

دانشکده فیزیک - دانشگاه صنعتی شریف

مکانیک کوانتومی ۲ - نیم سال دوم ۴۰۵-۱۴۰۴

آزمون میان ترم - وقت: ۳ ساعت

موعد تحویل: تا قبل از ساعت ۱۸:۳۰ روز جمعه ۱۵ خرداد ۱۴۰۵

لطفاً به نحوه تهیه و ارسال فایل pdf توجه نمایید

برای تهیه و تحویل برگه های آزمون لطفاً به نکات زیر توجه کنید:

۱. آزمون رأس ساعت ۱۵:۰۰ روز جمعه ۱۵ خرداد شروع می شود.
۲. همه دانشجویانی که مایل به شرکت در آزمون میان ترم هستند موظفند در کلاس مجازی درس در همین ساعت حضور داشته باشند و در حضور و غیاب مجازی شرکت نمایند.
۳. لطفاً به محض باز نمودن فایل سؤالات، حضور خود را در کلاس در chatbox اعلام نمایید. از زمان اعلام حضور در کلاس ۲.۵ ساعت وقت برای پاسخ به سؤالات خواهید داشت.
۴. لطفاً برگه های آزمون را به شیوه زیر آماده کنید:
 - پاسخهای خود را در صفحات A۴ بنویسید.
 - **لطفاً فرمت داده شده در سایت درس را رعایت نمایید.**
 - لطفاً جواب های خود را به ترتیب سؤالات مرتب نمایید.
 - حتماً نام و نام خانوادگی، شماره دانشجویی و شماره ردیف خود را در ابتدای پاسخنامه بنویسید.
 - صفحات را شماره گذاری کنید.
 - در انتهای آزمون برگه پاسخنامه را در قالب یک فایل pdf آماده کنید. برای کاهش حجم فایل های پی دی اف خود می توانید به آدرس <https://smallpdf.com/compress-pdf> یا وبسایت های مشابه مراجعه نمایید.
 - نام فایلی که می فرستید شامل اسم و عنوان MT (برای آزمون میان ترم) باشد. به عنوان نمونه:
سهراب احمدی از گروه یک ردیف ۲ (۲-G1) میان ترم:
G1-2-Sohrab-Ahmadi-MT.pdf
۵. پیش از ارسال پاسخ ها از خوانا بودن فایل pdf خود اطمینان حاصل نمایید.
۶. پس از تهیه فایل pdf لطفاً آن را به یکی از دو آدرس زیر ارسال نمایید:
 - دانشجویانی که در گروه ۱ تمرین (یکشنبه ها) شرکت می کنند به آدرس qm1.9900.g1@gmail.com
 - دانشجویانی که در گروه ۲ تمرین (دوشنبه ها) شرکت می کنند به آدرس qm1.9900.g2@gmail.com
۷. از ارسال هر گونه پاسخنامه به آدرس شخصی اینجانب یا صفحه CW جداً بپرهیزید.
۸. بدیهی است که فقط برگه های دانشجویانی که در ابتدای ساعت در کلاس حضور داشته اند، تصحیح خواهند شد.
۹. برگه هایی که پس از ساعت اعلام شده برای پایان آزمون به یکی از دو آدرس فوق ارسال شده اند، تصحیح نخواهند شد.

دانشکده فیزیک - دانشگاه صنعتی شریف

مکانیک کوانتومی ۲ - نیم سال دوم ۴۰۵-۱۴۰۴

آزمون میان ترم - وقت: ۳ ساعت

۲۴ نمره معادل ۶ نمره نهایی این درس

موعد تحویل: تا قبل از ساعت ۱۸:۳۰ روز جمعه ۱۵ خرداد ۱۴۰۵

لطفاً به نحوه تهیه و ارسال فایل pdf توجه نمایید

مسئله اول: (۶ نمره)

الکترونها ی پلاریزه با اسپین $+\frac{\hbar}{2}$ در جهت z وارد محیطی با میدان مغناطیسی ثابت B میشوند که در جهت محور x است $B = B_0 e_x$. الکترونها در جهت y حرکت می کنند، بعد از گذشت زمان T در این میدان ثابت، الکترونها به دستگاه Stern-Gerlach میرسند که در آن میدان مغناطیسی در جهت z انتخاب شده است.

(الف) همیلتونی برهمکنشی را برای الکترون با میدان ثابت بنویسید.

(ب) در آشکارساز D فقط الکترونها با جهت اسپینی $-\frac{\hbar}{2}$ در جهت z آشکار میشوند. مقدار B_0 را طوری تعیین کنید که آشکارساز پس از گذشت زمان T همه الکترونها را ثبت کند.

(ج) برای کوچکترین مقدار B_0 که در قسمت (ب) پیدا کرده اید، چند درصد از الکترونها پس از گذشت زمان $T/2$ در آشکارساز ثبت میشوند.

مسئله دوم: (۶ نمره)

دو الکترون را در حالت $(s, m_s) = (1, 0)$ اسپین در نظر بگیرید:

(الف) اگر اندازه گیری اسپین یکی از الکترونها نشان دهد که این الکترون در حالتی با $s_y = 1/2$ است، احتمال این را تعیین کنید که اندازه گیری مؤلفه x اسپین مقدار $s_x = 1/2$ را برای الکترون دوم بدست دهد

(ب) اگر الکترون (۱) در حالتی باشد که با

$$\cos \alpha_1 \chi_+ + \sin \alpha_1 e^{i\beta_1} \chi_-$$

و الکترون (۲) در حالتی باشد که با

$$\cos \alpha_2 \chi_+ + \sin \alpha_2 e^{i\beta_2} \chi_-$$

توصیف شوند، احتمال این را بدست آورید که حالت دو الکترون یک حالت تکتائی باشد. در اینجا χ_+ و χ_- نمادی برای اسپینورهای بالا و پایین عملگر S_z هستند.

مسئله سوم (۶ نمره)

دو ذره اسپین 1/2 توسط همیلتونی مختل نشده

$$H_0 = -A(S_{1,z} + S_{2,z}),$$

توصیف می شوند. در اینجا $S = \frac{\hbar}{2}\sigma$ و $\sigma = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ ماتریسهای Pauli هستند. پتانسیل اختلالی

$$H_1 = -\varepsilon(S_{1,x}S_{2,x} + S_{1,y}S_{2,y}),$$

را در نظر بگیرید،

(الف) ویژه مقادیر و ویژه حالت های H_0 را پیدا کنید.

(ب) با استفاده از نظریه اختلال اولین تصحیح انرژی به ویژه حالت های انرژی H_0 را پیدا کنید.

دانشکده فیزیک - دانشگاه صنعتی شریف

مکانیک کوانتومی ۲ - نیم سال دوم ۴۰۵-۴۰۴

آزمون میان ترم - وقت: ۳ ساعت

موعد تحویل: تا قبل از ساعت ۱۸:۳۰ روز جمعه ۱۵ خرداد ۱۴۰۵

لطفاً به نحوه تهیه و ارسال فایل pdf توجه نمایید

مسئله چهارم (۶ نمره)

(الف) با استفاده از روش جمع اسپینها، نشان دهید که ویژه حالت $|j, m_j\rangle$ مربوطه به عملگر $J = L + S$ به صورت زیر داده می شود:

$$|j, m_j\rangle = |j = \ell \pm \frac{1}{2}, m_j = m_\ell \pm \frac{1}{2}\rangle = \alpha_\pm |\ell, m_\ell = m_j - \frac{1}{2}\rangle |\uparrow\rangle + \beta_\pm |\ell, m_\ell = m_j + \frac{1}{2}\rangle |\downarrow\rangle,$$

نیازی به تعیین مقادیر α_\pm و β_\pm نیست.

(ب) همیلتونی

$$H = -\frac{eB_0}{2m_e c} (J_z + S_z),$$

را در نظر بگیرید. نشان دهید که H در پایه $|j, m_j\rangle$ از (۲) قطری است. برای تعیین اعضای روی قطر می توانید از

$$\alpha_\pm = \pm\beta_\mp = \pm\sqrt{\frac{\ell \pm m_j + \frac{1}{2}}{2\ell + 1}}.$$

استفاده کنید.