

تمرین سری اول

:

:

CW

:()

یک ذره با جرم m در یک نوسانگر هماهنگ سه بعدی با انرژی پتانسیل $m\omega^2 r^2/2$ دارای طیفی است که از رابطه زیر بدست میاید

$$E = \hbar\omega (2n_r + \ell + 3/2) \quad (1)$$

که در آن $n_r = 0, 1, 2, \dots$ عدد کوانتومی شعاعی و $\ell = 0, 1, 2, \dots$ تکانه زاویه ای مداری است. فرض کنید ذره دارای بار الکتریکی q است و در میدان مغناطیسی ضعیف B قرار دارد. طیف آن را برای سه حالت اول انرژی ترسیم کنید.

:()

مسئله ویژه مقداری انرژی را برای ذره باردار در میدان مغناطیسی $B = (0, 0, B)$ و میدان الکتریکی $E = (E, 0, 0)$ حل کنید.

:()

همانطور که می دانید، معادله شرودینگر در حضور میدان الکتریکی و مغناطیسی خارجی عبارت است از

$$\left[\frac{1}{2m} \left(\frac{\hbar}{i} \nabla - \frac{e}{c} \mathbf{A}(\mathbf{x}, t) \right)^2 + e\varphi(\mathbf{x}, t) \right] \psi(\mathbf{x}, t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{x}, t), \quad (2)$$

که در آن $B = \nabla \times A$ و $E = -\nabla\varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial A}{\partial t}$ هستند. نشان دهید که معادله شرودینگر تحت تبدیلات پیمانه ای

$$\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A} + \nabla\Lambda, \quad \varphi \rightarrow \varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial \Lambda}{\partial t}$$

در صورتی ناوردا می ماند که تابع موج بصورت زیر تبدیل شود

$$\psi(\mathbf{x}, t) \rightarrow \psi'(\mathbf{x}, t) = \exp\left(\frac{ie}{\hbar c} \Lambda(\mathbf{x}, t)\right) \psi(\mathbf{x}, t),$$

تبدیل شود. توجه کنید که $\Lambda(\mathbf{x}, t)$ یک میدان دلخواه اسکالر است.