دانشکده فیزیک ـ دانشگاه صنعتی شریف

مکانیک کوانتومی ۲ـ نیمسال اول ۰۱ـ۱۴۰۰

تمرین سری پنجم

موعد تحویل: شنبه ۱۳ آذر ماه ۱۴۰۰

نحوه تحویل و فرمت فایلهای ارسالی به CW در همان محل در دسترس است.

مسئله ۱ (۱۰ نمره):

دو ذره یکسان با اسپین $1/2$ را در پتانسیل نوسانگر هماهنگ در نظر بگیرید به طوری که همیلتونی این دستگاه بصورت زیر است

$$H = \frac{\boldsymbol{p}_1^2}{2m} + \frac{\boldsymbol{p}_2^2}{2m} + \frac{1}{4}m\omega^2\left(\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2^2\right)^2$$

فرض کنید تکانه مرکز جرم این دستگاه دو ذره ای صفر است و دو ذره در حالتهای $\ell = 0$ هستند.

(الف) تابع موج حالت پایه شامل حالت اسپینی را بنویسید.

(ب) اولین حالتهای برانگیخته را بر حسب حالتهای اسپین تکتایی و سه تایی بنویسید.

(ج) فرض کنید برهمکنش کوتاه بردی میان این ذرات وجود دارد که میتوان آن را در حالت با تقریب زد. تأثیر این اختلال را روی حالتهای بدست آمده از (ب) را محاسبه کنید.

مسئله ۲ (۱۰ نمره):

(الف) با استفاده از روش وردش، انرژی حالت پایه اتم هیدروژن را با بکار بردن تابع موج آزمونی زیر با خاصیت تقارن کروی برآورد کنید

$$\varphi_\alpha(r) = \begin{cases} C\left(1 - \frac{r}{\alpha}\right) & \text{for} \quad r \leq \alpha \\ 0 & \text{for} \quad r > \alpha. \end{cases}$$

در اینجا C ضریب نرمالیزاسیون و α پارامتر وردش است.

(ب) مقدار فرینه α را به دست آورید و آن را با شعاع اتم Bohr مقایسه کنید.

مسئله ۳ (۱۰ نمره):

جفت شدگی اسپین مدار برای ذره ای به جرم m و اسپین $\boldsymbol{S}$ که در پتانسیل $V(r)$ حرکت می کند به صورت کلی زیر در نظر بگیرید:

$$H = \frac{1}{2m^2c^2}\frac{1}{r}\frac{dV(r)}{dr}\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{L}$$

تاثیر این جفت شدگی را بر طیف نوسانگر هماهنگ سه بعدی بدست آورید.