برای تعیین طول زمان لازم و یا پیچیدگی سؤال وجود ندارد. معمولاً تکالیف یا فعّالیت‌هایی که نیاز به یکی دو روز زمان دارد، بیش‌تر مورد علاقه‌ی دانش‌آموزان هستند تا فعّالیت‌هایی که نیاز به یک هفته کار دارند.

۲- مهارت خواسته شده تا چه اندازه با مهارت‌های شناختی و اجتماعی دیگر مربوط می‌باشد و چه اندازه بر آن‌ها اثر می‌گذارد؟ به مهارت‌هایی که در وضعیت‌های بیشتری کاربرد دارند، ارجع می‌باشند.

۳- مهارت خواسته شده تا چه اندازه با اهداف طولانی مدرسه‌ای یا برنامه درسی مربوط است؟ مهارت‌هایی که با این اهداف ارتباط بیش‌تری دارند و یا تلفیق شده‌اند، ارجع می‌باشند.

۴- مهارت خواسته شده تا چه اندازه با طرح‌های بهبود و پیشرفت مدرسه هماهنگی دارد؟ مهارت‌هایی که در این طرح‌ها استفاده می‌شوند، ارجع هستند.

۵- اهمیّت ماهیتی مهارت خواسته شده چیست؟

۶- آیا مهارت‌های خواسته شده قابل آموزش هستند یا باید توسط خود دانش‌آموز کسب شوند؟ مهارت‌هایی که قابل تدریس و یادگیری هستند، ارجع هستند.

مرحله سوم: معیارهای عملکردی واضح و روشنی که قابل اندازه‌گیری باشند برای نشان دادن تبحر و دستیابی دانش‌آموزان به دانش و مهارت‌ها تعیین شوند. معیارهای ارزش‌یابی برای نمره‌گذاری تعیین می‌گردند. معیارهای عملکردی شامل مراحل و نتایج موردنیاز برای نشان دادن تبحر و سطح دستیابی به دانش خواسته شده می‌شود. توصیه می‌شود برای دانش‌آموزان مثال‌هایی آورده شود تا آن‌ها متوجّه شوند که چه انتظاری از آن‌ها می‌رود.

توصیه‌های دیگر عبارت‌اند از:

- توجّه داشته باشید که مفاهیم عملکردی جدید نیستند و معلمین اغلب فعّالیت‌هایی به دانش‌آموزان می‌خواهند تا آنان را وادار عمل کنند.
- در صورت امکان تکالیف بین رشته‌ای باشند و اجازه دهید تا بحث و تبادل‌نظر انجام شود.
- تکالیف نباید به گونه‌ای باشند که به نفع گروهی از دانش‌آموزان باشند.
- تکالیف نباید خیلی پیچیده یا خیلی ساده باشند.
- تکالیفی طراحی کنید که نیاز به مستندسازی داشته و دانش‌آموزان اطّلاعات را ثبت کنند.

آزمون کتبی

متداول‌ترین شیوه‌ی ارزش‌یابی در نظام فعلی، آموزش و پرورش کشور ما آزمون کتبی است اما همین شیوه هم باید به روش صحیح آن انجام شود.

محور توسعه ارزش‌یابی در ریاضی دقت در انتخاب پرسش‌ها و تکالیف است که در حال حاضر شامل پرسش‌های چندگزینه‌ای، کوتاه پاسخ و پاسخ-باز است.

پرسش‌های چندگزینه‌ای

در پرسش‌های چندگزینه‌ای دانش‌آموزان باید پرسش را بخوانند، عکس‌العمل نشان بدهند و یا مقایسه کنند. سپس بهترین گزینه‌ای که فکر می‌کنند جواب درست است، انتخاب کنند. مثال زیر از ارزش‌یابی NAEP در ۱۹۹۰ انتخاب شده است.

مثال: دربارهٔ ۷۸ درصد عدد ۱۰، کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

الف) بزرگتر از ۱۰ است

ب) کمتر از ۱۰ است

پ) برابر ۱۰ است

ت) نمی‌توان چیزی گفت

ث) نمی‌دانم

دنبالهٔ واقعی مهارت‌های درک مفهومی، دانش رویه‌ای و حل مسئله را که یک دانش‌آموز باید برای پاسخ‌گویی به این پرسش به کار بگیرد، نمی‌توان به‌صورت دقیق و قطعی تعیین کرد. با وجود این، بهترین قضاوت کارشناسان این است که دانش‌آموز پایه هشتم احتمالاً بایستی این پرسش را در یک سطح رویه‌ای پاسخ دهد. یعنی روی مفهوم درصد بازتاب داشته باشد، عدد ۱۰ را در ۰/۸۷ ضرب کند و سپس جواب به‌دست‌آمده از محاسبه (۸/۷) را با گزینه‌ها مقایسه کند تا گزینه (ب) را به‌عنوان پاسخ درست انتخاب کند. درصورتی که برای یک دانش‌آموز پایه دوازدهم باید در دانش مفهومی خودش از درصد تأکید کند و از مفهوم درصد نتیجه بگیرد که پاسخ عددی کوچکتر از ۱۰ است و لذا گزینهٔ (ب) را انتخاب نماید. در نتیجه رویارویی با این پرسش در سطح پایه هشتم، رویه‌ای خواهد بود و در سطح پایه دوازدهم، درک مفهومی خواهد بود. بنابراین باید احتیاط کنیم که پاسخ‌گویی به یک پرسش در سطوح مختلف از به‌کارگیری یک توانایی خاص منتج نمی‌شود بلکه در هر سطحی از توانایی‌های متفاوت استفاده می‌شود.

پرسش‌های پاسخ-باز

پرسش‌های پاسخ-باز به‌منظور فراهم‌کردن فرصت‌های معتبر برای دانش‌آموزان طراحی شده‌اند تا به کمک آن‌ها بتوان رویکردهای دانش‌آموزان به مسائل را پیش‌بینی و قیاس کرد. این‌گونه پرسش‌های با پاسخ کوتاه موجب می‌شوند که

دانش‌آموزان برای ارائه یک نتیجه عددی، نام درست و یا دسته‌بندی گروهی از اشیاء ریاضی، ارائه یک مثال از یک مفهوم داده‌شده و یا شاید نوشتن توضیحی برای یک نتیجه داده‌شده اقدام کنند و مورد ارزش‌یابی قرار بگیرند. مثال زیر از ارزش‌یابی NAEP در ۱۹۹۲ انتخاب و بازسازی شده است.

مریم برای خرید نهار تنها سکه‌های ۲۵ تومانی، ۲۰ تومانی و ۵ تومانی دارد. او همه پول نهار را پرداخت کرد بدون این که باقی‌مانده‌ای دریافت کند. آیا او می‌توانسته ۱۹۸ تومان پرداخت کند؟

آری ☐ خیر ☐

یک دلیل برای جوابتان ذکر کنید.

دانش‌آموزان برای پاسخ‌گویی به این پرسش باید بر روی موقعیت عکس‌العمل داشته باشند، محاسبات انجام دهند و جواب به دست آورند و سپس راه‌حل خود را وارسی کرده و برای راه‌حل خود استدلال ارائه دهند. در نمره‌گذاری، پرسش‌های پاسخ-باز این فرصت را فراهم می‌کنند که بیش از یک پاسخ را درست بدانیم و رُشد و تحول دانش شاگردان را باور کنیم. آن‌ها با داده‌ها و اطلاعاتی که تولید می‌کنند موجب غنای تجزیه و تحلیل ارزش‌یابی می‌شوند. داده‌هایی که در توصیفات و تشریح توانایی‌های دانش‌آموز و بدفهمی‌های او به‌طوز جزئی نیز کمک می‌کنند.

با وجود این که پرسش‌های پاسخ-باز نسبت به چندگزینه‌ای، قدرتمندی بیشتری در اندازه‌گیری مهارت‌ها و توانایی‌های ریاضی دارد، لیکن نمی‌توانند اطلاعات کافی و دقیق از سطح تغییر مهارت‌های حل مسئله، استدلال و برقراری ارتباط ارائه کنند. برای این منظور نوع دیگری از تکالیف در ارزش‌یابی‌های اخیر ریاضی طراحی شده‌اند. این‌گونه تکالیف را پاسخ-باز گسترش‌یافته می‌نامند.

پرسش‌های پاسخ-باز گسترش‌یافته

پرسش‌های پاسخ-باز گسترش‌یافته موجب می‌شود که دانش‌آموزان موقعیتی را درنظر بگیرند که بیش از یک پاسخ عددی و یا یک ارتباط کلامی کوتاه را می‌طلبد. این‌گونه پرسش‌ها مستلزم این است که دانش‌آموز با موقعیتی مواجه شود که وابسته به سراسر رشته‌های محتوای ریاضی است. او باید همه رشته‌های محتوای ریاضی را درنظر بگیرد تا بفهمد که چه چیزهایی برای حل مسئله، مربوط به موقعیت است و سپس طرح و نقشه‌ای برای حمله به مسئله انتخاب کند. به اجرای طرح اقدام کند و پاسخ به‌دست‌آمده را برای درک آن در محیط واقعی مسئله تفسیر کند. سبک و طریقه پاسخ‌گویی به این‌گونه پرسش‌ها نیازمند این است که دانش‌آموز فرایند حل خود را به‌طور کامل ارائه دهد و بین گام‌های تصمیم‌سازی (به‌دست‌آوردن پاسخ) در موضوع مسئله ارتباط منطقی برقرار کند. مثال زیر نمونه‌ای از این‌گونه پرسش‌هاست.

این پرسش مستلزم این است که کارتان را نشان داده و استدلال خود را توضیح دهید. می‌توانید از ترسیم‌ها، واژه‌ها و اعداد در توضیح خود استفاده کنید. جواب شما باید به اندازه کافی روشن باشد به‌طوری که هر شخص دیگری بتواند آن را بخواند و تفکر شما را درک کند. این مهم است که به همه کارتان را نشان دهید.

* ایستگاه رادیویی «رادیو ریاضیات» در شهر ریاضیات و در فاصله ۲۰۰ کیلومتری ایستگاه «رادیو هندسه» از شهر هندسه واقع است. بزرگراه ۷ یک جاده مستقیم بین این دو شهر است. «رادیو ریاضیات» می‌تواند تا ۱۵۰ کیلومتری (از هر طرف) پیام‌هایش را انتشار دهد و «رادیو هندسه» می‌تواند تا ۱۲۵ کیلومتری پیام‌هایش را انتشار دهد. امواج رادیویی از هر ایستگاه مطابق شکل زیر در هوا ارسال می‌شود.

امواج

● ایستگاه

روی یک صفحه دیگر، نموداری رسم کنید و موارد زیر را نشان دهید:

- بزرگراه ۷
- مکان دو ایستگاه رادیویی
- بخشی از بزرگراه که از هر دو ایستگاه می‌تواند پیام رادیویی بگیرد.

مطمئن شوید که برچسب‌گذاری‌های فاصله‌ها در مسیر بزرگراه و مسافت‌ها برحسب کیلومتر در بزرگراه درمورد قسمت‌هایی که هر دو ایستگاه پیامشان دریافت می‌شود، به‌درستی انجام گرفته باشد.

در این مثال دانش‌آموزان باید از منطق و نمودار برای ایجاد ارتباط مستدل استفاده کنند قبل از این که جواب خود را ارائه کنند. بنابراین چند عنصر کلیدیِ قدرت ریاضی در این پرسش اندازه گیری می‌شود.

نمره گذاری پرسش‌های پاسخ-باز گسترش یافته

پرسش‌های پاسخ-باز گسترش‌یافته در ریاضیات باید براساس یک مقیاس رتبه‌بندی توسعه‌یافته که از یک نمونه از پاسخ‌های واقعی دانش‌آموزان به‌وجود می‌آید، ارزش‌گذاری شود. شیوه نمره گذاری مثال قبلی که نمونه‌ای از پرسش‌های گسترش‌یافته است، در زیر ارائه می‌گردد تا سرمشقی برای نمره گذاری این‌گونه پرسش‌ها باشد.

رتبه‌بندی مقوله‌ها	مقوله عملکرد دانش‌آموزان
۰	بدون پاسخ
۱	نادرست- کار کاملاً نادرست یا نامربوط است و یا پاسخ داده است «نمی‌دانم»
۲	کمترین- نمودار تنها با شهرها، بزرگراه ۷ و ۲۰۰ کیلومتر نشان داده شده است، یا یک نمودار که تنها بعضی و نه همه فاصله‌ای داده شده را نشان می‌دهد: ۱۲۵، ۱۵۰ و ۲۰۰ کیلومتر. پاسخ‌های کمینه، ناحیه مشترک (ناحیه‌ای که پیام هر دو ایستگاه شنیده می‌شود) را مشخص نمی‌کنند.
۳	ناقص- نمودار شامل شهرها، بزرگراه ۷ و ۲۰۰ کیلومتر است که نشانه گذاری شده‌اند و ناحیه مشترک به‌عنوان طول مشخص شده است ولی روی بزرگراه مشخص نشده است. دو یا بیشتر از دو فاصله مربوط به امواج رادیویی: ۲۵۰ و ۱۲۵ و ۷۵ ارائه شده، که بر چسب‌گذاری آن‌ها ناکافی است.
۴	به اندازه کافی خوب- نمودار شامل شهرها، بزرگراه ۷، ۲۰۰ کیلومتر و همه فاصله‌های مؤثر نشانه گذاری شده است و ناحیه مشترک روی بزرگراه ۷ به‌عنوان یک طول مشخص شده است. در همین حال، طولی از بزرگراه که هر دو ایستگاه امواجشان به آنجا می‌رسد به‌طور نادرست محاسبه شده است و یا اصلاً محاسبه نشده است.
۵	تعمیم‌یافته- نمودار به‌طور دقیق و بسیار خوب برچسب‌گذاری شده است (همان‌گونه که در بند قبلی توصیف شد). ناحیه مشترک (تحت پوشش هر دو ایستگاه) به‌صورتی واضح مشخص شده است که به‌طول ۷۵ کیلومتر می‌باشد.

وقتی یک مقیاس نمره گذاری به هنگام شده برای یک مسئله خاص، به‌وسیله تصحیح‌کنندگان با تجربه به کار گرفته می‌شود، اطلاعات با ارزش و غنی دربارهٔ درک مفهوم و دانش رویه‌ای از موقعیت یک مسئله را فراهم می‌کند و توانایی دانش‌آموزان برای حل کردن مسئله، برقراری ارتباط مفهومی از فرایند را در موضوع مسئله موجب می‌شود.

معیارهای ارزش‌یابی مهارت‌ها

سیستم ارزش‌یابی مهم‌ترین پشتوانه‌ی اجرایی برنامه است. به همین دلیل مهم است که معیارهایی برای ارزش‌یابی تمام این مهارت‌ها ارائه شود. در زیر این معیارها همراه یک ساختار کلّی خواهد آمد. سپس برای نمونه معیارهای ارزش‌یابی مهارت حل مسئله به‌طور جزئی و موشکافانه ارائه خواهد شد. شکافتن معیارهای کلّی وظیفه‌ی مؤلفین کتاب‌های درسی است و باید در راهنمای کتاب درسی گنجانده شود.

معیار برای ارزش‌یابی مهارت تخمین، تقریب عددی

گام ۱- تصمیم‌گیری برای لزوم تخمین

گام ۲- انتخاب استراتژی تخمین

گام ۳- تخمین زدن

گام ۴- آزمون و توجیه درستی استراتژی

معیار برای ارزش‌یابی مهارت اندازه‌گیری

گام ۱- تصمیم‌گیری در واحد اندازه‌گیری

گام ۲- تعیین ابزار اندازه‌گیری

گام ۳- اندازه‌گیری

گام ۴- تحلیل دقّت اندازه‌گیری و خطای ابزار

معیار برای ارزش‌یابی مهارت استفاده از ابزارها و تکنولوژی

گام ۱- تصمیم‌گیری در مورد لزوم استفاده از ابزارها و تکنولوژی

گام ۲- انتخاب ابزار مناسب

گام ۳- استفاده از ابزارها و ماشین‌های محاسباتی

گام ۴- تفسیر و کاربرد نتایج

معیار برای ارزش‌یابی مهارت مدلسازی

گام ۱- جمع‌آوری و سازمان‌دهی داده‌ها

گام ۲- انتخاب روش‌های مدلسازی

گام ۳- مدلسازی ریاضی

گام ۴- تحلیل مدل‌ها و پیش‌بینی رفتار متغیرها

معیار برای ارزش‌یابی مهارت استفاده از نمودارها و شهود هندسی

گام ۱- جمع‌آوری اطّلاعات موردنیاز

گام ۲- تبدیل اطّلاعات کلامی به تصویری

گام ۳- استدلال تصویری و شهودی

گام ۴- تبدیل اطّلاعات تصویری به کلامی

معیار برای ارزش‌یابی مهارت کشف، استدلال

گام ۱- استخراج اطّلاعات موردنیاز و حدس ارتباطات

گام ۲- انتخاب استراتژی استدلال در فرآیند کشف

گام ۳- استدلال

گام ۴- بازگشت به عقب و کشف ارتباطات جدید

معیار برای ارزش‌یابی مهارت فرضیه‌سازی و نظریه‌پردازی

گام ۱- تجربه

گام ۲- سازمان‌دهی اطّلاعات و تشخیص ارتباطات بین فرضیه

گام ۳- فرضیه‌سازی

گام ۴- آزمون و تعمیم فرضیه

معیار برای ارزش‌یابی مهارت کاربرد راهبردهای حل مسئله

گام ۱- فهمیدن مسئله

گام ۲- انتخاب استراتژی

گام ۳- حل مسئله

گام ۴- تحلیل و بازگشت به عقب

معیار برای ارزش‌یابی مهارت شمارش

گام ۱- انتخاب واحد شمارش

گام ۲- دسته‌بندی

گام ۳- شمارش

گام ۴- ترجمه به زبان مسئله

معیار برای ارزش‌یابی مهارت محاسبات عددی و عملیات ذهنی

گام ۱- تصمیم‌گیری برای لزوم انجام عملیات ذهنی و محاسبات

گام ۲- انتخاب استراتژی‌های محاسباتی

گام ۳- محاسبات

گام ۴- بیان استراتژی و اثبات درستی آن

الگوی پیشنهادی برای ارزش‌یابی مهارت حل مسئله

در حل مسئله، دانش‌آموزان نیازمند به کارگیری انبوهی از دانش ریاضی در یک موقعیت جدید هستند. حل مسئله مستلزم این است که دانش‌آموزان مسئله‌ها را شناسایی و فرمول‌بندی کنند، استراتژی‌ها را به کار بگیرند و سازگاری و کفایت داده‌ها را تعیین کنند. داده‌ها، مدل‌ها و ریاضیات مرتبط به آن‌ها را به کار بگیرند (استدلال‌های فضایی، استقرایی و استنتاجی، آماری و نسبیتی، قیاسی و تمثیلی) و درستی و معقول‌بودن راه‌حل‌ها را داوری کنند. موقعیت‌های حل مسئله مستلزم این است که دانش‌آموزان مفاهیم ریاضی را پیوند دهند و راهبردها، استدلال‌کردن و مهارت‌های ارتباطی-نمایشی را در مواجهه با موقعیت‌های جدید به کار بگیرند. این‌گونه موقعیت‌ها شاید بهترین راه دست‌یابی به اندازه‌های دقیق از مهارت دانش‌آموزان در ریاضیات هستند.

چندین عامل در تدوین چهارچوب ارزش‌یابی ریاضی نقش دارند که تارها و رشته‌های محتوای ریاضی مهم‌ترین این عوامل را تشکیل می‌دهند. این دو محور، نقش اساسی در پیکره‌ی ریاضی دارد و بر عوامل دیگر تأثیرگذارند. در ادامه به بررسی این دو محور می‌پردازیم.

رشته‌های محتوای ریاضی

رشته‌های محتوای ریاضی در پنج رده، دسته‌بندی می‌شوند. اگرچه براساس دیدگاه‌های دیگر این طبقه‌بندی می‌تواند متفاوت باشد ولی در حال حاضر این طبقه‌بندی مرسوم است.

۱- مفهوم عدد، ویژگی‌ها و عملیات

۲- اندازه گیری

۳- هندسه و مفاهیم فضایی

۴- تجزیه و تحلیل داده‌ها، آمارها و احتمال

۵- جبر و توابع

هدف این‌گونه تقسیمات این نیست که ریاضیات را به عناصر گسسته تفکیک کند بلکه مقصود فراهم‌کردن طرح‌واره‌ای است تا طیف‌های محتوای ریاضی را به‌طور کامل توصیف کند. در عین حال توصیفات محتوای ریاضی نمی‌توانند به تنهایی و به‌طور کامل، انواع تفکر ریاضی را بیان کنند. منظور از انواع تفکر ریاضی همان‌هایی است که در استانداردهای هر نظام آموزشی توصیه شده و به‌وسیله جریان اصلاحات آموزشی پیشنهاد می‌شوند. حتی اندیشه و تفکری که بوسیله استانداردها و اصول برای توسعهٔ فرایندهای حل مسئله، برقراری ارتباط بیرونی، استدلال کردن، اتصال و ارتباط درونی بین ایده‌های ریاضی، در هریک از رشته‌های محتوای ریاضی حضور دارند، به بُعد اضافی دیگری از ارزش‌یابی نیاز دارد.

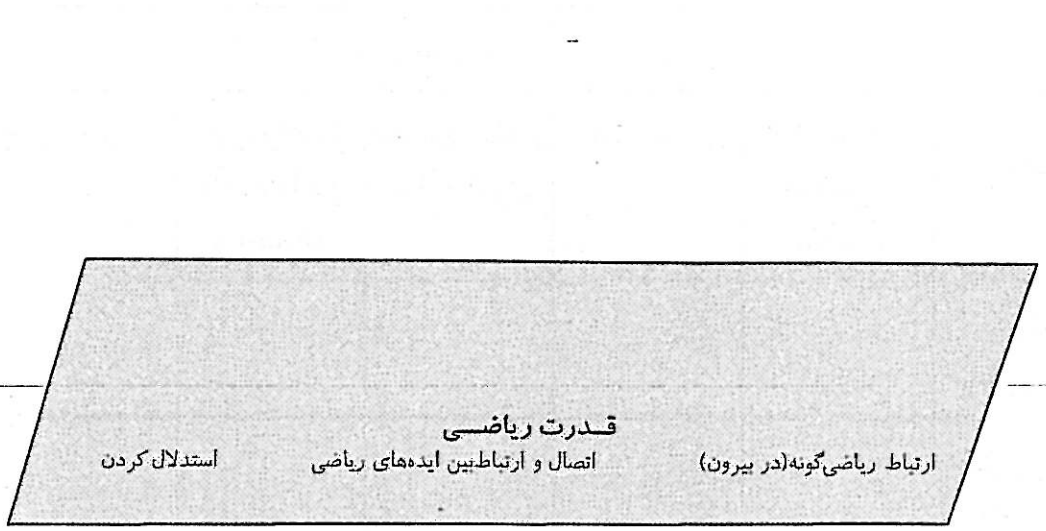
ابعاد ریاضی

یکی از روش‌های تعیین‌کردن پرسش‌ها در ارزش‌یابی‌های ریاضیات، به‌کارگیری جدول دوبعدی «رشته محتوا - توانایی ریاضی» است که در ذیل نشان داده می‌شود.

توانایی ریاضی	ناحیه‌های محتوا				
	اعداد، خواص و عملیات	اندازه‌گیری	هندسه و مفاهیم اندازه‌گیری	تجزیه و تحلیل داده‌ها، آمار و احتمال	جبر و توابع
درک مفهومی					
دانش رویه‌ای (روند همراه با عمل)					
حل مسئله					

به‌کارگیری این‌گونه چهارچوب‌ها بستگی به این دارد که یک راهنمای قوی برای ساختن آزمون‌هایی در سطح وسیع داشته باشیم. با این حال، این‌گونه ساختارها برای کنترل کار در برابر اهداف برنامه‌ای دانش ریاضی و یکپارچگی سراسری مباحث لازم است.

یکی از مشکلات این روش در طرح آزمون‌ها، مسئله تخصیص پرسش‌ها به هریک از خانه‌های این جدول است که به طبقه‌بندی توانایی‌های ریاضی بستگی دارد. طبقه‌بندی توانایی‌های ریاضی با عمق گرفتن مفاهیم و تغییر آن در مقاطع تحصیلی تغییر می‌کند. در زندگی واقعی چندین موقعیت ریاضی آشکارا در یک رشته محتوا قرار می‌گیرند و این چند موقعیت به‌طور طبیعی تنها یکی از گونه‌های تفکر ریاضی است. هنوز هم برای تضمین اهداف وسیع و موضوعات گسترده، در ساختن آزمون‌ها بایستی پرسش‌ها از چندین راه طبقه‌بندی شوند. یکی از راه‌های جدید که مبتنی بر چهارچوبی سه‌بعدی است و تعمیمی از جدول دوبعدی [رشتهٔ محتوا - توانایی ریاضی] می‌باشد، این‌طور معرفی می‌شود که علاوه بر رشتهٔ محتوا و توانایی‌های ریاضی، بُعد سوم یعنی قدرت ریاضی را نیز درگیر می‌کند. نمودار این چهارچوب در زیر ارائه شده است.



این نمودار نشان می‌دهد که محتوای برنامه درسی ریاضیات از پنج ناحیه وسیع ریاضی نشأت می‌گیرد و پرسش‌های ارزش‌یابی ریاضیات برحسب اهمیت ناحیه‌ها طبقه‌بندی می‌شوند. پرسش‌هایی که براساس این چهارچوب ایجاد می‌شوند شامل دو بُعد توانایی‌های ریاضی و قدرت ریاضی هستند. همان‌گونه که سازگاری توانایی‌های ریاضی (درک مفهومی، دانش رویه‌ای، حل مسئله) درون یک محتوای وسیع، از راه استدلال همراه با ارتباطات ایده‌های ریاضی در سراسر دامنه وسیع تفکر ریاضی و محتوای ریاضی برقرار می‌شود و قدرت ریاضی نیز درگیر می‌گردد. ارتباط [ریاضی] هم به‌عنوان وحدت‌بخشی بین رشته‌های ریاضیات دیده می‌شود و هم به‌عنوان راهی که دانش‌آموز بتواند پاسخ‌های بامعنی برای تکالیفش پیدا کند.

مفهوم قدرت ریاضی به معنی استدلال کردن، ارتباط درونی ایده‌های ریاضی و ارتباط ریاضی‌گونه (بیرونی) نقش مهم و فزاینده‌ای در اندازه گیری پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان بازی می‌کند. ارزش‌یابی‌های ریاضی معمولاً شامل پرسش‌های چندگزینه‌ای، کوتاه‌پاسخ و پاسخ-باز بوده است که پرسش‌های پاسخ-باز راهی برای نشان دادن ارتباط ریاضی‌گونه بوده است. اخیراً پرسش‌های پاسخ-باز توسعه‌یافته نیز افزوده شده است که مستلزم این است که دانش‌آموزان نه‌تنها در مورد ایده‌هایشان ارتباط ریاضی‌گونه برقرار کنند بلکه هنگام حل مسئله، قدرت استدلال کردن خود را بروز دهند. اکنون در ارزش‌یابی‌ها تمرکز بیشتری بر پرسش‌های پاسخ-باز توسعه یافته است تا قدرت ریاضی دانش‌آموزان و توسعه آن را به‌عنوان محور آموزش ریاضیات مورد ارزیابی قرار دهد. این کار با سنجش دقت استدلال کردن و برقراری ارتباط درونی و

بیرونی انجام می‌گیرد که به‌وسیلهٔ مسائل زندگی واقعی و پرسش‌هایی که فرصت‌هایی برای‌همهٔ دانش‌آموزان فراهم کند تا همه رشته‌های محتوای ریاضیات را به‌عنوان یک کل واحد در یادگیری‌شان پیوند دهند. بنابراین ویژگی این‌گونه پرسش‌ها، به کارگیری بیش از یک رشته محتوا در درون آن است و پاسخ‌گویی به آنها مستلزم به کارگیری چند رشته از محتوای ریاضی است.

توانایی‌های شناختی

تأثیر حتمی آگاهی دادن درباره پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان که هدف اصلی ارزش‌یابی است، بهبودی آشکار در یادگیری ریاضی است. استانداردهای ارزیابی و برنامه درسی برای ریاضیات مدرسه در راستای تحقق تغییر حقیقی در برنامه درسی ریاضیات و بهبود و اصلاح جریان یاددهی-یادگیری ریاضی است. جریان ارزش‌یابی ریاضی در درون خود نیز با تحوّل و دگرگونی توأم است تا خود بتواند ابزار به‌هنگامی در خدمت آموزش ریاضی باشد. در کلاس‌های درس، فعالیت‌های ارزش‌یابی از منظر دانش‌آموز نیز به‌عنوان منبع آگاهی برای قضاوت در مورد معلمان به کار می‌رود. از این راه دانش‌آموز تمیز می‌دهد که کدام معلم باارزش است و کدام‌یک از معلمین واقعاً به درک و فهم دانش‌آموز توجه می‌کنند. دانش‌آموزان سعی می‌کنند خود را و یادگیری خود را در راستای انتظارات معلمین که به‌وضوح در ارزش‌یابی‌ها آشکار می‌شود، هماهنگ کنند. بنابراین ارزش‌یابی‌ها می‌توانند جهت‌دهنده جریان یاددهی-یادگیری باشند که اگر در راستای آموزش واقعی باشند بسیار مثبت و کارساز است و چنانچه بر مراحل درک و فهم و توانایی‌های ریاضی و قدرت ریاضی تأکید نداشته باشد آن‌گاه جریان آموزش را به بیراهه و هدردادن نیروها و امکانات سوق می‌دهد.

توانایی‌های شناختی ریاضی در دو ردهٔ «قدرت ریاضی» و «توانایی‌های ریاضی» تبیین می‌شود که در ادامه به بررسی آن‌ها می‌پردازیم.

قدرت ریاضی

قدرت ریاضی محور اصول و استانداردهای آموزش ریاضی است که به توصیف وجوه و جنبه‌هایی از عملکرد دانش‌آموزان در ریاضی می‌پردازد. قدرت ریاضی به‌عنوان توانایی فراگیر دانش‌آموز برای گردآوری و به کارگیری دانش ریاضی از راه کاوشگری، حدسیه‌سازی و استدلال منطقی، ازطریق حل مسائل غیرسرراست، ازطریق برقراری ارتباط ریاضی‌گونه و از راه اتصال و پیوند درونی ایده‌های ریاضی در یک موضوع ریاضی با ایده‌های ریاضی در موضوعی دیگر و یا با ایده‌هایی از نظام‌های دیگر در همان موضوع ریاضی یا موضوع وابسته به آن مشخص می‌شود. بنابراین ارزش‌یابی قدرت ریاضی دانش‌آموزان ضروری است.

ارزش‌یابی قدرت ریاضی دانش‌آموز نیازمند بسیاری از نشانگرهای گوناگون در طول زمان است.

همان‌گونه که قدرت ریاضی فراتر از توانایی‌های عمومی ریاضی یعنی توانایی درک مفهومی، دانش رویه‌ای و حل مسئله، توسعه پیدا می‌کند، برای اطمینان‌یافتن از اندازه‌های اخذ شده از توانایی دانش‌آموز برای استدلال در موقعیت‌های ریاضی و برای برقراری ارتباطِ ادراکات و نتایج بیرون‌آمده از محتوای ریاضی و برای ایجاد پیوند درونی طبیعت ریاضیِ یک موقعیت با دانش ریاضی مرتبط و اطلاعات سودمند نظام‌های دیگر ریاضی مهم است. تعامل و تبادل کلی همهٔ این توانایی‌هاست که قدرت ریاضی فراگیر دانش‌آموز را در یک دوره زمانی تعریف می‌کند. مهارت‌های ذهنی استدلال‌کردن، برقراری ارتباط درون ریاضی و به‌وسیله ریاضی در بیرون که در قلب هریک از رشته‌های محتوا و توانایی‌های ریاضی قرار دارند، باید در ارزش‌یابی‌ها ترکیب شوند.

قدرت ریاضی می‌تواند از مناظر گوناگون درنظر گرفته شود. دانش‌آموزان باید با مسائل جدید در یک موضوع قدیمی و یا با یک مسئلهٔ قدیمی در یک موضوع جدید روبه‌رو شوند. هنگامی که اولین تلاش‌های دانش‌آموز برای حل مسئله شکست می‌خورد باید اطلاعاتش را وارسی کند و دوباره با آن روی مسئله کار کند. سپس اطلاعاتش را منسجم کرده و با روشی مولّد و کارآمد برای موقعیت مسئله به‌کار بگیرد. فرایند بازبینیِ یک رویکرد برای یک مسئله مبتنی است بر استدلال‌کردن، گردآوری اطلاعات جدید و ایجاد ارتباط درونی با ایده‌های دیگر ریاضی، که به‌طور پویا رُشد می‌کند و موجب تغییر توانایی می‌شود. این سیما از قدرت ریاضی می‌تواند از راه عملکرد دانش‌آموزان در درون یک رشته محتوای جزئی و در سطوح درک مفهومی، دانش رویه‌ای و حل مسئله درنظر گرفته شود. معادل یک مفهوم خاص، یک رویه یا محتوای یک مسئله باید در رشته‌های محتوا درنظر گرفته شود. در مرحله بعدی مجموعه‌های پرسش‌ها (مربوط به سطوح یادگیری) در ارزش‌یابی بسیار مؤثر خواهند بود. استفاده از حسابگرهای دستی موجب می‌شود که دانش‌آموزان وقت صرف محاسبات نکنند و بتوانند سریعاً مسیرهای بدیل را پیگیری کنند و آن‌ها را بیازمایند.

دانش‌آموزان قدرت ریاضی‌شان را از راه فرمول‌بندی و تاخت‌وتاز روی مسائل و موقعیت‌هایی که با احتمال‌ها و امکان‌های بسیار درگیر است و از راه استدلال‌کردن -که در چنین موقعیت‌هایی از اهمیت به‌سزایی برخوردار است- انجام می‌دهند. در پرسش‌های پاسخ-باز توسعه‌یافته دانش‌آموزان با تجربه‌هایی روبه‌رو می‌شوند که نیازمند ساختن پاسخ مهم و باارزش هستند. در میان گزارش یک دانش‌آموز از فرایند تفکرش، سؤال‌های مربوط به رویکرد او، طبیعت استدلال‌کردنش و توانایی او در حل مسئله‌ها، اکثراً نتیجه‌ای است که از شواهد و مدارک بیرون کشیده می‌شود و کمتر به‌صورت یک حدس استنتاجی می‌باشد. به‌علاوه هنگام نمره‌گذاری بایستی به تلاش‌های دانش‌آموزان اعتبار و امتیاز داد.

نهایتاً، قدرت ریاضی تابعی از دانش قبلی، تجربه و توانایی برقراری ارتباط درونی به‌وسیله دانش‌آموز است که در راه‌های مولّد برای موضوعات جدید مشاهده می‌شود. این منظر از قدرت ریاضی می‌تواند با پرسش‌هایی چندگزینه‌ای و از

راه تجزیه و تحلیل روش‌هایی که دانش‌آموزان پاسخ‌هایشان را توسعه می‌دهند، اندازه گیری شود. اطلاعات مرتبط به این وجوه رُشد دانش‌آموزان به سختی قابل-استخراج و تفکیک است. با این حال سه وجه قدرت ریاضی (استدلال‌کردن، برقراری ارتباط بیرونی، برقراری ارتباط درونی ریاضی) برای‌تعیین‌کردن رشته‌های مفاهیم ریاضی به جهت ساختن پرسش‌ها و طراحی آزمون‌های سراسری به کار می‌روند.

توانایی‌های ریاضی

ابعاد توانایی‌های ذهنی عمومی وابسته به ریاضی شامل درک مفهومی، دانش رویه‌ای (فرایندی همراه با عمل) و حل مسئله است. این سه ناحیه به‌طور اخص به‌وسیله اصول و استانداردهای آموزش ریاضی تعریف شده‌اند. درک مفهومی می‌تواند به‌طور ساده به‌عنوان یک اندازه برای دانایی دانش‌آموز از «برای آنکه» یا «دربارهٔ» درنظر گرفته شود. در صورتی که دانش رویه‌ای می‌تواند به‌عنوان دانایی دانش‌آموز از «چگونه» درنظر گرفته شود. ترکیب این دو توانایی، پایه و اساسی برای قابلیت شناسایی و درک و فهم یک موقعیت فراهم می‌کند. شناسایی و درک یک موقعیت برای فرمول‌بندی آن است تا به وسیله آن با موقعیت مواجه شده و راه‌حلی برای آن به‌دست آید و سپس بر روی راه‌حل، بازتاب صورت گیرد. این فعالیت‌ها در مرحله بعدی به‌عنوان مناظر حل مسئله درنظر گرفته شود.

در حال حاضر طراحی ارزش‌یابی ریاضی بر روی درک مفهومی، دانش رویه‌ای و حل مسئله تمرکز دارد که موجب تعادل و پایداری ارزش‌یابی می‌گردد. به‌خصوص توصیه می‌شود که در طراحی پرسش‌ها و تکالیف ارزش‌یابی برای هر پایه تحصیلی دست‌کم یک‌سوم پرسش‌ها مربوط به اندازه گیری توانایی‌های درک مفهومی، دانش رویه‌ای و حل مسئله باشند. توانایی‌های ریاضی نیز همانند رشته‌های محتوای ریاضی، عامل‌های تفکیک‌شده و مجزا نیستند. این‌گونه توانایی‌ها ترجیحاً راه‌هایی را توصیف می‌کنند که به‌وسیلهٔ آن اطلاعاتی برای آموزش، به‌وجود می‌آید یا راه‌هایی که دانش‌آموز به دست‌ورزی و استدلال یا برقراری ارتباط درمورد ایده‌های ریاضی‌اش اقدام می‌کند. به‌عنوان یک نتیجه بین آموزشگران اتفاق نظر جمعی در مورد سازگاربودن یک پرسش رویه‌ای، مفهومی یا حل مسئله وجود ندارد. آنچه را که می‌توان طبقه‌بندی کرد، کارها و اعمالی است که یک دانش‌آموز برای پردازش اطلاعات و فراهم‌کردن پاسخ‌های رضایت‌بخش انجام می‌دهد.

بنابراین در داخل رشته‌های محتوای ریاضی، تکالیف ارزش‌یابی برحسب مقوله‌های توانایی‌های ریاضی دسته‌بندی می‌شوند. جنبه‌های قدرت ریاضی (استدلال‌کردن، برقراری ارتباط درونی ایده‌های ریاضی و برقراری ارتباط ریاضی‌گونه (بیرونی)) نیز هم‌زمان در یک سطح اضافی دیگر برای غنی‌سازی تکالیف ارزش‌یابی موردنظر خواهند بود. در ادامهٔ بحث به بررسی درک مفهومی، دانش رویه‌ای و حل مسئله می‌پردازیم تا جنبه‌های اولیه ارزش‌یابی ریاضی را نشان دهیم. برای

قدرتمندکردن دانش‌آموزان در موقعیت‌های ریاضی باید ابعاد گوناگون فعالیت‌های شناختی با هم ترکیب شوند.

درک مفهومی

دانش‌آموزان درک مفهومی را هنگامی بروز می‌دهند که شواهد و مدارکی را برای شناسایی، نشانه گذاری، تولید مثال‌ها و ضدمثال‌ها برای مفاهیم فراهم کنند. به‌علاوه، هنگام به کارگیری مدل‌ها و برقرارکردن ارتباط درونی آن‌ها، رسم نمودارها، دست‌ورزی‌ها و نمایش‌های گوناگون یک مفهوم نیز توانایی درک مفهومی خود را بروز می‌دهند. وحدت‌بخشی و به کارگیری اصول (گزاره‌های معتبری که روابط بین مفاهیم را در شکل و قالب شرطی آن تعمیم می‌دهند)، دانستن و به کارگیری حقایق و تعاریف، مقایسه کردن در تقابل قراردادن و با هم سنجیدن، یکپارچه کردن مفاهیم مرتبط و اصول برای توسعه ماهیت مفاهیم و اصول، شناسایی و تفسیر و به کارگیری علائم و نمادها و جملاتی که برای نمایش مفاهیم به کار می‌روند و یا تفسیر فرض‌ها و رابطه‌های درگیر با مفاهیم در مجموعه‌های ریاضی، همگی از فعالیت‌هایی است که هنگام انجام آن‌ها درک مفهومی دانش‌آموز نمایان می‌شود.

درک مفهومی، توانایی دانش‌آموز را برای استدلال‌کردن در مجموعه‌های درگیر یا کاربردهای دقیق تعاریف یک مفهوم با رابطه‌ها و نمایش‌های دیگر انعکاس می‌دهد. چنین توانایی به‌وسیله عملکرد دانش‌آموزانی که مثال‌ها، نمایش‌های عمومی و ویژه را تولید می‌کنند، نمایان می‌شود. توانایی دست‌ورزی ایده‌های اصلی دربارهٔ درک یک مفهوم از راه‌های گوناگون از موارد دیگر بروز درک مفهومی دانش‌آموز است.

دانش رویّه‌ای (دانش متکی بر روند همراه با عمل)

دانش‌آموزان دانش رویّه‌ای در ریاضی را هنگامی بروز می‌دهند که رویه‌های مناسب را به درستی انتخاب کنند و به کار برند. دانش رویّه‌ای برای تحقیق و تصدیق درستی یک رویه در الگوهای ملموس یا روش‌های نمادین و یا برای توسعه و اصلاح رویه‌هایی که با عوامل ذاتی در مجموعه‌های مسائل سروکار دارد، به کار می‌رود.

دانش رویّه‌ای همچنین خواندن و تولید نمودارها، جدول‌ها، عملکرد ساخت‌های هندسی و عملکرد مهارت‌های محاسباتی مانند گردکردن و مرتب‌کردن را شامل می‌شود. این فعالیت‌ها می‌توانند از درک مفهومی محتوای تکالیف و یا از دانش قبلی دانش‌آموز مشتق شوند. در این مجموعه‌ها، سؤال ارزش‌یابی این است که دانش‌آموز با چه کیفیتی یک رویه را انجام می‌دهد و یا چگونه یک رویّه مناسب را برای انجام یک تکلیف انتخاب می‌کند؟

دانش رویّه‌ای غالباً در توانایی دانش‌آموز برای ایجاد ارتباط درونی یک فرایند الگوریتمی با یک موقعیت مسئله داده‌شده، انعکاس می‌یابد و یا برای به کار بردن درست یک الگوریتم و یا برای برقراری ارتباط بین نتایج یک الگوریتم در متن یک مجموعهٔ مسئله نیز بازتاب خواهد داشت. علاوه بر این، دانش رویه‌ای دربرگیرندهٔ توانایی دانش‌آموز برای

استدلال در یک موقعیت و توصیف چرایی مناسب‌بودن یک رویه خاص برای یک مسئله خواهد بود.

فرم‌های ارزش‌یابی حل مسئله

ارزش‌یابی توانایی حل مسئله دانش‌آموزان مساوی با کنترل جواب دانش‌آموز نیست و با مؤلفه‌های دیگری از انجام دادن ریاضی درگیر است. چگونگی پردازش اطلاعات در جریان حل کردن مسئله‌ها، متن و محور ارزش‌یابی حل مسئله است. رهیافت و چارچوب مورد نظر ما در حل مسئله ریاضی، چارچوب چهار مرحله‌ای «پولیا» است که مراحل آن تحت عنوان‌های فهمیدن مسئله، طراحی نقشه برای حل، اجرای نقشه یا حل کردن مسئله و بازنگری و بررسی جواب شناخته می‌شوند. این چارچوب، راهنما و هادی فرایند تفکر دانش‌آموز در جریان حل مسئله است و ساختاری فراهم می‌کند تا دانش‌آموز بتواند در درون آن در مسیر حل مسئله کار کند. ارزیابی پیشروی دانش‌آموز در میان مراحل این چارچوب کمک می‌کند تا ناحیه‌هایی که دانش‌آموز در جریان حل کردن مسئله‌ها قوی یا ضعیف است، ارزش‌یابی شود. ابزارهای زیر می‌تواند برای ارزش‌یابی توانایی‌های حل مسئله مورد استفاده قرار گیرد. ارزش‌یابی توانایی حل مسئله را می‌توان به‌صورت شفاهی و کتبی انجام داد. روشن است که تصحیح و نمره گذاری آن‌ها با روش‌های جاری تفاوت دارد. برای تسهیل در انجام ارزش‌یابی شفاهی و کتبی فرم‌هایی تنظیم کرده و به کار می‌گیریم.

فرم مربوط به پاسخ‌گویی شفاهی - کتبی

این فرم می‌تواند به‌عنوان ابزاری برای خود - پرسش‌گری به دانش‌آموزان داده شود و یا به‌عنوان راهنمایی برای کار روی یک مسئله که به‌صورت گروه یادگیری مشارکتی انجام می‌شود، درنظر گرفت. هم‌چنین این فرم می‌تواند برای ارزیابی پاسخ‌های کتبی یا شفاهی یک دانش‌آموز (منفرد) و یا برای ارزیابی ارائه کتبی یا شفاهی گروه یادگیری مشارکتی به کار رود. دانش‌آموزان به فرصتی نیاز دارند تا فرایند تفکرشان را در جریان کار روی یک مسئله به‌صورت کلامی در آورند. این فرم به دانش‌آموزان کمک می‌کند حل کردن یک مسئله را به‌صورت کتبی یا شفاهی سازمان‌دهی کنند.

مسیر تفکر در حل مسئله

از آنجا که حل کردن مسئله‌ها یک فرایند اندیشیدن است، هنگامی که دانش‌آموز در طی کار روی مسئله در مراحل فرایند حل مسئله درگیر حل کردن می‌شود، باید سؤال‌هایی از خودش بپرسد تا تفکر و اندیشیدن خود را هدایت کند. این‌گونه سؤال‌ها به او کمک می‌کند مسئله را بفهمد. نقشه‌ای برای حل طرح کند، نقشه خود را به‌عمل در آورد و سپس فرایند عملکرد خود را بازنگری کند و حل خود را کنترل نماید. به‌علاوه، این‌گونه سؤال‌ها به او کمک می‌کند تا دربارهٔ روش‌های دیگر حل مسئله بیاندیشد.

گام فهمیدن

۱- مسئله درباره چیست؟

۲- سؤال (مجهول) چیست؟

۳- اطلاعات داده شده در مسئله کدام است؟

۴- شرط مسئله چیست؟

۵- آیا شرط مسئله تحقق‌پذیر است؟

۶- آیا مسئله دارای اطلاعات اضافی یا کمبود اطلاعات است؟

گام طرح نقشه‌ای برای حل

۷- کدام‌یک از استراتژی‌های حل مسئله می‌تواند مرا در حل این مسئله کمک کند؟

۸- آیا این مسئله یا شبیه آن را قبلاً دیده‌ام؟ آیا می‌توانم آن را بیان کنم؟

۹- آیا از قضیه یا مسئله‌ای وابسته به این مسئله که بتواند سودمند باشد، آگاهی دارم؟ آیا می‌توانم آن‌را بیان کنم؟

۱۰- آیا می‌توان یک قسمت از مسئله را حل کرد؟

۱۱- آیا آنچه درباره آن می‌اندیشم جواب مسئله است؟

۱۲- آیا همه مفاهیم اصلی مسئله (داده‌ها و شرط‌ها) را به کار گرفته‌ام؟

۱۳- آیا مجهول تازهٔ یا داده‌های تازه‌ای به‌دست آمده است؟

گام اجرای نقشه (حل کردن)

۱۴- چگونه می‌توانم مسئله را حل کنم؟

۱۵- آیا هر گام که برمی‌دارم مسئله پیچیده‌تر می‌شود یا واضح‌تر؟

۱۶- آیا استراتژی انتخاب شده را درست پیاده کرده‌ام؟

۱۷- آیا باید سراغ استراتژی دیگری بروم؟

۱۸- آیا به درستی داده‌ها و شرط‌های مسئله را به کار می‌گیرم؟

۱۹- آیا ارتباط منطقی بین انجام هر گام که برمی‌دارم وجود دارد؟

گام بازنگری (نگاه به عقب)

۲۰- چگونه می‌توانم نتیجه را وارسی کنم؟

۲۱- چگونه می‌توانم دریابم که جوابم معقول است؟

۲۲- آیا می‌توانم نتیجه را از راه دیگری به‌دست آورم؟

۲۳- آیا این نتیجه یا روش را می‌توانم در مسئله دیگری به کار ببرم؟

راهنمای نمره گذاری (امتیازدهی) پاسخ‌های شفاهی و کتبی

گام فهمیـــدن

۱- دانش‌آموز مسئله را با کلمات و اصطلاحات خودش بیان کند.

۰ امتیاز - نمی‌تواند مسئله را با کدام خودش بیان کند.

۱ امتیاز - مسئله را ناقص بیان می‌کند.

۲ امتیاز - مسئله را به‌صورت کامل بیان می‌کند.

۲- بیان مجهول یا سؤال مسئله:

۰ امتیاز - نمی‌تواند مجهول مسئله را دوباره بیان کند.

۱ امتیاز - مجهول مسئله را ناقص یا نادرست بیان می‌کند.

۲ امتیاز - مجهول مسئله را درست بیان می‌کند.

۳- بیان اطلاعات داده شده در مسئله:

۰ امتیاز - نمی‌تواند بیان کند.

۱ امتیاز - ناقص یا نادرست بیان می‌کند.

۲ امتیاز - درست و کامل بیان می‌کند.

۴- بیان شرط یا شرط‌های مسئله:

۰ امتیاز - نمی‌تواند بیان کند.

۱ امتیاز - به‌صورت ناقص یا نادرست بیان می‌کند.

۲ امتیاز - کامل بیان می‌کند.

۵- تحقق‌پذیری شرط یا شرط‌های مسئله:

۰ امتیاز - نمی‌تواند تحقق‌پذیری را نشان دهد.

۱ امتیاز - به‌صورت ناقص یا نادرست نشان می‌دهد.

۲ امتیاز - درست و کامل نشان می‌دهد.

۶- اطلاعات اضافی یا کمبود آن در مسئله:

۰ امتیاز - نمی‌تواند نظری بدهد.

۱ امتیاز - ناقص یا نادرست نظر می‌دهد.

۲ امتیاز - درست و کامل مشخص می‌کند.

گام طراحی نقشه‌ای برای حل

۷- بیان یک یا بیش از یک استراتژی که می‌تواند در حل مسئله کمک کند.

۰ امتیاز - هیچ استراتژی ارائه نمی‌کند.

۱ امتیاز - یک یا بیشتر از یک مورد استراتژی ارائه می‌کند ولی انتخاب‌ها ضعیف هستند.

۲ امتیاز - یک یا بیش از یک استراتژی مؤثر بیان می‌کند.

۸- مسئله یا مشابه آن را قبلاً دیده است.

۰ امتیاز - چیزی نمی‌تواند بگوید.

۱ امتیاز - ناقص یا نادرست نظر می‌دهد و یا نمی‌تواند آن‌را ارائه کند.

۲ امتیاز - درست و کامل نظر می‌دهد و می‌تواند دلیل بیاورد.

۹- آگاهی از قضیه یا مسئله‌ای وابسته که سودمند است.

۰ امتیاز - چیزی نمی‌تواند بگوید.

۱ امتیاز - ناقص یا نادرست نظر می‌دهد.

۲ امتیاز - درست و کامل نظر می‌دهد.

۱۰- حل قسمتی از مسئله

۰ امتیاز - نمی‌تواند کاری انجام می‌دهد.

۱ امتیاز - ناقص یا نادرست انجام می‌دهد.

۲ امتیاز - به‌درستی قسمتی از مسئله را حل می‌کند.

۱۱- تخمین یا حدس جواب مسئله به گونه‌ای معقول

۰ امتیاز - تخمین یا حدسی برای جواب ندارد.

۱ امتیاز - تخمین یا حدس معقول نمی‌دهد.

۲ امتیاز - تخمین یا حدسی معقول ارائه می‌کند.

۱۲- به کارگیری همه مفاهیم اصلی (داده‌ها، شرط‌ها و رابطه‌ها)

۰ امتیاز - مفاهیم اصلی را نمی‌تواند به کار بگیرد.

۱ امتیاز - بعضی از مفاهیم اصلی را به کار می‌گیرد و یا نادرست از آن‌ها استفاده می‌کند.

۲ امتیاز - همه مفاهیم اصلی را به کار می‌گیرد.

۱۳- مجهول تازه یا داده‌های تازه

۰ امتیاز - چیزی نمی‌تواند بگوید.

۱ امتیاز - به‌صورت ناقص یا نادرست نظر می‌دهد.

۲ امتیاز - درست و کامل نظر می‌دهد.

گام اجرا و پیاده کردن نقشه برای حل

۱۴- توصیف روشی برای حل که به درستی اطلاعات مسئله را به کار می‌گیرد.

۰ امتیاز - روشی برای حل نمی‌دهد.

۱ امتیاز - روش داده شده برای حل نادرست است.

۲ امتیاز - روش درستی برای حل مسئله ارائه می‌کند.

۱۵- هر گام که اجرا می‌شود حل مسئله واضح‌تر می‌شود و یا پیچیده‌تر می‌شود.

۰ امتیاز - نمی‌تواند چیزی بگوید.

۱ امتیاز - ناقص یا نادرست نظر می‌دهد.

۲ امتیاز - به‌صورت درست و کامل تشریح می‌کند.

۱۶- پیاده کردن استراتژی انتخاب شده:

۰ امتیاز - نمی‌تواند استراتژی را به کار ببرد.

۱ امتیاز - استراتژی را ناقص یا نادرست اجرا می‌کند.

۲ امتیاز - به‌درستی استراتژی را اجرا می‌کند.

۱۷- تصمیم در مورد جست‌وجوی استراتژی‌های دیگر:

۰ امتیاز- نمی‌تواند تصمیم‌گیری کند.

۱ امتیاز - ناقص یا نادرست تصمیم می‌گیرد.

۲ امتیاز - تصمیم درستی می‌گیرد.

۱۸- چگونگی به کارگیری داده‌ها و شرط‌های مسئله در مرحله اجرای نقشه:

۰ امتیاز - نمی‌تواند داده‌های مسئله و شرط‌ها را در حین اجرا به کار بگیرید.

۱ امتیاز - داده‌های مسئله و شرط‌ها را ناقص و یا نادرست به کار می‌برد.

۲ امتیاز - داده‌ها و شرط‌های مسئله را به‌درستی مورد استفاده قرار می‌دهد.

۱۹- برقراری ارتباط منطقی در اجرای هر مرحله از گام اجرای نقشه حل

۰ امتیاز - مرحله‌هایی که اجرا می‌کند ارتباط منطقی ندارد.

۱ امتیاز - ناقص یا نادرست بین مرحله‌هایی که اجرا می‌کند، ارتباط ایجاد می‌کند.

۲ امتیاز - در حین اجرا ارتباط منطقی بین مرحله‌های اجرای نقشه را درنظر دارد.

گام بازنگری (نگاه به عقب)

۲۰- چگونگی وارسی نتیجه یا جواب:

۰ امتیاز - چیزی نمی‌تواند بگوید.

۱ امتیاز - به‌صورت ناقص یا نادرست روشی برای وارسی بیان می‌کند.

۲ امتیاز - به‌صورت درست و کامل روشی برای وارسی بیان می‌کند.

۲۱- معقول بودن جواب:

۰ امتیاز - نمی‌تواند در مورد معقول‌بودن جواب چیزی بیان کند.

۱ امتیاز - عبارت بیان‌شده به‌صورت ناقص یا نادرست معقول‌بودن جواب را بیان می‌کند.

۲ امتیاز - به‌صورت کامل و درست توضیح می‌دهد.

۲۲- روشی دیگر برای به‌دست آوردن جواب:

۰ امتیاز - استراتژی دیگری را تشریح نمی‌کند.

۱ امتیاز - استراتژی دیگری را بیان می‌کند ولی انتخاب ضعیفی کرده است.

۲ امتیاز - استراتژی مفید دیگری را توصیف می‌کند.

۲۳- کارآیی نتیجه در مسئله‌ای دیگر:

۰ امتیاز - چیزی نمی‌تواند بگوید.

۱ امتیاز - ناقص و یا نادرست نظر می‌دهد.

۲ امتیاز - نظر درستی می‌گوید و می‌تواند دلیل یا مثالی ارائه کند.

اکنون لازم است نکات مهمی در رابطه با ارزش‌یابی حل مسئله و فرم‌های ارزش‌یابی شفاهی یا کتبی و فرم‌های نمره‌گذاری مربوط به آن‌ها در نظر گرفته شود.

الف - تفاوتی اساسی بین این‌گونه ارزش‌یابی توانایی حل مسئله و روش‌های دیگر ارزش‌یابی وجود دارد. شیوه‌های

ارزش‌یابی ریاضی که به‌طور سنتی در نظام ارزش‌یابی ریاضی مدارس ما جریان دارد نیز با این روش تفاوت زیاد دارد. در نظام ارزش‌یابی جاری و امتحانات ریاضی یا توجهی به ارزش‌یابی روش‌آموزش دروس نمی‌شود و یا بسیار ضعیف و حاشیه‌ای به آن پرداخته می‌شود. در صورتی که در ارزش‌یابی توجه به ارزش‌یابی روش آموزش به‌هیچ‌وجه کمتر از ارزش‌یابی محتوای موضوع نیست. به‌علاوه این نوع ارزش‌یابی خود یک فرصت یادگیری ریاضی کم‌نظیر فراهم می‌کند. بنابراین یکی از اهداف و استانداردهای ارزش‌یابی که همانا یادگیری است از این روش محقق می‌گردد و نهایتاً می‌توان گفت کیفیت و چگونگی و مسیر تفکر دانش‌آموز نیز مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. نتیجه دست‌یابی به این ابعاد ارزش‌یابی موجب می‌شود تا مراحل برتر تفکر مورد ارزیابی قرار گیرد.

ب – این فرم‌های ارزش‌یابی و نمره‌گذاری حل مسئله به پایه‌ها و مقاطع یادگیری ریاضی و گاهی رشته‌های محتوا وابسته است. بدین‌معنی که در پایه‌های پایین‌تر این فرم‌ها می‌توانند خلاصه‌تر باشد. به‌عنوان مثال در دوره ابتدایی و راهنمایی می‌توان تعداد سؤال‌های هر گام را تا دو سؤال کاهش داد. به عکس در پایه‌های بالاتر و دبیرستان و یا مسائل مبارزطلب این فرم‌ها می‌تواند تکمیل‌تر شود و سؤالات بیشتری ذر هر گام در نظر گرفته شود. درمورد موضوعات نیز می‌توان نوعی وابستگی تبیین کرد.

پ – این نوع ارزش‌یابی متضمن وقت بیشتری است. نتیجه این‌گونه ارزش‌یابی دارای اعتبار و روایی بالایی است و برای شناسایی استعدادها یکی از بهترین روش‌ها است.

ت – این نوع ارزش‌یابی برای تحقیق و پژوهش کیفی درمورد موضوعات گوناگون آموزش بسیار مناسب است. در تحقیق کمی نیز وضع مشابه است.

معیارهای موردنظر در ارزش‌یابی یادگیری گروهی

- دانش‌آموز فعالانه در فعّالیّت‌ها شرکت می‌کند.
- دانش‌آموز اطّلاعات خود را با دیگران درمیان می‌گذارد.
- دانش‌آموز به دیگر اعضای گروه کمک می‌کند.
- دانش‌آموز از معلّم تنها وقتی درخواست کمک می‌کند که همه‌ی گروه نیازمند کمک باشند.
- دانش‌آموز نقش مشخص خود در گروه را به اجرا می‌گذارد.
- دانش‌آموز فعّالیّت گروه را تحت تأثیر قرار می‌دهد.
- دانش‌آموز ایده‌های خود را با دیگران درمیان می‌گذارد.
- دانش‌آموز دیدگاه‌های متفاوت گروه را در تحلیل‌ها تحمل می‌کند.
- دانش‌آموز نظرات دیگران را با دقّت گوش می‌کند.

می‌توان در برابر هریک از معیارها، برای دانش‌آموز یکی از سه مورد زیر را نوشت.

هرگز- این رفتار قابل مشاهده نیست.

اکثر اوقات- این رفتار در موقعیت‌های مناسبی قابل مشاهده است اما همیشگی نیست.

همیشه- این رفتار در تمام فعّالیّت‌ها و موقعیت‌های مناسب قابل مشاهده است.

فصل هفتم- مروری بر مسائل اجرایی

- چند نکته درخصوص روش فعال
- طراحی فعّالیّت توسط معلّمان
- ویژگی‌های یک فعّالیّت
- نکات خاص در اجرای روش فعال
- ویژگی‌های معلّم برای تدریس
- ویژگی‌های مواد آموزشی
- کتاب درسی
- کتاب معلّم
- کتاب کار
- کتاب ارزش‌یابی
- مواد دست‌ورزی
- فیلم‌های آموزشی
- نرم‌افزارهای آموزشی
- کتاب‌های کمک‌آموزشی
- ملزومات، تجهیزات و امکانات موردنیاز
- نحوه‌ی اشاعه‌ی برنامه درسی
- اشاعه‌ی برنامه از طرق رسمی
- اشاعه‌ی برنامه از طرق غیررسمی
- عوامل و موانع موفّقیّت برنامه
- فهرست منابع

چند نکته درخصوص روش فعال

برنامه‌ی حاضر در تهیه‌ی مواد آموزشی و در اجرای آن بر روش‌های فعال تأکید دارد. تدوین هنگامی مؤثّر و کارآمدتر خواهد بود که دانش‌آموزان خود ازطریق تجربیات دست اوّل، آزمون و خطا و درگیر شدن مستقیم در تحقیق و حل مسئله به تولید و کشف دانش بپردازند.

برای آن که چنین فضایی فراهم شود، نیاز به فعّالیّت‌های عملی و نوشتاری یا ترکیب هر دو داریم. لذا طراحی چنین فعّالیّت‌هایی در فرآیند آموزش بسیار مؤثّر است. در کتاب درسی دانش‌آموز چنین فعّالیّت‌هایی منظور خواهد شد. فعّالیّت‌های تکمیلی نیز در کتاب راهنمای معلّم ذکر خواهد شد. این فعّالیّت‌ها باتوجّه به سبک‌های یادگیری و شناختی دانش‌آموزان در سه حیطه‌ی دیداری، شنیداری و انجام دادنی (لامسه‌ای) طراحی می‌شوند. نقش معلّم در کلاس درس، انتخاب و تکمیل و چینش مناسب فعّالیّت‌ها باتوجّه به نیازهای سطوح دانش‌آموزان کلاس است. آن‌چه اهمیّت دارد، تولید و کشف مفاهیم و دانش‌ها و تقویت و توسعه‌ی مهارت‌های آن‌ها است.

طراحی فعّالیّت توسط معلمان

برای طراحی فعّالیّت‌های آموزشی و چینش آن‌ها، موارد زیر باید موردنظر قرار بگیرند:

۱- تهیه‌ی فهرست مفاهیم: در قدم اوّل باید مفاهیم موردنظر که قرار است دانش‌آموزان آن‌ها را تولید یا کشف کنند، به‌طور دقیق مشخص و روشن شود. در این فهرست، نباید بدون دلیل مفاهیم دیگری اضافه کرد. در صورتی که در کلاس دانش آموزانی وجود دارند که پیش‌نیازهای لازم را هنوز درک نکرده‌اند. ممکن است این مفاهیم پیش‌نیاز به فهرست مفاهیم موردنظر اضافه شود.

۲- تهیه‌ی فهرست اهداف: فهرستی از هدف‌های مهارتی و دانشی باتوجّه به راهنمای معلّم تهیه می‌شود. همان‌طور که در این راهنما تأکید شده است، هدف‌های مهارتی و ترتیب آن‌ها تقدم و تأخر فعّالیّت‌های آموزشی را تعیین می‌کنند. در نوشتن هدف‌ها باید تاحد امکان هدف، جزئی، مشخص و شفاف و روشن باشد. به‌طوری که قابل مشاهده و یا قابل اندازه‌گیری باشد. اهداف نگرشی همیشه باید مدنظر قرارگیرد تا در طراحی و انجام فعّالیّت‌ها، زمینه‌ی لازم برای رسیدن به این هدف‌ها تعیین شود.

۳- تهیه فعّالیّت‌ها و چینش آن‌ها: بعد از مشخص شدن هدف‌ها، نوبت به طراحی فعّالیّت‌ها می‌رسد. این فعّالیّت‌ها، باید به‌گونه‌ای طراحی شوند که دانش‌آموزان را به سمت هدف‌های تعیین شده سوق دهد. سطح توانایی‌های ذهنی و عملی دانش‌آموز و شناخت نسبت به پیش دانسته‌ها و پیش‌نیازهای موردنیاز آن‌ها در طراحی فعّالیّت‌ها مطلوب‌تر است. هم‌چنین اگر فعّالیّت به‌گونه‌ای طرح شود که انجام آن مستلزم مشارکت و کار در گروه باشد، اهداف بیش‌تری را

پوشش خواهد داد.

۴- تأکید بر روش حل مسئله: در طراحی فعّالیّت بر روش‌های حل مسئله تأکید داریم. مشخص کردن مسئله، فرضیه‌سازی، آزمون فرضیه و نتیجه گیری مراحل مواجه شدن و حل یک مسئله است. لذا فعّالیّت باید این زمینه‌ها را برای دانش‌آموزان کلاس فراهم کند. فعّالیّت موردنظر بهتر است از مسائل واقعی، ملموس و زندگی روزمره متناسب با سن دانش‌آموزان انتخاب شده و به اندازه‌ی کافی درگیرکننده باشد.

ویژگی‌های یک فعّالیّت

یک فعّالیّت غنی ریاضی باید ویژگی‌های زیر را دارا می‌باشد:

۱- در شروع برای همه قابل دسترس باشد.

۲- قابلیت تعمیم داشته و ترغیب‌کننده طرح سؤال‌هایی از نوع «چه می‌شد اگر» باشد.

۳- دانش‌آموزان را درگیر مشاهده، حدسیه‌سازی، توضیح دادن، کشف الگوها، اثبات و ابطال، تغییر کردن کند.

۴- با بحث‌ها تبادل‌نظر و ارتباط برقرار کردن، نیروی ابتکار و اختراع و خلاقیت را ارتقا بخشد.

۵- ضمن آن که دانش‌آموزان روش‌های خود را به کار می‌برند، به همکاری تشویقشان کند.

۶- مبارزه‌طلب بوده‌و به نتیجه‌ی ریاضی منجر شود.

۷- به‌طور مناسب از تکنولوژی استفاده شود.

۸- به زندگی واقعی دانش‌آموزان مربوط باشد.

۹- از مدلسازی ریاضی استفاده شود.

۱۰- یک مؤلفه‌ی فرهنگی، اجتماعی، تاریخی را دربر گیرد.

۱۱- دانش‌آموزان را به تصمیم‌گیری دعوت کند.

۱۲- دارای یک عنصر شگفت‌انگیز بوده و انجام آن لذّت بخش باشد.

البته طرح یک فعّالیّت که تمام ویژگی‌های فوق را داشته باشد، کاری سخت و دشوار است اما در طراحی فعّالیّت همیشه نکات فوق را مدنظر قرار می‌دهیم.

نکات خاص در اجرای روش فعال

۱- مهم‌ترین نکته در روش فعال، پرهیز از انتقال یکسویه‌ی مفاهیم و ارتباط آن‌ها از طرف معلّم به دانش‌آموز است. لذا در این روش، نقش معلّم به جای انتقال‌دهنده‌ی مطالب، تسهیل‌کننده‌ی فرآیند آموزش است. او در کلاس کم‌تر حرف می‌زند و کم‌تر به پای تخته می‌رود. در عوض بیش‌تر به دانش‌آموزان راهنمایی می‌دهد و کارهای آن‌ها را تصحیح، تکمیل

و هدایت می‌کند. عمده‌ی زحمت معلّم در خارج از کلاس و به هنگام طراحی فعّالیّت‌ها است.

۲- از آن‌جا که رویکرد برنامه فرآیند محور است، انجام فعّالیّت‌ها، کارگروهی دانش‌آموزان، نتیجه گیری، فرضیه‌سازی او، میزان پیشروی در انجام فعّالیّت، خلاقیت‌ها و ابتکارهای او همگی در ارزش‌یابی او مؤثّر خواهد بود. لذا یکی از وظایف معلّمان در هنگام اجرا، ارزش‌یابی دانش‌آموزان است.

۳- از آن‌جا که رسیدن به اهداف معیار تدریس خوب است، در تعیین فعّالیّت‌ها لزومی‌به پیروی چشم بسته از فعّالیّت‌های پیشنهادی کتاب و کتاب معلّم نیست بلکه معلّم با درنظر گرفتن شرایط کلاس، وضعیت اقلیمی و فرهنگی، خصوصیات دانش‌آموزان کلاس و... می‌تواند با حفظ هدف، فعّالیّت‌های جدیدی را جایگزین کند.

۴- یکی از مشکلات دانش‌آموزان با (روش‌های تربیت و آموزش معلّمان) این است که دانش‌آموز عقاید و نظرات خود را در کلاس مطرح نمی‌کند در حالی که بحث، گفت‌وگو، ابراز عقیده، بیان استراتژی‌ها، از اهداف آموزشی مورد تأکید است. لذا آموزگاران باید فضای لازم برای این کار را فراهم کنند.

۵- یکی از راه‌های ورود به مطلب جدید یا طراحی فعّالیّت‌ها و حتی ارائه‌ی تمرین و پروژه استفاده از وقایع و اتفاقاتی است که روزانه در اطراف ما، در شهر و روستای ما، در کشور ما، در مدرسه یا کلاس ما می‌افتد. یک معلّم آگاه، زیرک و هنرمند از این موقعیت‌ها برای طرح مسئله و سؤال در کلاس درس بیش‌ترین بهره را خواهد برد.

۶- استفاده از وسائل آموزشی پیش ساخته (مثلاً تولیدات صنایع آموزشی) خوب و مفید است اما در اکثر موارد می‌توان از دست‌ساخته‌های دانش‌آموزان برای فعال کردن کلاس و استفاده از وسایل آموزشی استفاده کرد. در این راه مسائل بهداشتی و ایمنی باید مدنظر معلّم قرار گیرد.

۷- در دوره‌ی ابتدایی که اکثر دروس توسط معلّم آموزش داده شود، زمانبندی کلاس درس به عهده‌ی معلّم است. توصیه می‌شود درس ریاضی که با فهم و انتزاع و استنباط ارتباط دارد در زنگ‌های اولیه‌ی صبح برگزار شود.

ویژگی‌های معلّم برای تدریس

رویکردهای مطرح شده در این برنامه، معلّم و آموزگاری متفاوت با معلمانی که به روش‌های سنتی آموزش می‌دادند، می‌طلبد. ما اعتقاد داریم که ضمن تجدیدنظر در آموزش‌های تربیت‌معلم و شیوه‌های استخدام و راهیابی افراد به این شغل، می‌توان معلّمان فعلی را به مرور با این روش‌ها و رویکردها آشنا کرد. ویژگی‌هایی که در زیر ذکر می‌شوند باید به مرور در معلّمان ایجاد شود. به هر حال آن‌چه از یک معلّم در کلاس درس انتظار می‌رود و توانایی‌هایی که او باید داشته باشد، به شرح زیر می‌باشد:

۱- دانش تحصیلات ریاضی در سطح فارغ‌التحصیلی از مراکز تربیت‌معلّم یا مدرک لیسانس از دانشگاه‌ها در رشته‌های مربوطه.

۲- آشنایی نسبی با رویکردهای جدید و مطرح شده در راهنمای برنامه درسی و علاقمندی به کسب اطّلاعات تکمیلی با استفاده از رسانه‌های مختلف از جمله مجلات، در این سطح که بتواند رویکردهای برنامه را برای معلّمان دیگر تفسیر کند.

۳- توانایی طراحی فعّالیّت‌های آموزشی متناسب برای کلاس درس با توجّه به ویژگی‌ها و نکاتی که در طراحی فعّالیّت در راهنمای برنامه درسی و یا در راهنمای معلّم ذکر می‌شود.

۴- توانایی برخورد با سؤال‌های دانش‌آموزان به‌طوری که آن‌ها را به تفکر بیش‌تر وادارد و پاسخ‌های نادرست آن‌ها را ریشه‌یابی کرده در تصحیح فرآیند آموزش به کار برد.

۵- توانایی تشخیص پرسش‌های واگرا و هم‌گرا را داشته باشد.

۶- تشخیص زمان مناسب برای طرح سؤالات واگرا و توانایی طرح آن‌ها.

۷- توانایی ارزش‌یابی تدریجی، مستمر و فرآیندی و طراحی فعّالیّت‌های مناسب خارج از کلاس.

۸- آشنایی با کتاب‌های کمک‌آموزشی، نرم‌افزار و فیلم‌های موجود و توانایی ارزیابی آن‌ها براساس ملاک‌ها و معیارهایی که در راهنمای برنامه درسی ذکر شده است و استفاده‌ی بهینه از آن‌ها.

۹- توانایی استفاده از وسائل آموزشی و طراحی فعّالیّت‌های مناسب برای استفاده‌ی بهینه از وسایل موجود در مدرسه و کلاس درس و هم‌چنین ارائه‌ی طرح برای ساخت وسائل توسط دانش‌آموزان و استفاده از آن‌ها برای آموزش.

۱۰- آشنایی با روان‌شناسی رشد و آگاهی نسبی از مسائل تربیتی به‌طوری که در فرآیند آموزش بتواند برخوردهای مناسب تربیتی با دانش‌آموزان داشته باشد تا موجب دلزدگی، اضطراب و آزردگی خاطر دانش‌آموزان نسبت به درس ریاضی شود.

۱۱- معلّم ریاضی باید در ظاهر آراستگی و انضباط داشته باشد و در تمام امور خود به‌خصوص مسائل مربوط به آموزش، مدرسه و کلاس درس نظم را محور کارهای خود قرار دهد.

ویژگی‌های مواد آموزشی

یقیناً کتاب درسی به تنهایی نمی‌تواند یک برنامه‌ی درسی را حمایت کند. هم‌چنین، همه‌ی نیازهای دانش‌آموزان که در برنامه تعریف شده است توسط کتاب برآورده نخواهد شد و کتاب درسی از این جهت ابزار کاملی نیست. کتاب‌ها تنها به‌عنوان یکی از اجزای برنامه می‌تواند نقش خود را ایفا کند. لذا توجّه به تولید سایر مواد آموزشی حامی‌برنامه‌ی درسی مورد تأکید می‌باشد.

اگر برنامه‌ی درسی و معلّم را در سر یک طیف تصور کنیم مواد آموزشی دربین این دو قطب قرار می‌گیرند. هرچه معلّم توانایی بیش‌تر داشته باشد از حجم مواد و محور قرار گرفتن معلّم کاسته می‌شود به‌طوری که در یک شرایط ایده‌آل برای معلّم با توانایی‌های کارشناسی و برنامه‌ریزی، مواد آموزشی حذف می‌شوند و معلّم که نوع و محتوا و روش‌ها را متناسب با کلاس خود طراحی می‌کند. اما در طرف مقابل برای یک جامعه‌ی آموزشی که معلّم در آن توانایی و دانش و سواد محدودی دارد، نقش برنامه درسی و مواد آموزشی آن بیش‌تر و کامل‌تر می‌شود.

اکنون باتوجّه به شرایطی که معلّمان کشور ما به‌خصوص در مقطع دبستان دارند، به‌نظر می‌رسد وجود مواد آموزشی همراه کتاب درسی ضروری است. در زیر به شرح مواد آموزشی موردنیاز و ویژگی‌های آن می‌پردازیم.

الف- کتاب درسی: کتاب درسی در واقع چهارچوب برنامه را در هر پایه مشخص می‌کند. اما به تنهایی کافی نیست. از آن‌جایی که این کتاب دراختیار دانش‌آموز قرار می‌گیرد، ویژگی‌های ظاهری آن اهمیّت دارد. از طرفی کتاب درسی باید انعکاس‌دهنده‌ی اهداف، روش‌ها، رویکردها و نگرش‌های برنامه‌ی درسی باشد. لذا کتاب درسی دانش‌آموز دارای این ویژگی‌ها است:

۱- گرافیک و سایر ابعاد هنری در تهیه‌ی کتاب‌ها اهمیّت خاصی دارند. در این بین طراحی رنگ، عناوین، نوع صفحه‌آرایی متناسب با موضعات مختلف، استفاده از کاراکترها و مشابهت‌سازی‌هایی از این نوع در سری کتاب‌های ریاضی در دوره‌ی آموزش عمومی مورد تأکید است. به‌طوری که با مشاهده‌ی ظاهر کتاب‌های درسی بتوان این نظم و انسجام هنری را دریافت کرد.

هم‌چنین قطع کتاب متناسب با نیاز مخاطبان تعیین شود. برای کلاس‌های اوّل و دوم ابتدایی قطع رحلی توصیه می‌شود.

۲- در انتخاب نوع تصاویر، طرح‌ها و نقّاشی‌ها به مسائل هنری، تساوی بین زن و مرد، مسائل فرهنگی، توجّه به مهارت‌های اجتماعی، مشاغل مختلف، امور بهداشتی و ایمنی، تربیت دینی، تنوع و ابتکار، تناسب با سن مخاطب، واقعی و ملموس بودن برای مخاطبین و علائق و نیازهای مخاطبین توجّه و دقّت شود.

۳- بخش‌های مختلف کتاب درسی بدین قرار است:

۱- مقدمه برای معلّمان و اولیا

۲- مقدمه برای دانش‌آموز شامل چگونگی حل مسئله و چگونگی مطالعه‌ی درس ریاضی

۳- بخش فعّالیت‌های آموزشی

۴- توضیحات و مثال‌های مربوط به درس

۵- کار در کلاس

۶- سرگرمی‌های مرتبط با محتوا

۷- سؤالات تفکربرانگیز مرتبط با محتوا

۸- تمرین‌ها

۹- تمرین‌های دوره‌ای و تکمیلی

۱۰- ارتباط بین خانه و مدرسه (برای سال‌های اولیه)

۱۱- فهرست تصویری- واژگان (برای سال‌های بعد از سوم دبستان)

۱۲- فهرست کتاب‌ها، نرم افزارها، فیلم‌های آموزشی متناسب با محتوا

۱۳- قسمت مربوط به آموزش حل مسئله

۴- ارائه‌ی درس به‌صورت فعال، استفاده مناسب از تصاویر و درنظر گرفتن ابعاد فرهنگی، اجتماعی، کاربردی و زندگی روزمره متناسب با مخاطب، به‌طوری که کتاب درسی با دانش‌آموز ارتباط برقرار کند.

۵- هماهنگی کتاب درسی و محتوای آن با سایر کتاب‌های هر پایه به‌خصوص استفاده از تصویر، محتوا، مثال‌ها و فعّالیت‌ها به‌طوری که ضمن تکرار نکردن موارد مشابه یک‌دیگر را تکمیل کنند و دانش‌آموز نیز ارتباط درس ریاضی را با سایر دروس احساس کند.

ب- کتاب معلّم: کتاب معلّم با هدف بسط و توضیح روش‌های تدریس، نحوه‌ی ارائه‌ی درس، چگونگی استفاده از وسایل آموزشی، پاسخ دادن به سؤالات ابهام‌برانگیز و ارائه‌ی شیوه‌های ارزش‌یابی متناسب با پایه‌ی موردنظر برای معلّمان تهیه می‌شود، از ملزومات اصلی برنامه‌ی درسی به شمار می‌رود. کتاب معلّم دارای ویژگی‌های زیر است:

۱- ازنظر هنری با کتاب درسی دانش‌آموز هم‌خوانی داشته، تصویر صفحه به صفحه‌ی کتاب درسی در راهنمای معلّم آمده و توضیحات تکمیلی ارائه می‌شود.

۲- در روش‌های تدریس مطرح شده تنوع لازم رعایت شود تا معلم حق انتخاب و گزینش داشته باشد.

۳- کلیات روش‌های تدریس، رویکردهای برنامه، اهداف، شبکه‌ی اهداف، فلسفه‌های برنامه درسی، شیوه‌های کلّی

ارزش‌یابی را در سطح پایه‌ی مربوط با ذکر مثال‌های روشن‌کننده آورده شود.

۴- بخش‌های مختلف کتاب معلّم بدین قرار است:

۱- بخش ارائه‌ی مسائل نظری، کلیات روش تدریس، رویکردها و اهداف برنامه

۲- بررسی صفحه به صفحه‌ی کتاب درسی همراه با ارائه‌ی روش تدریس، شیوه‌های ایجاد انگیزه، حل تمارین دشوار و ابهام‌برانگیز، استفاده از وسائل کمک‌آموزشی، توضیح واژه‌های جدید، توضیحات علمی مرتبط با موضوع، روشن کردن اهداف، نوع تمرین‌ها و شیوه‌ی ارزش‌یابی مرتبط با آن.

۳- فهرست کتب، نرم‌افزارها و فیلم‌های مناسب برای معلمان

۴- بخش مربوط به ارزش‌یابی با ذکر معیارها، نحوه‌ی بارم‌گذاری، ارائه‌ی نمونه سؤال

۵- برنامه زمان‌بندی پیشنهادی

۶- توضیحات تکمیلی مربوط به علم ریاضی که در کتاب درسی آموزش داده می‌شود برای این که معلّم خود ازنظر موضوع علمی به یک تسلط نسبی دست پیدا کند.

۵- در کتاب معلّم باید به ارتباط‌های داخلی و بیرونی ریاضی باید توجّه داشت به‌طوری که در ارتباط درونی ارتباط اهداف و شبکه‌های مفاهیم و مهارت‌ها برای معلّم توضیح داده شود و هم‌چنین ارتباط بیرونی ریاضی در ابعاد مختلف زندگی روزمره، کاربردها، ارتباط با سایر علوم ذکر گردد.

۶- معیارهای مربوط به یک نرم‌افزار، کتاب کمک‌آموزشی، کتاب کار و فیلم آموزشی مناسب برای معلّم تشریح شود تا بتواند انتخاب و معرفی شایسته‌ای برای دانش‌آموزان داشته باشد.

۷- نحوه‌ی ارتباط اولیاء با مدرسه و میزان دخالت و کمک آن‌ها به‌خصوص در سال‌های اولیه برای معلّم شرح داده شود.

ج- کتاب کار: کتاب تمرین یا کار دانش‌آموز که جهت تثبیت آموخته‌ها و یادگیری مورد استفاده قرار می‌گیرد، دارای ویژگی‌های زیر است:

۱- از آن‌جا که کتاب کار کاملاً مصرفی است. نیازی به سرمایه گذاری در نوع کاغذ، چاپ و رنگی بودن آن نیست در عوض صفحه‌آرایی جذابی را نیاز دارد.

۲- در کتاب کار باید سؤال‌های واگرا، خلاقیت برانگیز و مثال‌های کاربردی به وفور استفاده شود. از تکرار تمارین کتاب درسی و سؤال‌های کلیشه‌ای و هم‌چنین تعدد سؤالات و تمارین مشابه هم جداً پرهیز شود.

۳- قالب ارائه تمارین و سؤالات متنوع باشد. برای مثال از داستان، معما، سرگرمی، رنگ‌کردنی، بازی، جدول، رمزیابی و... استفاده شود.

۴- مهارت‌های موردنظر برنامه و هم‌چنین اهداف نگرشی را پوشش دهد. پروژه‌هایی برای کارهای فردی و گروهی دانش‌آموزان درنظر بگیرد.

۵- در چارچوب برنامه درسی بوده و از دادن سؤالات خارج از برنامه و یا خارج از سطح توانایی دانش‌آموزان پرهیز کند.

۶- سطوح مختلف دانش‌آموزان (یادگیرنده، معمولی، تیزهوش) را در بر بگیرد.

۷- ازنظر حجم، ظاهر، قالب ارائه و تنوع به‌صورتی باشد که انگیزه‌ی لازم را در دانش‌آموزان ایجاد کند.

۸- کتاب درسی را پوشش داده و مکمل آن باشد. در بخش‌هایی که کتاب درسی حجم تمرین‌های کم‌تری دارد، کتاب کار می‌تواند تکمیل‌کننده باشد.

۹- از ارائه خلاصه درس‌ها به شیوه‌ی غیرفعال، دسته‌بندی مفاهیم، ارائه فرمول‌ها و تعاریف و برخورد اصل موضوعی با مفاهیم پرهیز کرده و قصد تدریس یک طرفه نداشته باشد.

۱۰- از ارائه نمونه سؤال‌های امتحانی مربوط به سال‌های مختلف پرهیز کند.

۱۱- به شیوه‌های مختلف ارائه سؤال توجّه داشته و از تأکید غیرمعمول بر سؤالات چندگزینه‌ای با اهداف خاص دوری کند.

۱۲- به فعالیت‌های عملی، ساختن و دست‌ورزی به میزان لازم توجّه داشته باشد و صرفاً تمرین‌ها و سؤالات نوشتاری را ارائه نکند.

۱۳- به مطالب جنبی ریاضیات از جمله تاریخچه، معما، سرگرمی و... متناسب با موضوعات و مفاهیم آن پایه توجّه داشته باشد.

د- کتاب ارزش‌یابی: در صورتی که کتاب معلّم به‌تنهایی نتواند به موضوع ارزش‌یابی مربوط به پایه موردنظر بپردازد، می‌توان از کتاب تکمیلی مربوط به ارزش‌یابی استفاده کرد. این کتاب به معلّم شیوه‌های ارزش‌یابی را آموزش می‌دهد و دارای ویژگی‌های زیر است:

۱- در یک بخش مسائل تئوری، شیوه‌های ارزش‌یابی، اهداف ارزش‌یابی و رویکردهای برنامه به‌طور کلّی معرفی می‌شود.

۲- شیوه‌های ارزش‌یابی متناسب با پایه‌ی موردنظر با ذکر مثال‌های روشن‌کننده آورده می‌شود.

۳- معیارهای ارزش‌یابی مربوط به مهارت‌ها و نگرش‌ها متناسب با موضوعات پایه باز شده و شیوه‌ی بارم‌گذاری تعیین می‌گردد.

۴- متناسب با صفحات کتاب درسی و مفاهیم، مهارت‌ها و موضوعات مطرح شده نمونه سؤال‌ها و روش‌های ارزش‌یابی ارائه می‌شود.

۵- این کتاب باید به گونه‌ای تهیه شود که باعث کلیشه‌ای شدن طرح سؤال و ارزش‌یابی نشود و همیشه امکان نوآوری،

ابتکار و خلاقیت را فراهم کند.

۶- چند نمونه سؤال متناسب با اهداف برنامه را تهیه کرده و بارم‌گذاری کند.

۷- ضمن توضیح اهمیّت پیش آزمون و پس آزمون نمونه‌های مناسب را برای ارزش‌یابی ورودی و ارزش‌یابی تشخیصی متناسب با موضوعات و محتوای کتاب درسی ذکر کند.

۸- تفاوت‌های فردی دانش‌آموزان را به معلّم گوشزد کرده و متناسب با آن نمونه‌های ارزش‌یابی و نحوه‌ی نمره گذاری را ارائه و ارزیابی کیفی را به آموزگاران آموزش دهد.

هـ- مواد دست‌ورزی: به هر نوع وسیله و موادی که به فرایند آموزش کمک کند مواد دست‌ورزی گفته می‌شود. استفاده از این مواد به‌خصوص در روش‌های آموزشی فعّالیّت محور بسیار مورد تأکید است. این مواد دارای ویژگی‌های زیر می‌باشند.

۱- ارزان و قابل دسترس بودن اهمیّت زیادی دارد، چراکه وجود و استفاده از آن‌ها بیش‌تر از کیفیت و ظاهر آن ارزش دارد.

۲- در اغلب موارد می‌توان از دست‌ساخته‌های دانش‌آموزان یا معلّم استفاده کرد.

۳- تعداد آن‌ها متناسب با تعداد دانش‌آموز یا گروه‌های کوچک باشد، به‌طوری که در هنگام آموزش همه را درگیر کند و از قالب معلّم محور خارج شود.

۴- در تهیه و استفاده از آن رعایت مسائل بهداشتی و ایمنی اهمیّت دارد.

۵- نوع مواد و وسائل متناسب با توانایی و مهارت‌ها و سطح دانش‌آموز باشد. برای مثال کار کردن با لوبیا روی میز دانش‌آموز در کلاس اوّل بسیار دشوار است چراکه دست‌های کوچک آن‌ها قادر به استفاده از آن نیست و لوبیا روی میز به سختی ثابت می‌ماند و روی زمین می‌افتد.

۶- وسائل دست‌ورزی تولید شده نیز باید به گونه‌ای باشد که امکان استفاده را برای تعداد زیادی دانش‌آموز فراهم کند و رویکرد آن معلّم محور نباشد. در این رویکرد سعی می‌شود وسایل در ابعادی که معلّم در کلاس استفاده می‌کند و قابل مشاهده برای دانش‌آموز بوده، ساخته شود. این رویکرد مناسب با اهداف برنامه نیست.

۷- ملزومات تولید شده باید قابلیت استفاده در موضوعات و پایه‌های مختلف را داشته باشد تا امکان تهیه به تعداد لازم را برای مدارس فراهم کند.

۸- دستورالعمل استفاده از وسائل به‌طوری که معلّم را بی‌نیاز از توضیح و آموزش کند همراه وسائل ارائه شود.

۹- نحوه‌ی استفاده از وسائل، ساده و آسان باشد به‌طوری که در معلّم انگیزه‌ی استفاده از آن را در کلاس درس ایجاد کند.

و - فیلم‌های آموزشی: فیلم‌های آموزشی را بر حسب مخاطب به دو دسته می‌توان تقسیم کرد. فیلم‌های مناسب

برای دانش‌آموزان و فیلم‌های مربوط به معلّمان. در هر دو صورت هدف از تهیه فیلم، ارائه آموزش در مواردی است که از طرق دیگر کم‌تر امکان ارائه و آموزش را دارند. فیلم‌های مناسب دارای ویژگی‌های زیر هستند:

۱- فیلم‌ها ازنظر تکنیکی باید جذابیت لازم را داشته باشند، به‌طوری که مخاطب انگیزه‌ی لازم را برای استفاده از آن به‌دست آورد.

۲- به روش‌های فعال توجّه داشته باشد و از انتقال مطالب به‌صورت یک‌سویه پرهیز کند.

۳- در چارچوب اهداف و رویکردهای برنامه بوده و موجب اختلال در فرایند آموزش نشود.

۴- بیش‌تر به مواردی تکیه کند که به صورت‌های دیگر قابل ارائه نیستند. برای مثال کاربردهایی از ریاضی را در زندگی روزمره به تصویر کشد.

۵- برای معلّم صحنه‌های واقعی از کلاس درس و استفاده از روش‌های فعال را به‌تصویر کشد.

۶- استفاده از وسایل آموزشی و اجرای روش فعال، کارگروهی، بحث کلاسی را به معلّمان در موضوعات مختلف آموزش دهد.

۷- برای دانش‌آموزان دیر یادگیرنده و یا دانش‌آموزی که نیاز به فرصت‌های بیش‌تر برای یادگیری بهتر و معنی‌دار دارد، فرصت مجدد ایجاد کند و از ارائه درس به صورتی که یادگیری صوری و ظاهری اتفاق بیفتد، پرهیز کند.

۸- برخوردهای مناسب تربیتی، آموزشی را در موقعیت‌های مختلف کلاس به معلّم آموزش دهد.

۹- موقعیت‌ها و مسئله‌های واقعی و زندگی روزمره را برای تولید مسئله، پروژه و محتوای مناسب برای شروع درس و کاربردهای موضوعی به تصویر کشد.

ز - نرم‌افزارهای آموزشی: نرم‌افزارها ابزار و وسائل مناسبی جهت تکمیل و گسترش فرایند آموزش و تثبیت یادگیری بوده دارای ویژگی‌های زیر می‌باشند:

۱- باید تعامل دو طرفه با مخاطب برقرار کند.

۲- جذابیت ظاهری و روشن داشته باشد.

۳- به درک شهودی مفاهیم کمک کند.

۴- از رسانه‌های مختلف صوتی و تصویری به نحو مطلوب استفاده کند.

۵- صرفاً به ارائه تمرین و سؤال بپردازد.

۶- از قالب‌های سرگرم‌کننده و بازی استفاده کند.

۷- از انتقال یک‌سویه مفاهیم به‌صورت خلاصه درس، تعاریف، دسته‌بندی مفاهیم و سایر روش‌های انتقالی پرهیز کند.

۸- موقعیت‌هایی برای استفاده از نرم‌افزار و تکنولوژی جهت آموزش بهتر مفاهیم ایجاد کند.

۹- در چارچوب اهداف و رویکردهای برنامه باشد.

۱۰- نحوه‌ی استفاده از نرم‌افزار در دفترچه‌های راهنما متناسب با مخاطب تهیه شده باشد.

۱۱- نرم‌افزار برای کار با سیستم‌های رایانه‌ای خانگی سازگار باشد، به‌طوری که جمع وسیع‌تری از مخاطبان را در بر بگیرد.

ح- کتاب‌های کمک آموزشی: به مجموعه آثاری اطلاق می‌شود که مکمل فرایند آموزش بوده به بسط و تعمیق چارچوب‌های برنامه پرداخته و ابعاد خاص و ویژه‌ی برنامه را که مخاطبان خاص دارد در بر می‌گیرد. این آثار دارای ویژگی‌های زیر می‌باشند:

۱- با رویکردها و روش‌های برنامه درسی مصوب هماهنگی داشته باشد.

۲- از ارائه پاسخ‌های سؤالات و مسئله‌های تفکر برانگیز کتاب پرهیز کند.

۳- از قالب‌های متنوع (ارائه داستان، شعر، نقّاشی، سرگرمی و...) استفاده کند.

۴- مکمل برنامه درسی بوده و به ابعادی که در برنامه کم‌تر توجّه شده و احتمالاً مخاطبان خاص دارد، بپردازد.

۵- فرصت‌های مجدد یادگیری برای دانش‌آموزانی که نیاز به زمان‌های بیش‌تر دارند فراهم نماید، ضمن آن‌که از انتقال یک‌سویه مفاهیم خودداری می‌کند.

۶- به ابعاد و موضوعات جنبی ریاضی که موجب علاقه‌مند شدن به ریاضی می‌شود مثل مطالب تاریخی، سرگرمی، شگفتی‌ها و کاربردهای ریاضی توجّه داشته باشد.

۷- در جهت کسب مهارت‌های فرایندی، مهارت‌های تفکر، حل مسئله و استفاده از تکنولوژی، برنامه‌ریزی و محتوای مناسب داشته باشد.

۸- به رشد سواد علمی و تکنولوژیکی دانش‌آموزان توجّه داشته و از تهیه محتوا برای اهدافی مثل برنده شدن در مسابقات، المپیادها، امتحانات ورودی و... در سطح آموزش عمومی، علی‌الخصوص مقطع ابتدایی پرهیز کند.

۹- استفاده بی‌رویه از سؤالات چهارگزینه نداشته باشند.

۱۰- از تصاویر، طرح‌ها و صفحه‌آرایی متناسب با مخاطب در جهت تعمیق و تسهیل کردن یادگیری به نحو مطلوب استفاده کند.

ملزومات، تجهیزات و امکانات موردنیاز

رویکردهای نوین در آموزش ریاضی ملزومات و امکانات موردنیاز خود را می‌طلبد. رویکردهای فعال، فرایند محور و دانش‌آموز محور نیاز به فضا و تجهیزاتی خاص خود دارد. استفاده از تکنولوژی در آموزش موجب می‌شود که تکنولوژی‌های به‌کار رفته در دسترس مخاطبان قرار گیرد. لذا فهرستی از ملزومات، تجهیزات و امکانات موردنیاز این برنامه به‌صورت خلاصه ذکر می‌شود.

۱- فضای کلاس و میز و صندلی دانش‌آموز باید امکان کار گروهی را در کلاس ایجاد کند. در این خصوص حداقل کاری که می‌توان کرد، استفاده از میز و یا صندلی یک نفره است که معلّم بتواند آرایش‌های مختلف و موردنیاز خود را در کلاس بچیند و هم‌چنین ابعاد کلاس نیز اجازه این‌کار را به معلّم بدهد. لذا نیمکت‌های ۲ یا ۳ نفره برای این منظور مناسب نمی‌باشند. در شرایط ایده‌آل استفاده از میزهای مستطیل شکل و صندلی‌های بدون دسته که با آن‌ها انواع آرایش‌ها را بتوان ایجاد کرد، توصیه می‌شود. در زیر شکل چندین آرایش با این نوع میز و صندلی آورده شده است.

۲- ماشین‌حساب چهار عمل اصلی به‌صورت فراگیر در محتوای کتاب‌های درسی استفاده خواهد شد. لذا یک عدد ماشین حساب چهار عمل اصلی از نیازهای اصلی برنامه است. در صورتی که امکان تهیه آن توسط دانش‌آموز میسر نمی‌باشد، باید در خصوص توزیع فراگیر آن در سطح جامعه اندیشه کرد.

۳- وسایل آموزشی تولیدی: این وسایل نیاز به کار تولیدی دارند و دست ساخته‌ی دانش‌آموز یا معلّم می‌تواند جایگزین آن‌ها شود. وسایل تولیدی موردنظر عبارتنداز:

۱- خطّ کش برای استفاده دانش‌آموز (مدرج به سانتی‌متر)

۲- خطّ کش غیر مدرج برای دانش‌آموز

۳- نقاله‌ی مدرج (۱۸۰ درجه‌ای) برای دانش‌آموز

۴- گونیا (° ۳۰ و ° ۶۰) برای دانش‌آموز

۵- پرگار برای استفاده‌ی دانش‌آموز

۶- مجموعه خطّ کش، گونیا، نقاله و پرگار آموزشی برای معلّم

۷- مکعب‌های چینه برای استفاده دانش‌آموز

۸- شمارنده (هر وسیله‌ای برای شمارش مثل دگمه)

۹- صفحات مدرج و شبکه‌بندی شده

۱۰- گسترده‌ی اجسام هندسی

۱۱- اشکال و اجسام هندسی

۱۲- مکعب‌های کوئیزنر

۱۳- میله‌های شمارش برای دسته‌بندی

۱۴- ساعت آموزشی

۱۵- سکه و اسکناس‌های رایج (پلاستیکی)

۱۶- ترازوهای آموزشی و وزنه‌های مربوطه

تعدادی از وسائل فوق توسط دانش‌آموزان تهیه می‌شود و تعدادی نیز توسط مدرسه خریداری شده و در اختیار دانش‌آموزان کلاس و یا معلمان قرار می‌گیرد.

۴- علاوه بر موارد ذکر شده در ردیف قبل و همان‌طور که پیش از این ذکر شد از وسائل و مواد ساخته شده توسط دانش‌آموزان، معلّمان و یا تولیدکنندگان بر حسب ضرورت و نیاز می‌توان استفاده کرد.

۵- آن‌چه که اهمیّت دارد این است که از این وسائل در کلاس درس استفاده شود و استفاده کننده در اغلب موارد دانش‌آموز است. متأسفانه در بسیاری از موارد دیده شده است که این وسایل در مواردی بلااستفاده بوده و خاک می‌خورند. هم‌چنین در موارد نادر که معلّم از این وسائل استفاده کرده است دانش‌آموزان تماشاچی بوده و اجازه دست زدن به وسائل را نداشته‌اند.

۶- در صورت امکان فضایی خاص برای آموزش ریاضی اختصاص داده شود. استفاده از یک کارگاه در ساعتی خاص در مدرسه، این محیط را ازنظر مسائل آموزش غنی و فعالیت‌ها را پربار و دوست‌داشتنی می‌کند. در خصوص آرایش کارگاه ریاضی نیز می‌توان متناسب با ریاضیات و مفاهیم آن طرح‌های مناسب اجرا کرد.

۷- اختصاص فضایی در مدرسه یا کلاس و یا کارگاه ریاضی برای ارائه کارهای دانش‌آموزان

نحوه‌ی اشاعه برنامه درسی

ریاضیات کلید توسعه است. این شعاری بود که در سال ۲۰۰۰، سال جهانی ریاضیات مطرح شده بود. لذا تحول در آموزش ریاضیات یکی از عناصر تأثیرگذار در توسعه فرهنگی و آموزشی کشور است. به این ترتیب نگاه به برنامه جدید ریاضیات از یک درس در دوره‌ی آموزش عمومی خارج شده و این پروژه را به‌صورت یک طرح ملی مطرح می‌کند.

باید به آموزش ریاضیات به‌عنوان یکی از منابع اساسی و بنیادی تأمین نیروی انسانی متخصص، کارآمد و موردنیاز جامعه در حال توسعه پرداخته شود. پرداخت هزینه‌های این طرح از عهده‌ی وزارت آموزش و پرورش خارج بوده و نیازمند یک عزم ملی است.

لذا باید تا حد امکان نهادها، سازمان‌ها و ارگان‌های ذی‌ربط را در سراسر کشور با این طرح آشنا و درگیر کرد. البته با حفظ این مسئله که همه ملزم باشند در چارچوب اهداف و رویکردهای برنامه درسی قدم بردارند و از کارهای موازی و پراکنده که موجب آشفتگی و سردرگمی جامعه‌ی آموزشی می‌شود، پرهیز کرد. در هر حال اشاعه برنامه را می‌توان به دو طریق رسمی و غیررسمی انجام داد.

اشاعه برنامه از طرق رسمی

الف - آموزش معلّمان: از آن‌جا که مجری برنامه درسی معلّم بوده و مهم‌ترین نقش در فرایند آموزشی به او سپرده شده است. هیچ برنامه‌ی خوبی بدون معلّم آگاه، توانا، علاقه‌مند و دلسوز موفق نخواهد بود. لذا آموزش معلّمان در رأس تمام فعالیت‌های آموزشی قرار می‌گیرد. نکته‌ی حائز اهمیّت در این بخش پرهیز از روش‌های سنتی آموزش معلّمان به شیوه‌ی تأمین مدرس است، چرا که این روش علاوه بر هزینه‌های گزاف کارآیی بسیار محدودی دارد. این نوع آموزش مشابه موج میرایی است که در پایین‌ترین سطح خود به معلّم و مجری طرح می‌رسد. زیرا در انتقال سینه به سینه از کیفیت، حجم و محتوای مطالب رفته رفته کاسته می‌شود و در فرایند انتقال از برنامه‌ریز به مؤلف به مدرس استانی به مدرس منطقه‌ای به معلم

مطالب گنگ و مبهمی به معلّم می‌رسد.

ابزارهای مناسب برای آموزش معلّمان به شرح زیر پیشنهاد می‌شود:

۱- کتاب راهنمای معلّم: با توجّه به توضیحات فوق کتاب راهنمای معلّم باید بسیار غنی ،کامل و به شیوه‌ای ساده و روان برای معلّم تنظیم شود. لذا این کتاب، با کتاب‌های معلّم رایج که تاکنون در کشور ما کاری شده است، تفاوت‌های اساسی و زیادی دارد.

۲- توجّه به سایر مواد آموزشی: از آن‌جا که معلّم ما نیاز به آموزش‌های زیادی در ابعاد مختلف دارد توجّه به سایر مواد آموزشی از جمله کتاب کار، کتاب ارزش‌یابی، نرم‌افزارهای مناسب، دفترچه‌های راهنمای استفاده از وسایل و... بیش از پیش باید مورد عنایت قرار گیرد.

۳- فیلم‌های آموزشی روش‌های تدریس

۴-کتاب‌های مرجع در زمینه‌ی نگرش‌ها و رویکردهای برنامه

۵- مقالات مربوط به آموزش علوم

۶- تجدیدنظر اساسی و جدی در برنامه‌ی تربیت‌معلّم و جذب و استخدام معلّم

۷- تشکیل جلسات سخنرانی، سمینار، کنفرانس، نمایشگاه‌های آموزشی، جشنواره‌های تدریس و برگزاری دوره‌های ضمن‌خدمت برای مدرسان و معلّمان.

۸- استفاده از سایت‌های اینترنتی برای مهارت‌های تدریس- آموزش رویکردها - محتوای برنامه‌ی درسی- اعلام‌نظر معلّمان

ب - آموزش دانش‌آموزان: دانش‌آموزان علاوه بر کتاب درسی به مواد آموزشی دیگر جهت تعمیق دانسته‌های خود نیاز دارند. ابزارهای مناسب برای آموزش دانش‌آموزان عبارتست از:

۱-کتاب کار و تمرین مناسب

۲-کتاب‌های کمک آموزشی فعّالیّت محور.

۳-کمیت‌ها و وسایل آموزشی مناسب برای روش‌های فعال

۴- مجلات و نشریات مربوط به ریاضی

۵- نرم‌افزارهای آموزشی تعاملی - سرگرم‌کننده تفریحی ریاضی

۶- فیلم‌های آموزشی مناسب برای کاربردهای ریاضی در زندگی روزمره و تعامل ریاضی و طبیعت

ج- آموزش عوامل مرتبط: منظور از عوامل مرتبط، کلیه افراد و مسئولانی هستند که به نوعی با فرایند آموزشی درگیر هستند. عدم آشنایی این افراد با تحولات آموزشی موجب اختلال و کند کردن سرعت و یا تغییر جهت دادن به اهداف خواهند شد. این افراد عبارتنداز: مدیران و معاونین مدارس، مسئولین ادارات آموزش و پرورش مناطق، ادارات کل استان‌ها، راهنمایان تعلیماتی، مدیرکل و کارشناسان دفاتر ستادی و اداره‌ی امتحانات و ارزش‌یابی اداره‌ی کل تربیت‌معلّم، آموزش‌های ضمن‌خدمت، سازمان صنایع آموزشی و...

ابزارهای مناسب برای این آموزش‌ها عبارتنداز:

۱- ایجاد سایت اطلاع‌رسانی از طریق شبکه رشد

۲- برگزاری دوره‌ها و کلاس‌های کوتاه مدت

۳- ارسال بروشور، نامه، بخشنامه، جزوه، کتاب و سایر موارد

۴- درگیر کردن سازمان‌های مختلف به تولیدات مواد آموزشی مناسب، مطابق با اهداف برنامه

۵- تشکیل جلسات حضوری با مسئولان و مدیران

۶- چاپ و ارسال راهنمای برنامه‌ی درسی برای بخش‌های مختلف ادارات

د - آموزش اولیاء: از آن‌جا که اولیاء دانش‌آموزان با روش‌هایی غیر از آن‌چه امروز موردنظر است آموزش دیده‌اند، عدم اطلاع آن‌ها از این تغییرات موجب بروز اختلال و سردرگمی در دانش‌آموزان می‌شود. هم‌چنین در صورتی که با اهداف و محتوای برنامه آشنا شوند، می‌توانند حامیان مؤثری برای برنامه بوده و اهداف برنامه را تقویت کنند. از ابزارهای زیر می‌توان برای آموزش اولیاء استفاده کرد.

۱- اختصاص دادن بحث‌های کوچکی از کتاب‌های درسی برای برقراری ارتباط خانه و مدرسه

۲- اطلاع‌رسانی ازطریق شبکه رشد

۳- برگزاری جلسات آموزشی روش تدریس در مدارس

۴- ارسال بروشور و جزوات آموزشی

۵- ساخت برنامه‌های تلویزیونی مناسب

۶- چاپ مقالات، مطالب مناسب در نشریات، روزنامه‌ها و مجلات عمومی

۷- چاپ کتاب ویژه‌ی اولیاء دانش‌آموزان

۸- تشویق ناشران برای اختصاص دادن مطالب ویژه برای اولیاء در آثار کمک آموزشی تولیدی

۹- برگزاری جشنواری کتاب رشد در طول سامان‌دهی کتب کمک آموزشی و اطلاع رسانی به اولیاء در خصوص انتخاب مناسب مواد آموزشی

اشاعه‌ی برنامه ازطرق غیررسمی

۱- ایجاد مراکز ریاضی و تکنولوژی در پارک‌ها و اماکن عمومی برای کودکان و نوجوانان

۲- توسعه چاپ مجلات علمی برای کودکان و نوجوانان

۳- توسعه‌ی برنامه‌های علمی در رسانه‌های گروهی

۴- سرمایه گذاری در تولید اسباب‌بازی‌های تفکربرانگیز.

۵- برگزاری جشنواره‌های علمی - آموزشی - تکنولوژیکی در زمینه‌های مختلف و به‌طور ادواری

۶- انجام مسابقات علمی برای پروژه‌های دانش‌آموزی در زمینه‌ی ریاضی و تکنولوژی

۷- انتشار کتب علمی - آموزشی و توزیع و تبلیغ وسیع آن و آشنا کردن دانش‌آموزان با فرهنگ ایرانی و اسلامی و نقش آن در پیشبرد علم ریاضیات.

عوامل و موانع موفّقیّت برنامه

۱- سواد و اطّلاعات معلّمان: متأسفانه در حال حاضر وضعیت معلّمان به‌خصوص در مقطع ابتدایی ازنظر سواد علمی و هم‌چنین ازنظر روش‌های آموزشی و تربیتی در حد مطلوبی نیست. تعداد معلم‌های زیر دیپلم زیاد است. اکثراً به روش‌های سنتی تکیه دارند و در این راه بسیار با تجربه هستند! آموزش‌هایی که قبلاً دیده‌اند کافی و کارآمد نبوده، هم‌چنین با اهداف برنامه‌ی جدید سازگاری ندارد و امکان آموزش مجدد آن‌ها نیز به سادگی میسر نمی‌شود و تغییرپذیری در آن‌ها بسیار اندک و محدود است.

هم‌چنین تعداد زیادی معلّم از ورودی‌های غیررسمی به عرصه‌ی معلمی روی آورده‌اند و هیچ نوع آموزشی ندیده‌اند، از طرفی دیگر در مقطع راهنمایی معلمانی که خود در رشته‌ی ریاضی دیپلم گرفته و یا تحصیلات کارشناسی داشته باشند بسیار اندک است.

۲- شیوه‌ی ارزش‌یابی: متأسفانه شیوه‌ی کنونی ارزش‌یابی سایه‌ی سنگینی بر روش‌های آموزش معلّمان انداخته و محتوای آموزشی براساس روش‌های ارزش‌یابی انتخاب و گزینش می‌شوند.

این روند قطعاً آموزش را از اهداف اصلی و برنامه‌ی جدید دور خواهد کرد و کار معلّم به‌جای آموزش، آماده کردن دانش‌آموز برای شرکت در امتحان و کسب نمره‌ی قبولی است.

۳- امتحانات مختلف و کنکورهای زود هنگام: آزمون‌ها، مسابقات، المپیادها و امتحانات ورودی انواع مدارس نیز در منحرف کردن مسیر آموزش نقش مهمی داشته‌اند. متأسفانه هیچ نوع نظارتی بر عملکرد این نوع آزمون‌ها وجود ندارد و معیارها برای قضاوت در مورد نتایج نیز نه در اختیار اولیا و نه در اختیار معلّمان نمی‌باشد.

از طرفی دیگر دفترها، ارگان‌ها و سازمان‌ها به بهانه‌های مختلف متولّی برگزاری این نوع آزمون‌ها شده‌اند و متأسفانه اغلب در جهت کسب درآمد و سود نیز قدم بر می‌دارند و از این آب گل‌آلود ماهی می‌گیرند.

۴- شیوه‌ی ارزیابی عملکرد معلّمان: روش‌های متداوّل ارزش‌گذاری بر عملکرد معلّمان از جمله امتیاز دادن، توجّه زیاد به درصد قبولی، انتخاب معلّم نمونه و... موجب شده است که اهداف غیر آموزشی در فرایند آموزش معلّمان وارد شود و اعتبار ارزش‌یابی و سنجش معلّمان را در مدارس به‌شدت تحت تأثیر قرار دهد.

۵- آموزش‌های معلّمان به شیوه‌های سنتی: در این خصوص در صفحات قبل توضیحات لازم ارائه شده است.

۶- عدم آگاهی مسئولان از تغییرات.

۷- کم بودن تعداد متخصص آموزش ریاضی در کشور: به حمدا... از سال ۱۳۸۰ دانشگاه شهید بهشتی و دانشگاه آزاد اسلامی رشته‌ی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی را تأسیس کرده‌اند که امید داریم به مرور این نقیصه برطرف شود.

فهرست منابع

در تهیه، تولید و تدوین راهنمای برنامه‌ی درسی ریاضیات دوره‌ی آموزش عمومی از منابع زیادی استفاده شده است که در زیر فهرست‌وار به آن‌ها اشاره می‌شود تا امکان مراجعه و استفاده را برای علاقمندان فراهم سازد.

۱- استانداردهای آموزش ریاضی مربوط به انجمن ملی معلّمان ریاضی آمریکا و کانادا (N.C.T.M)

۲- کتاب کمک به کودکان در یادگیری ریاضیات ترجمه مسعود نوروزیان. انتشارات مدرسه

۳- کتاب ساختارگرایی

۴- در باب برنامه‌ریزی درسی دبیرستان، ترجمه: جواد حاجی‌بابایی. رشد آموزش ریاضی شماره‌ی ۴۶ ، ۱۳۷۴

۵- داده‌ها، مجله‌ی اطّلاعات و سؤالات نوین مطالعه بین‌المللی ریاضیات و علوم(تیمز)، پژوهشکده‌ی تعلیم وتربیت، ۱۳۷۴

۶- خلاقیت ریاضی، جورج پولیا، ترجمه‌ی پرویز شهریاری - انتشارات فالمر - ۱۳۷۳

۷- چگونه مسئله را حل کنیم، جورج پولیا، ترجمه‌ی احمد آرام - انتشارات کیهان. ۱۳۶۹

۸- ریاضیات مدرسه در دهه‌ی ۹۰، اثر جفری هاوسون - برایان ویلسون. ترجمه: ناهید ملکی، نشر مرکز، ۱۳۶۸

۹- مجموعه‌ی مقالات اولین کنفرانس آموزش ریاضی - ا صفهان، ۱۳۷۵

۱۰- رساله سنجری در روش‌های حل مسائل هندسی، ترجمه: محمد باقری، انتشارات فاطمی. ۱۳۷۵

۱۱- ارسطو، راس، دیوید. ترجمه: مهدی قوام صفری. نشر فکر روز. ۱۳۷۷

۱۲- فلسفه ریاضی (مجموعه مقالات) مترجم: حسین ضیائی و دیگران، نشر مرکز ایرانی مطالعه فرهنگ ما

۱۳- سیر حکمت در اروپا- محمدعلی فروغی. نشر البرز. ۱۳۷۵

۱۴- جمهوری افلاطون. ترجمه‌ی کاویانی . نشر چاپخانه خوشه. ۱۳۵۳

۱۵- واقع‌گرایی در ریاضیات، موریس هرش. مترجم: شاپور اعتماد، نشر ریاضی. سال ۷ شماره‌ی ۲. ۱۳۷۵

۱۶- تجربه‌ی ریاضی، فیلیپ دیویی - روبن هرش. مترجم: رضا کرمی- نشر ریاضی سال ۴ شماره‌ی ۱ و ۲. ۱۳۷۰

۱۷- آشنایی با فلسفه‌ی ریاضی - دکتر محمدحسن بیژن‌زاده - نشر پیام نور- ۱۳۷۲

18- What is Mathematics, Really , Reuben Hersh, Vintage- 95